

Ю. Владимиров

ОСНОВАНИЯ ФИЗИКИ



Москва
БИНОМ. Лаборатория знаний

УДК 530.12; 539.12
ББК 22.31
В57

Владимиров Ю. С.

В57 Основания физики / Ю. С. Владимиров. — М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. — 455 с. ил.
ISBN 978-5-94774-776-8

Излагаются основания физики на базе нового подхода к построению объединенной теории пространства-времени и физических взаимодействий (бинарной геометрофизики), который опирается на понятие отношений между событиями. Физический фундамент данного подхода составляют: 1) реляционная концепция классического пространства-времени, 2) концепция дальнего действия (теория прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана), альтернативная теории поля, 3) теория S-матрицы в физике микромира, 4) принципы многомерных геометрических моделей физических взаимодействий типа теорий Калуцы и Клейна и 5) идея о макроскопической природе классического пространства-времени. Математическая основа реляционного подхода обеспечивается теорией бинарных систем комплексных отношений, являющихся прообразом систем отсчета в теории относительности. Обосновывается принципиальная возможность представления оснований геометрии и фундаментальных физических понятий микромира в терминах бинарных систем комплексных отношений низших рангов (размерностей).

Для специалистов в области теоретической физики, студентов и преподавателей физико-математических факультетов университетов и лиц, интересующихся принципами построения физики.

**УДК 530.12; 539.12
ББК 22.31**

**По вопросам приобретения обращаться:
БИНОМ. Лаборатория знаний
Телефон: (499) 157-5272,
e-mail: binom@Lbz.ru, <http://www.Lbz.ru>**

ISBN 978-5-94774-776-8

© Владимиров Ю. С., 2008
© БИНОМ. Лаборатория знаний,
2008

Оглавление

Предисловие	11
Часть I. Реляционный подход к геометрии и классической физике	17
Глава 1. Обоснование реляционного миропонимания	18
1.1. Реляционная концепция пространства-времени	18
1.2. Концепция дальнего действия в классической физике	21
1.2.1. Истоки реляционного взгляда на физику	22
1.2.2. Доводы в пользу концепции дальнего действия	25
1.3. Роль отношений в квантовом мире	29
1.3.1. Классическое пространство-время и квантовая механика	29
1.3.2. Реляционная сущность квантовой механики	31
1.4. Макроскопическая природа классического пространства-времени	34
1.5. Метафизический анализ состояния и тенденций развития физики	36
1.5.1. Метафизические парадигмы в физике	36
1.5.2. Ведущая тенденция развития физики	39
Глава 2. Реляционная концепция классического пространства-времени	41
2.1. Основные понятия теории унарных систем отношений	42
2.2. Пространство-время Минковского как система отношений между событиями	45
2.3. Трехмерная евклидова геометрия в реляционной формулировке	48
2.4. Время в реляционной формулировке	51
2.4.1. Координата времени произвольного события	52
2.4.2. Реляционная трактовка хроногеометрии	54
2.5. Переход от хроногеометрии к пространству-времени Минковского	57

2.6. Теория унарных физических структур	61
2.7. Об основаниях геометрии	65
Глава 3. Прямое межчастичное взаимодействие	70
3.1. Электромагнитное взаимодействие	71
3.1.1. Реляционное описание электромагнитного взаимодействия	73
3.1.2. Теория прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия	75
3.1.3. Переход к теории электромагнитного поля	78
3.2. Линеаризованное гравитационное взаимодействие	80
3.2.1. Природа гравитации в реляционном подходе	80
3.2.2. Теория прямого межчастичного гравитационного взаимодействия	82
3.2.3. Геометризация прямого гравитационного взаимодействия	85
3.2.4. Природа «свободного» действия в реляционном подходе	86
3.3. Прямые многочастичные взаимодействия	87
3.3.1. Виды прямых межчастичных взаимодействий	88
3.3.2. Влияние массивных тел на электромагнитное взаимодействие	90
3.3.3. Четырех- и пятичастичные грави-электромагнитные взаимодействия	93
3.3.4. Нелинейное прямое гравитационное взаимодействие	94
3.4. Принцип Маха	96
3.4.1. Фейнмановская теория поглотителя	96
3.4.2. Сила радиационного трения	99
3.4.3. Обоснование принципа Гюйгенса в отсутствие полей	101
3.4.4. Явление преломления света	104
3.5. Анализ реляционного описания взаимодействий	105
3.5.1. Соотношение концепций дальнего действия и ближнего действия	107
3.5.2. Вторичный характер гравитации	109
3.5.3. Сравнение объединений гравитации и электромагнетизма в реляционном подходе и в 5-мерной теории Калуцы	110
Часть II. Бинарная геометрия микромира	115
Глава 4. Бинарная геометрия и 2-компонентные спиноры	117
4.1. Основные понятия бинарных систем отношений	118
4.2. Бинарные системы комплексных отношений ранга (3,3)	120
4.2.1. Основные понятия бинарной системы комплексных отношений ранга (3,3)	121

4.2.2. Группа преобразований в рамках одной системы отношений	124
4.3. Спиноры как проявление БСКО ранга (3,3).....	127
4.3.1. Двухкомпонентные спиноры	127
4.3.2. Алгебра 2-компонентных спиноров	130
4.4. Конформные преобразования и БСКО ранга (2,2).....	131
4.5. Бинарные структуры (бинарные системы вещественных отношений)	134
4.5.1. Виды бинарных структур	135
4.5.2. Уравнения движения в терминах БСВО	138
4.6. От бинарной геометрии к бинарной геометрофизике.....	140
Глава 5. Происхождение классических токовых и пространственно-временных отношений	143
5.1. Четырехмерные векторы	144
5.1.1. Изотропные векторы	144
5.1.2. Неизотропные 4-мерные векторы	146
5.2. Преобразования Лоренца	149
5.2.1. Подгруппа пространственных поворотов	150
5.2.2. Бусты	151
5.3. Токовые отношения (геометрия Лобачевского)	153
5.4. Прообраз пространственно-временных отношений	156
5.4.1. События на изотропном конусе	157
5.4.2. Унарный закон для событий на конусе	160
5.4.3. БСВО ранга (2,2) и хроногеометрия	162
5.5. «Корень квадратный» из геометрии	165
Глава 6. Элементарные частицы в терминах БСКО ранга (3,3) ...	167
6.1. Частицы в рамках БСКО ранга (3,3).....	168
6.1.1. Биспиноры и элементарные частицы	168
6.1.2. Образующие и базис алгебры Клиффорда $S(1,3)$	171
6.1.3. Определение массивной частицы	173
6.2. Массивная частица в собственной системе отношений	173
6.2.1. Определение частиц в собственной системе отношений ..	174
6.2.2. Свойства частиц в собственной системе отношений	175
6.3. Частицы в произвольных системах отношений	178
6.3.1. Переход от собственной к произвольной системе отношений	178
6.3.2. Прообраз уравнений Дирака как условия связи в произвольной системе отношений	179
6.4. Учет БСКО ранга (2,2)	182
6.4.1. Параметры БСКО ранга (2,2) в определении частиц ...	182
6.4.2. Физическая интерпретация параметров БСКО ранга (2,2)	184

6.5. Уравнения Дирака	187
6.5.1. Суть перехода к координатному представлению	188
6.5.2. Электромагнитное взаимодействие в рамках БСКО ранга (3,3)	190
6.6. Бинарная геометрофизика и твисторная программа Пенроуза	192
6.7. Некоторые выводы и замечания	194
Часть III. Простейшее бинарное многомерие	197
Глава 7. Бинарный аналог 5-мерной теории Калуцы	198
7.1. Бинарная система комплексных отношений ранга (4,4)	198
7.1.1. Основные понятия бинарных систем комплексных отно- шений ранга (4,4)	199
7.1.2. Определение 2-компонентных частиц	200
7.2. Базовое 4×4 -отношение	202
7.2.1. Базовое 4×4 -отношение как парное отношение двух частиц	203
7.2.2. Прообраз S -матрицы процесса взаимодействия двух лептонов	205
7.3. Электромагнитное взаимодействие	208
7.4. Прообраз слабого Z -взаимодействия лептонов	209
7.4.1. Прообраз Z -взаимодействия массивных лептонов	210
7.4.2. Z -Взаимодействия нейтрино	211
7.5. Сравнение с описаниями взаимодействий в иных теориях	213
7.5.1. Теория прямого межчастичного электромагнитного вза- имодействия Фоккера—Фейнмана	213
7.5.2. Сопоставление с калибровочной моделью Вайнберга— Салама—Глэшоу	214
7.6. Массовые и индивидуальные блоки базового 4×4 -отношения	216
7.7. Соотношение базового 4×4 -отношения с лагранжианом спи- норной частицы	218
7.7.1. Суммирование по окружающему миру	218
7.7.2. Переход к волновым функциям	221
7.8. Анализ бинарного аналога теории Калуцы	222
7.8.1. Теория Калуцы и ее бинарный аналог	222
7.8.2. Уроки бинарного аналога теории Калуцы	223
Глава 8. Финслеровы 3-компонентные спиноры и геометрия	226
8.1. Трехкомпонентные спиноры	226
8.1.1. Определение 3-компонентных финслеровых спиноров	226
8.1.2. Алгебра трехкомпонентных спиноров	228
8.1.3. Преобразования из группы $U(3)$	229
8.1.4. Подгруппа $SU(3)$ и бусты	230
8.2. Девятимерные векторы	231
8.2.1. Определение векторов	231

8.2.2.	9-Мерные инварианты.	234
8.2.3.	Обобщение метрики Минковского	235
8.3.	Переходы от БСКО ранга (4,4) к унарным геометриям	238
8.4.	3-Компонентные (свободные) частицы.	242
8.4.1.	Финслеровы биспиноры	242
8.4.2.	Определение обобщенной частицы.	244
8.5.	Выводы и замечания по БСКО ранга (4,4).	246
Глава 9.	Свойства внутренних состояний микрочастиц	249
9.1.	Подгруппы группы $SL(3, C)$ преобразований «по вертикали».	250
9.2.	Подгруппа 4-мерных преобразований $SL(2, C)$	252
9.3.	Подгруппа квазикалибровочных преобразований	255
9.4.	Подгруппа квазисуперсимметричных преобразований.	258
9.5.	Подгруппа конформных преобразований	260
9.6.	Операции отражений 3×3 -матриц состояний	261
9.7.	Алгебраическая классификация 3×3 -матриц состояний	264
9.7.1.	Алгебраическая классификация квадратных матриц.	264
9.7.2.	Классификация 3×3 -матриц	265
9.7.3.	Алгебраическая классификация и сильные взаимодействия	267
9.7.4.	Алгебраические типы V -матриц в электрослабых взаимодействиях.	270
9.8.	От свойств 3×3 -матриц к свойствам элементарных частиц	273
Часть IV.	Единая реляционная теория физических взаимодействий	275
Глава 10.	БСКО ранга (6,6) и прообраз сильных взаимодействий	276
10.1.	Бинарная система комплексных отношений ранга (6,6) и ее интерпретация	276
10.1.1.	Основные понятия БСКО ранга (6,6).	276
10.1.2.	Бинарный объем как прообраз S -матрицы	278
10.2.	Блок вектор-векторных взаимодействий	281
10.2.1.	Комбинации внешних параметров	281
10.2.2.	Комбинации внутренних параметров	285
10.3.	Прообраз сильных взаимодействий «через нейтральные глюоны»	287
10.3.1.	Внутренние состояния сильно взаимодействующих частиц	288
10.3.2.	Два канала сильных взаимодействий «через нейтральные глюоны»	289
10.4.	Прообраз сильных взаимодействий «через заряженные глюоны»	292
10.5.	Симметрия каналов сильных взаимодействий	294

10.6.	Сравнение с другими моделями сильных взаимодействий	297
10.6.1.	Сравнение с калибровочной хромодинамикой.	297
10.6.2.	Соотношение с 8-мерной геометрической моделью	298
Глава 11.	Электрослабые взаимодействия элементарных частиц в рамках БСКО ранга (6,6)	301
11.1.	Природа электрослабых взаимодействий.	302
11.1.1.	Классификация частиц по внешним параметрам.	302
11.1.2.	Параметры внутренних состояний частиц.	303
11.1.3.	Матричные элементы электрослабых взаимодействий «через нейтральные бозоны».	305
11.1.4.	Четыре пары характерных коэффициентов	307
11.2.	Прообраз электрослабых взаимодействий.	310
11.2.1.	Электромагнитные взаимодействия	310
11.2.2.	Z -взаимодействия.	312
11.2.3.	Прообраз слабых взаимодействий «через заряженные W -бозоны».	314
11.3.	Соотношения зарядов частиц в электрослабых взаимодействиях.	316
11.3.1.	Алгебраические симметрии каналов электрослабых взаимодействий.	316
11.3.2.	Заряды лептонов	317
11.3.3.	Заряды барионов	319
11.4.	Природа кварков	322
11.5.	Соотношения зарядов кварков.	324
11.5.1.	Алгебраические симметрии каналов для кварков	325
11.5.2.	Анализ зарядов кварков.	327
11.6.	Выводы из реляционной теории электрослабых взаимодействий.	331
Глава 12.	Массы элементарных частиц	334
12.1.	Индивидуальные, массовые и «лишние» блоки базового 6×6 -отношения.	334
12.1.1.	Массовые блоки	336
12.1.2.	Индивидуальные блоки.	338
12.1.3.	«Лишние» слагаемые.	339
12.2.	Массы лептонов в электрослабых взаимодействиях.	339
12.2.1.	Массовый блок для лептонов	339
12.2.2.	Соотношение с моделью на базе БСКО ранга (4,4).	340
12.3.	Массы барионов и кварков	343
12.3.1.	Массы барионов в электрослабых взаимодействиях.	343
12.3.2.	Массовые блоки в сильных взаимодействиях.	345
12.4.	На пути к получению спектра масс элементарных частиц.	347

Часть V. От бинарной геометрофизики к классической и квантовой теории	351
Глава 13. Макроскопическая природа пространства-времени	353
13.1. Путь к общепринятой физике	353
13.1.1. Классификация реляционных теорий	354
13.1.2. Стадии развития бинарной геометрофизики	355
13.2. Природа элементарных носителей пространственно-временных отношений	357
13.3. От элементарных вкладов к расстояниям	361
13.3.1. Компактифицированные элементарные вклады	361
13.3.2. Макро-, микро- и субмикросостояния	364
13.3.3. Процедура декомпактификации	365
13.3.4. Природа волновых свойств частиц	367
13.4. Расстояния между макрообъектами	369
13.4.1. Формирование пространства-времени	369
13.4.2. Роль фазовых вкладов в построении геометрии	371
13.5. Проблема квантования пространства-времени	374
13.5.1. Макроскопический подход как квантование пространства-времени	374
13.5.2. Иные подходы к квантованию пространства-времени ..	376
13.6. Некоторые выводы и замечания	379
Глава 14. Реляционная интерпретация квантовой механики	383
14.1. Новая интерпретация квантовой механики	383
14.1.1. Суть реляционной интерпретации квантовой механики ..	384
14.1.2. Реляционное обоснование ряда понятий квантовой механики	387
14.2. Природа атома в бинарной геометрофизике	390
14.2.1. Римановы отношения	391
14.2.2. Риманова геометрия и уровни атома водорода	392
14.2.3. Переход к уравнению Шредингера	395
14.2.4. Замечания по реляционной теории атома	398
14.3. Фейнмановская формулировка квантовой механики	399
14.3.1. Реинтерпретация фейнмановской формулировки квантовой механики	400
14.3.2. Уравнение Шредингера	403
14.3.3. Описание взаимодействий	405
14.3.4. Фейнмановская квантовая теория спинорных частиц ..	409
Глава 15. Соотношение реляционной и иных интерпретаций квантовой механики	412
15.1. Статистическая интерпретация квантовой механики	412
15.2. Эйнштейн об интерпретации квантовой механики	415
15.3. Геометрическая интерпретация Ю. Б. Румера	416

15.4. Многомировая интерпретация	419
15.5. Неоклассические интерпретации квантовой механики	421
15.5.1. Волна-пилот Л. де Бройля	422
15.5.2. Гипотеза «скрытых параметров»	423
15.6. Невозможность возврата к классическим представлениям	424
Заключение	427
Приложение	435
А.1. Модель Вайнберга—Салама—Глэшоу (фермионный сектор) ..	435
А.2. Сведения из калибровочной хромодинамики	438
А.3. Коэффициенты 9-мерных преобразований	441
Список ключевых терминов и обозначений	446
1. Общие термины реляционного подхода к физике	446
2. Термины теории систем отношений	446
3. Понятия реляционной теории взаимодействий элементарных частиц	447
Литература	449

Предисловие



При построении физической картины мира ключевую роль играет пространство-время, являющееся своеобразным полотном, на котором воссоздается мироздание, или ареной (сценой), на которой разыгрывается вселенский спектакль. Пространство-время может быть плоским или искривленным, как в общей теории относительности, но оно всегда присутствует, выступая в качестве одной из основополагающих физических категорий.

С принятием теории относительности сакраментальные вопросы — что такое пространство? что такое время? — приобрели новое звучание: что такое пространство-время? Однако подобная постановка вопроса не совсем корректна. Правильнее ставить вопрос иначе: какое содержание вкладывает физика в понятие пространства-времени? Или: каким образом возникает это понятие из каких-то других, более первичных понятий? При первой постановке вопроса ответ лежит в плоскости разработки строгой аксиоматики геометрии 4-мерного пространства-времени. При второй — ответом может быть построение теории на базе неких иных фундаментальных понятий, из которых пространственно-временные отношения получались бы как нечто вторичное, производное от более первичных понятий. В настоящей книге излагается теория (программа), раскрывающая сущность пространства-времени именно во второй его постановке.

В настоящее время есть все основания полагать, что классические пространственно-временные представления справедливы лишь для описания макрообъектов определенного масштаба и за его пределами они теряют силу и должны быть изменены. Это проявляется как при переходе к большим масштабам, где вступают в силу закономерности общей теории относительности, так и в масштабах микромира, где им на смену приходят закономерности квантовой механики и физики элементарных частиц. Основу развиваемой в книге программы составило убеждение

автора о существовании некой системы фундаментальных понятий, которые проявляются уже в физике микромира, а в макромасштабах принимают форму классических пространственно-временных представлений.

Для построения теории, реализующей данную точку зрения, пришлось отказаться от общепринятого понимания сущности пространства-времени и обратиться к реляционному подходу к природе пространства-времени и физических взаимодействий. Это привело к переосмыслению всего комплекса современных представлений в физике и приступить к формированию новых оснований фундаментальной теоретической физики на базе алгебраической теории отношений, т. е. реляционного миропонимания, альтернативного ныне доминирующему полювому подходу.

Истоки этого подхода можно разглядеть в трудах К. Гаусса, Э. Маха, А. Пуанкаре, А. Фоккера, Я. И. Френкеля, Р. Фейнмана и ряда других естествоиспытателей и физиков-теоретиков. В предлагаемой программе развиваются высказанные ими идеи с учетом новых математических методов и достижений теоретической физики рубежа XX и XXI веков. Разрабатываемая на этой основе теория названа **бинарной геометрофизикой**, поскольку она, с одной стороны, затрагивает основания как геометрии, так и физики, а с другой — опирается на новую, так называемую **бинарную геометрию**, представляющую собой своеобразный «корень квадратный» из общепринятой (унарной, базирующейся на одном множестве точек) геометрии.

Бинарная геометрофизика опирается на следующую совокупность тесно связанных друг с другом физических концепций и идей. Это:

- 1) реляционный подход к сущности классического пространства и времени, альтернативный широко распространенному субстанциальному подходу;
- 2) концепция дальнего действия, наиболее развитая в виде теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана, альтернативная общепринятой концепции ближнего действия (теории поля);
- 3) блок идей квантовой теории, наиболее четко представленных в ее S -матричной формулировке;
- 4) идея макроскопической (статистической) природы пространства-времени, согласно которой классические пространственно-временные представления возникают из наложения огромного числа неких более элементарных факторов, присущих явлениям микромира;
- 5) метафизический анализ концепций и программ фундаментальной теоретической физики XIX и XX столетий, поскольку без метафизики

и ее принципов невозможно обсуждение оснований любой дисциплины. (В этой связи сразу же подчеркнем, что метафизика предназначена не для доказательств, а именно для осмысления исходных принципов, используемых теоретических конструкций и полученных результатов. Доказательства же — задача математики и физики.)

Особую значимость в дальнейших рассуждениях приобретает концепция дальнего действия, альтернативная общепризнанной теории поля, с которой большинство физиков-теоретиков связывает дальнейшее развитие физики и надежды на построение единой теории поля. В развиваемой же программе понятие поля исключено из числа первичных, поскольку оно имеет смысл лишь при наличии готового пространства-времени. В данном же подходе, когда априорно заданный пространственно-временной фон отсутствует, можно опереться лишь на непосредственные **отношения между взаимодействующими частицами.**

Бинарная геометрофизика направлена на решение следующих трех блоков проблем:

- 1) обоснование известных свойств классического пространства-времени, таких как его размерность, сигнатура, квадратичный характер метрики и т. д.;
- 2) объединение теорий фундаментальных физических взаимодействий: гравитационного, электромагнитного, электрослабого и сильного;
- 3) согласование принципов двух основополагающих теорий современной физики — общей теории относительности и квантовой теории.

Физические основания и целевая направленность развиваемой теории (программы) пояснены на блок-схеме рис. 01. На этом же рисунке в его средней части отмечены математические средства, которые привлекаются для развития теории.

Слева указаны, во-первых, методы классической теории систем отсчета, играющие чрезвычайно важную роль как в специальной, так и особенно в общей теории относительности. В бинарной геометрофизике они заменены на эквивалентное понятие систем отношений между взаимодействующими частицами (событиями).

Во-вторых, существенную роль в построении бинарной геометрофизики сыграли принципы многомерных геометрических моделей физических взаимодействий типа теорий Т. Калуцы и О. Клейна, которые в последние годы получили широкую известность. Далеко не всеми признается физическая реальность дополнительных размерностей. Многие относятся к высшим размерностям лишь как к удобному математическому приему, упрощающему некоторые выкладки. Однако в много-



Рис. 01. Блок-схема физических оснований и целевой направленности бинарной геометрофизики

мерных геометрических теориях содержится чрезвычайно важная идея о единстве понятий пространства-времени и физических взаимодействий. Негравитационные взаимодействия трактуются как проявления дополнительных размерностей обобщенного (искривленного) пространства-времени. Аналогичная идея используется в бинарной геометрофизике, где общепринятые **физические поля строятся из единой си-**

стемы (бинарных) отношений параллельно с пространственно-временными отношениями.

В средней части блок-схемы справа указаны математические идеи и методы так называемой теории физических структур, оказавшиеся полезными на промежуточных стадиях развития бинарной геометрофизики. Они использованы при построении алгебраической теории систем отношений между взаимодействующими частицами.

Значительное внимание отводится принципу соответствия следствий развиваемого здесь реляционного подхода с выводами калибровочной теории поля и многомерных геометрических моделей физических взаимодействий, включая выводы общей теории относительности. Параллельно раскрывается, как, с одной стороны, возможно прийти от бинарной геометрофизики к уже известным теориям и, с другой стороны, как используются идеи этих теорий при построении самой бинарной геометрофизики.

Широко распространено мнение, что для построения теории микромира необходимо использовать понятия классического пространства-времени и макромира. Оспаривая эту позицию, в работе обосновывается принципиальная возможность построения содержательной теории микромира на основе самосогласованного набора ее собственных понятий и закономерностей. На самом элементарном уровне раскрываются прообразы таких ключевых понятий современной физики, как действие (лагранжианы) взаимодействующих частиц, метрика, потенциалы полей. Прообразами действия физических систем являются своеобразные объемы бинарной геометрии. Показано, как из первичных (алгебраических) понятий и положений, справедливых для отдельных элементарных частиц (или, точнее, даже для их составных частей), возникают привычные понятия макрофизики.

Предлагаемая читателю монография представляет собой третью книгу после «Метафизики» [27] (БИНОМ. Лаборатория знаний, 2002 г.) и «Геометрофизики» [28] (БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005 г.), вышедших в этой серии. Однако она имеет самостоятельный характер, а ранее опубликованные работы лишь подводят к восприятию ее проблематики. В этой связи следует также упомянуть «Реляционную теорию пространства-времени и взаимодействий»: Часть 1 «Теория систем отношений» [24] и Часть 2 «Теория физических взаимодействий» [25], в которых были изложены предварительные результаты по данной теме, развитые и дополненные в настоящем издании.

Книга предназначена молодым ученым, ищущим свой путь в области теоретической физики, а также тем коллегам старшего поколения, кто сомневается в перспективности дальнейших исследований исключительно в рамках общепринятой теории поля и также находится на распутье.

Автор пользуется случаем выразить искреннюю признательность коллегам: Н. В. Мицкевичу, Ю. И. Кулакову, Г. Г. Михайличенко, Г. И. Рязанову и В. И. Шахову, а также своим ученикам: А. Ю. Турыгину, В. Р. Гаврилову, А. В. Карнаухову, А. В. Соловьеву, С. В. Болохову и др. за плодотворное обсуждение данной проблематики и сотрудничество на разных этапах работы над книгой. Автор благодарит участников семинаров «Метафизика» и «Геометрия и физика», действующих на физическом факультете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова за многократные обстоятельные дискуссии по затронутым в книге вопросам.

Реляционный подход к геометрии и классической физике



В первой части, имеющей вводный характер, обосновывается перспективность реляционного подхода к геометрии и физике. В качестве подготовительного шага рассмотрен реляционный взгляд на пространство-время и классическую (неквантовую) физику. Здесь прежде всего произведено уточнение комплекса представлений, который мы неявно подразумеваем в физике всякий раз, когда используем понятие пространства-времени, причем это сделано именно в рамках реляционного миропонимания. Это позволяет вскрыть ряд новых обстоятельств и подготавливает почву для решения задачи вывода категории классического пространства-времени из неких более первичных фундаментальных понятий. В этой же части книги изложено реляционное описание взаимодействий в классической физике.

Реляционный подход к мирозданию предполагает его описание посредством числовых отношений между элементами мира (частицами, событиями). Математический аппарат, адекватный данной парадигме, имеет алгебраический характер. Он назван теорией систем отношений (а в окончательно сложившемся виде — теорией бинарных систем комплексных отношений ранга $(6,6)$). Настоящая книга построена по принципу постепенного восхождения к бинарным системам комплексных отношений указанного ранга, что связано с целесообразностью последовательного физического осмысления ряда положений и принципов этой теории.

Первая ступень, которой посвящена данная часть, включает изложение реляционного понимания классической физики и геометрии, опирающегося на теорию унарных (т. е. на одном множестве элементов) систем вещественных отношений. Вторая ступень и последующие, основанные на более общих и одновременно более элементарных вариантах теории бинарных (т. е. на двух множествах элементов) систем комплексных отношений, рассмотрены в других частях книги

Обоснование реляционного миропонимания



Имеется достаточно оснований считать, что принятая ныне концепция близкодействия в виде теории поля по сути представляет собой концепцию дальнодействия, замаскированную заменой больших масштабов на малые. Следует сразу же пояснить, что в этой книге в термин дальнодействие вкладывается смысл — передача воздействий от одного объекта к другому непосредственно, без посредников¹⁾, пробегающих все промежуточные точки пространства между ними.

В данной вводной главе излагаются доводы в пользу перехода к реляционной трактовке физики и геометрии, обозначенные в нижней части блок-схемы 01. Здесь обосновывается фундаментальный характер концепции дальнодействия, проступающий сквозь завесу общепринятых представлений.

1.1. Реляционная концепция пространства-времени

Раскрытие сути физического пространства-времени относится к числу кардинальных вопросов фундаментальной физики и всего естествознания в целом. Возникнув в трудах античных мыслителей, эта проблема уже в не столь отдаленное время занимала центральное место в мировоззрении Э. Маха (1838–1916). В книге «Познание

¹⁾ Отметим, что термин дальнодействие имеет несколько трактовок. Во-первых, им обозначается взаимодействие между двумя объектами, которое передается на расстоянии непосредственно, т. е. без посредников и какой-либо промежуточной среды. Во-вторых, иногда в этот термин вкладывается тот смысл, что взаимодействие передается от одного объекта к другому с бесконечной скоростью безотносительно к наличию посредника. В-третьих, к нему прибегают иногда при рассмотрении убывания с расстоянием соответствующих сил или потенциалов. Например, гравитационное и электромагнитное взаимодействия в такой трактовке относят к «дальнодействующим», тогда как слабое или сильное (ядерное) — к «близкодействующим». В этой книге в термин дальнодействие вкладывается именно первый смысл.

и заблуждение» он писал: «Кто хочет получить представление о том, с каким трудом развилась абстракция «пространство», лучше всего сделает, обратившись к изучению четвертой книги Физики Аристотеля. Вопрос о том, *существует ли пространство (место) или не существует, как оно существует и что оно такое*, причиняют ему много затруднений. Он не может смотреть на пространство как на тело, ибо тогда одно тело находилось бы в другом. Но, с другой стороны, он и не может отделить пространство от мира тел, ибо место тела есть для него то, что это тело окружает, обнимает. Аристотель выдвигает мысль, что мы не спрашивали бы о пространстве, если бы не существовало никакого движения. *Связь представления пространства с представлением тела естественно приводит к идее немыслимости пустоты* — идее, защищаемой Аристотелем и многими другими мыслителями древности. Мыслители, допускавшие пустоту, как Левкипп, Демокрит, Эпикур и др., имели, следовательно, представление о пространстве, более близкое к нашему. Пространство было для них чем-то вроде сосуда, который может и не быть наполнен. И к такому представлению действительно должна была вести геометрия, которая устраняет все телесные свойства, кроме определенных границ» [57, с. 417].

Далее Мах отмечает: «Можно, пожалуй, сказать, что главным образом именно со времени Ньютона время и пространство стали теми *самостоятельными* и, однако, *бестелесными* сущностями, которыми они считаются по настоящее время. . . Для Ньютона время и пространство представляют нечто *сверхфизическое*; они суть *первичные*, независимые *переменные*, непосредственно недоступные, по крайней мере, точно не определяемые, направляющие и регулирующие все в мире. Как пространство определяет движение отдаленнейших планет вокруг Солнца, так время делает *согласными* отдаленнейшие небесные движения с наименьшими процессами здесь на земле. При таком взгляде мир становится *организмом*, или — если предпочитают это выражение — *машинной*, все части которой согласно применяются к движению *одной* части, руководствуются до известной степени *одной* единой волей, и нам остается только неизвестной *цель* этого движения. Этот взгляд лежит, как наследие Ньютона, в основе и современной физики, хотя, может быть, чувствуется некоторое нежелание открыто это признать» [57, с. 421]. Сделанное замечание не утратило своей актуальности и в наши дни.

Взгляды на суть пространства и времени, высказывавшиеся, с одной стороны, Аристотелем, Г. Лейбницем (1646–1716), Э. Махом, и, с другой стороны, Демокритом, И. Ньютоном (1643–1727) и большинством современных физиков, отражают два подхода в понимании пространства

и времени: **реляционный и субстанциальный**. Последний достаточно хорошо известен, поскольку его придерживается подавляющее большинство естествоиспытателей. Реляционный же подход, которому посвящена эта книга, нуждается в пояснении.

Напомним высказывания видных сторонников реляционного подхода. Так, Г. Лейбниц в письмах к С. Кларку (а фактически к И. Ньютону) писал: «Я неоднократно подчеркивал, что считаю *пространство*, так же как и время, чем-то чисто относительным: пространство — *порядком существования*, а время *порядком последовательностей*. . . Для опровержения мнения тех, которые считают пространство субстанцией или, по крайней мере, какой-то абсолютной сущностью, у меня имеется несколько доказательств» [56, с. 441].

Позиция Лейбница разделялась Э. Махом, считавшим категории абсолютного пространства и времени «бессмысленными». Лейбниц и Мах полагали, что в отсутствие тел не существует ни пространства, ни времени. Но что предлагалось взамен идеи абсолютного пространства-времени? Ответ можно разглядеть в высказываниях Э. Маха: «Время и пространство существуют в определенных отношениях физических объектов, и эти отношения не только вносятся нами, а существуют в связи и во взаимной зависимости явлений» [57, с. 372]. «Мы можем сказать, что *во временной зависимости выражаются простейшие непосредственные физические отношения*» [57, с. 417]. «*В пространственных отношениях находит свое выражение посредственная физическая зависимость*» [57, с. 417].

Отношения — вот то ключевое понятие, которое и у Лейбница, и у Маха заменяет идею абсолютного пространства и времени. Это понятие (англ. relation, латин. relativus — относительный) и послужило в качестве исходного основания при обозначении реляционного подхода.

В геометрии отношение — это не что иное, как *метрика (расстояния)*. Однако в современном изложении геометрии, как правило, исходят из координатной системы в многообразии той или иной размерности, а затем задается метрика. Но возможен и другой ход рассуждений: можно начинать с расстояний — парных отношений между точками, — а затем уже из них получать координаты и все другие понятия. Элементы этого подхода можно найти у Ф. Клейна (1849–1925). Значительно позднее в рамках реляционного подхода к геометрии была написана книга К. М. Блюменталя «Теория и применение геометрии расстояний» (1953) [6].

В специальной и общей теориях относительности ключевым понятием также является отношение, только теперь рассматриваются от-

ношения между парами *событий*, и они называются *интервалами* s_{ik} между событиями i и k .

Поскольку выбор между субстанциальным и реляционным подходами к пространству-времени затрагивает метафизические основания физики, определенный историко-научный интерес представляет понимание их с позиции диалектического материализма. Так, в одном из наиболее квалифицированных учебных пособий по философии естествознания давалась следующая характеристика обоих подходов¹⁾: «Исторически сложилось два подхода к пространству и времени. Первый может быть назван субстанциальной концепцией. Пространство и время понимаются здесь как нечто самостоятельно существующее наряду с материей, как ее пустые вместителища. (...) Второй подход можно назвать реляционной концепцией пространства и времени. Наметки ее можно обнаружить еще у Аристотеля, но впервые со всей четкостью она сформулирована Г. Лейбницем. (...) С точки зрения реляционной концепции пространство и время не особые субстанциальные сущности, а формы существования материальных объектов. Пространство выражает сосуществование объектов, а время — последовательность их состояний. Реляционная концепция в философском плане была воспринята и развита диалектическим материализмом, в естественнонаучном плане — релятивистской физикой и в настоящее время наиболее полно отвечает уровню развития естествознания» [101, с. 137–139]. Далее автор делает важное уточнение: «Субстанциальная и реляционная концепции не связаны однозначно с материализмом и идеализмом. Здесь возможны любые сочетания» [101, с. 139]. Это замечание, по всей видимости, обязано известной критике В. И. Лениным трудов Э. Маха в работе «Материализм и эмпириокритицизм», предопределившей позицию диалектического материализма в основополагающем вопросе всего естествознания.

1.2. Концепция дальнего действия в классической физике

Понятие отношения широко используется в современной физике. Так, в рамках общепринятой теории поля *слагаемые в действии или в лагранжиане, описывающие взаимодействия, представляют собой не что иное, как своеобразные отношения между составными частями систем*. Объект, не находящийся в каких-либо отношениях с другими объектами, не взаимодействующий с ними, является своего рода «вещью в себе», и нет никаких оснований говорить о его существовании.

¹⁾ Этот раздел был написан Л. Б. Баженовым.

В физике сложилась ситуация, фактически повторяющая присутствие двух подходов к сущности пространства и времени, где также представлены две концепции взаимодействий: **близкодействие и далекодействие**. Концепция близкодействия согласована с субстанциальным подходом, т. е. с моделью пространства-времени как сосуда, вместилища всего сущего. С эфиром или без него она отвечает на вопрос, как акт взаимодействия преодолевает пространственно-временную разнесенность объектов и событий. Концепция же далекодействия опирается на реляционный подход, альтернативный доминирующей ныне теории поля.

1.2.1. Истоки реляционного взгляда на физику

Реляционный подход к физике, обычно именуемый концепцией далекодействия, имеет глубокие корни в истории физики и натурфилософии, однако в XX веке он оказался в стороне от магистральных путей исследований в теоретической физике. Некоторые даже полагали, что успехи теории поля (концепции близкодействия) доказали несостоятельность концепции далекодействия, но это не соответствует истине. Работы в рамках этой концепции продолжались, причем на этом пути были получены чрезвычайно интересные результаты принципиального характера.

Формирование концепции далекодействия в естествознании связывается с работами Ньютона, однако нужно признать, что сам Ньютон не был последовательным ее сторонником. Видимо, Ньютон чувствовал глубину проблем, открывающихся в рамках данной концепции, много о них размышлял, но не смог сделать окончательного выбора. Так, начиная с его работ, в физике возникла дилемма: какая из двух концепций должна лежать в основе физической картины мира — далекодействие или близкодействие? В дальнейшем предпочтение отдавалось то одной из них, то другой.

В середине XIX века доминировала концепция далекодействия. Главными сторонниками этой концепции выступали ведущие представители немецкой физической школы: В. Вебер (1804–1891), Л. Лоренц (1829–1891), Франц Нейман (1798–1895), Карл Нейман (1832–1925), Г. Т. Фехнер (1801–1887), К. Ф. Целльнер (1834–1882) и некоторые другие (см. [13]). К ним примыкали такие известные математики, как Б. Риман (1826–1866) и К. Гаусс (1777–1855). Напомним, их имена связаны с открытием неевклидовых геометрий, что привело впоследствии к созданию общей теории относительности.

Известно, что в 1845 году В. Вебер отправил на отзыв Гауссу свою работу «О всеобщем законе электрического действия», в которой излагались его взгляды в русле концепции запаздывающего дальнего действия, т. е. передающегося от одного заряда к другому с конечной скоростью. В ответном письме К. Гаусс с одобрением отозвался о его работе и упомянул о своих размышлениях над этой проблемой.

Представителями немецкой физической школы было высказано много соображений, значительно опередивших свое время и предвосхитивших многое из того, что было получено либо значительно позже, либо проявилось в рамках реляционного видения мира, развиваемого в этой книге. Перечислим некоторые из них.

1. В работах В. Вебера, К. Ф. Целльнера и других дальнее действие понималось как передающееся с некой конечной скоростью, т. е. отличалось от ньютоновских представлений о передаче воздействий с бесконечной скоростью.

2. В работах К. Неймана и других исследователей отвергалось распространение электрического взаимодействия вне зависимости от существования «излучателя» и «приемника». Предполагалось обязательное наличие как источника, так и поглотителя, т. е. принципиально отвергалось излучение источником в пустоту (в никуда).

3. В ряде работ В. Вебера был сделан вывод, согласно которому «непосредственное взаимодействие двух электрических масс зависит не только от этих масс, но также от присутствия третьего тела» (см. [13, с. 225]), и проводилась аналогия с введенным Берцелиусом понятием «каталитической силы». Тем самым был сделан еще один шаг от традиционного понимания дальнего действия с характерным для него представлением о силе, зависящей только от расстояния между двумя телами.

Благодаря этому важному предвидению устанавливались связи с философскими направлениями, утверждавшими, что поведение отдельных элементов системы не может быть описано без учета свойств системы в целом. Близкие идеи можно найти в философии Г. Лотце, во взглядах виталистов и других. В дальнейшем в физике эти идеи было принято связывать с принципом Маха.

4. Особо следует выделить работы К. Ф. Целльнера, в которых была сформулирована важная гипотеза: «Многие явления, для которых физика еще не нашла адекватного объяснения, на самом деле происходят в четырехмерном мире. При этом наши органы чувств фиксируют своего рода проекцию „четырёхмерных процессов на трёхмерный мир“» [13, с. 244]. Примечательно, что к 4-мерным процессам Целльнер относил не только гравитационное, но и электрическое взаимодей-

ствии. Конечно, четвертое измерение подразумевалось пространственным, а не времени-подобным, как в специальной теории относительности. Фактически здесь предвосхищались идеи 5-мерных теорий Т. Калуцы и О. Клейна.

5. Целльнер пошел дальше теории взаимодействий. В орбиту его размышлений попали и вопросы о сущности самого пространства. Целльнер отвергал ньютоново абсолютное пространство и связывал понятие пространства с взаимодействиями объектов: «Пространство трех измерений определяется законом, по которому взаимодействие тел может меняться без изменения самих тел» [13].

6. Высказывались и другие идеи, в частности уже в 70-е годы прошлого столетия Целльнер проявлял интерес к работам Н. И. Лобачевского, Я. Бояи, Б. Римана по неевклидовым геометриям.

Во второй половине XIX века в рамках концепции дальнего действия накопилось слишком много проблем, на которые физика того времени еще не могла дать ответ, что и привело к угасанию исследований в рамках данной парадигмы. Назовем главные из них:

- 1) Концепция дальнего действия фактически опиралась на атомарную структуру материи, которая в тот период еще не представлялась очевидной.
- 2) В рамках концепции дальнего действия естественными были представления об элементарных носителях электрического заряда. Электроны и другие элементарные частицы еще не были открыты.
- 3) Говоря о запаздывающем дальнем действии, его сторонники еще не могли опереться на универсальную роль скорости света, которая была осознана лишь после открытия специальной теории относительности.
- 4) Были некоторые различия между формулами, описывающими электромагнитные взаимодействия частиц в рамках двух концепций. В теории поля они оказались более совершенными.
- 5) Решение дифференциальных уравнений в рамках теории поля давало ряд технических преимуществ по сравнению с более громоздкими рассуждениями в рамках концепции дальнего действия.

Были и другие факторы, как объективного, так и субъективного (психологического) характера.

Идеи и выводы немецкой физической школы середины XIX века намного опередили свое время. Во второй половине XIX века после работ М. Фарадея (1791–1867) и Д. К. Максвелла (1831–1879), увенчавшихся открытием уравнений электромагнитного поля, стало казаться,

что в рамках теории поля удается избежать многих трудностей прямого межчастичного взаимодействия. Концепция близкого действия тогда представлялась обладающей рядом неоспоримых преимуществ. И в последней четверти XIX века немецкая физическая школа, опиравшаяся на концепцию дальнего действия, уступила первенство английской физической школе; и более чем на столетие теория поля стала доминирующей.

Многие идеи и результаты немецкой физической школы середины XIX века оказались забытыми. В учебниках по физике первой половины XX века нередко утверждалось, что развитие физики продемонстрировало ошибочность концепции дальнего действия. Так, О. Д. Хвольсон (1852–1934) в широко известном в 20-е годы «Курсе физики» посвятил концепции дальнего действия специальный параграф, который начинался словами: «Термином „*actio in distans*“, т. е. „действие на расстоянии“ обозначается одно из наиболее вредных учений, когда-либо господствовавших в физике и тормозивших ее развитие: это — учение, допускавшее возможность непосредственного действия чего-либо (А) на что-либо (В), находящееся от него на определенном и столь большом расстоянии, что соприкосновение между А и В происходить не может. (...) В настоящее время успело сделаться общим достоянием убеждение, что *actio in distans* не должна быть допускаема ни в одной области физических явлений. (...) Современная наука противится мысли о дальнем действии; считает невозможным, чтобы какое-либо тело действовало там, где оно не находится (курсив О. Д. Х.), и заменила дальнее действие близким действием, при котором всякое действие может быть произведено только в ближайшем соседстве с источником этого действия» [110, с. 181–183]. Завершая данный параграф, автор предупреждал «юных читателей не вдаваться в эту область фантазий», имея в виду учение о дальнем действии.

1.2.2. Доводы в пользу концепции дальнего действия

Однако идеи, сформулированные в рамках концепции дальнего действия, не были окончательно утрачены и получили свое развитие в работах Э. Маха, воспитанного в среде немецкой физической школы середины XIX века. Благодаря его глубокому критическому анализу оснований ньютоновой механики и представлений об абсолютных пространстве и времени, физика значительно продвинулась вперед. Так, рассматривая в своей книге «Познание и заблуждение» соотношение концепций дальнего действия и близкого действия, он писал: «Мысль Ньютона о силах, действующих на расстоянии, была великим умственным событием, которое позволило в течение одного столетия построить однородную

математическую физику. В этой мысли выразилась некоторая духовная *дальнозоркость*. Он видел факт ускорений на расстоянии и признал его важное значение; посредники, передающие эти ускорения, казались ему неясными, и он до времени оставлял их без внимания» [57, с. 420].

Проблему соотношения двух концепций рассматривал также А. Пуанкаре (1854–1912) в «Последних мыслях»: «Нам представляется, что мы лучше понимаем передачу действия путем соприкосновения, нежели действие на расстоянии. Это последнее содержит в себе нечто таинственное, естественно наводящее на мысль о некотором вмешательстве в наш мир извне, и именно поэтому я говорю сейчас, что механицизм пронизан материализмом. Призвание ученых состоит в том, чтобы устранять все таинственное и тем самым всегда продвигаться хотя бы немного вперед. (...) И когда где-нибудь обнаруживают действие на расстоянии, стремятся представить себе и промежуточную среду, которая обладает свойством передавать это действие от точки к ближайшей точке. Однако на этом пути продвинулись не слишком-то далеко, ибо если эта среда непрерывна, то это не дает никакого удовлетворения нашей привязанности к простоте, т. е. нашей потребности все понимать. Если же она состоит из атомов, то атомы не могут находиться в постоянном соприкосновении, хотя они и расположены на очень малых расстояниях друг от друга, равных, по всей видимости, одной миллиардной миллиметра. Но это все-таки конечное расстояние и его значение такого же характера, как и километра, — для философа это в принципе одно и то же. Ведь необходимо, чтобы действие передавалось от одного атома к другому — только так оно становится действием на расстоянии» [74, с. 490].

Идеи дальнего действия были возрождены в 20-х годах XX века в работах К. Шварцшильда (1873–1916), Г. Тетроде и А. Д. Фоккера (1887–1972), благодаря которым концепция прямого межчастичного взаимодействия получила четкую математическую формулировку. Было показано, что теория электромагнетизма, построенная на ее основе, согласуется с теорией Максвелла для статических и стационарных электромагнитных явлений. Тогда же были выявлены и основные трудности, препятствовавшие развитию этой теории. Главная из них состояла в равноправности запаздывающих и опережающих взаимодействий.

В нашей стране концепция дальнего действия активно отстаивалась Я. И. Френкелем (1894–1952) [107–109], утверждавшим, что «мы должны считать фундаментальной реальностью не поле, но материю, т. е. движение и взаимодействие материальных частиц, а электромагнитное поле рассматривать как вспомогательную конструкцию, служащую для более удобного описания этого взаимодействия. Наконец, я полагаю, что оно представляет собой дальнее действие, которое мы никоим образом

не должны сводить к какому-то действию и близкоддействию, осуществляющемуся через какую-либо промежуточную материальную среду или при помощи материализованных силовых линий. (...) Позвольте прежде всего доказать вам, что физическим абсурдом является именно представление о близкоддействии, а физической реальностью, физически обоснованным является представление о дальнедействии. Как нам ни трудно представить себе это дальнедействие, да еще запаздывающее, все же нам необходимо сделать соответствующее усилие для того, чтобы освободиться от тех привычек, которые сложились у нас в эпоху, когда наши познания были недостаточны» [107, с. 25]. «Разрешите мне сейчас проанализировать понятие близкоддействия так, как оно фигурирует в теории Фарадея, так, как его представлял себе Максвелл, и показать вам, что это близкоддействие, действующее через промежуточную среду, представляет собой только иллюзию, только замаскированное дальнедействие. Не дальнедействие оказывается необходимым сводить к близкоддействию, а, наоборот, близкоддействие к дальнедействию» [107, с. 73].

В защиту своей позиции Френкель приводил три основных довода. Первый довод, названный им **антропоморфным**, состоит в том, что у нас укоренились представления о воздействии на предметы через непосредственное соприкосновение.

Второй довод, который назовем **прагматическим**, кроется в привычке физиков оперировать дифференциальными уравнениями, обычно ассоциируемыми со сплошной средой. Дифференциальное исчисление составляет основу математического аппарата современной физики, и пока не было видно возможностей опереться на иные, достаточно богатые математические методы, позволившие бы развить реляционный подход к физике.

Третий довод, наиболее существенный, назовем **кардинальным**. Он близок к содержавшемуся в уже упомянутом высказывании А. Пуанкаре. Френкель говорил: «Если частицы, из которых состоит рассматриваемое тело, отделены друг от друга пустыми промежутками, то каким образом они действуют друг на друга? Вы можете сказать, что когда одно тело толкает другое, то одни частицы нажимают на соседние и таким образом осуществляется непосредственное соприкосновение. Ну а если вы тело растягиваете, как тогда действуют соседние частицы его друг на друга?» [107, с. 76] Он утверждал, что введение новой межмолекулярной среды «нисколько не решает вопроса о сведении дальнедействия к близкоддействию, а лишь сводит дальнедействие на очень малых расстояниях к дальнедействию на еще меньших расстояниях».

Добавим к этому четвертый довод, **релятивистский**. Концепция близкоддействия опирается, по существу, на нерелятивистское понятие

контакта, означающее, что взаимодействие осуществляется, когда расстояние между частицами i и k стремится к нулю ($r_{ik} \rightarrow 0$). Частица взаимодействует с полем, находящимся в этой же точке, затем поле последовательно передает воздействие от одной точки пространства к другой, бесконечно близкой, по цепочке, пока не достигнет положения второй частицы. В релятивистской теории, как известно, время и пространство объединяются в одно 4-мерное многообразие. Релятивистски инвариантное понятие расстояния r_{ik} следует заменить на релятивистски инвариантное понятие интервала $s_{ik} = \sqrt{c^2 t_{ik}^2 - r_{ik}^2}$. Тогда релятивистское понятие контакта означает $s_{ik} \rightarrow 0$, что соответствует взаимодействию (контакту) частиц на изотропных конусах с вершинами в местах расположения частиц. В этом смысле *можно считать теорию запаздывающего дальнего действия более соответствующей релятивистской идеологии (теории относительности), нежели общепринятую теорию поля.*

Укоренились представления о переносе света фотонами, распространяющимися от источника через все промежуточные точки до приемника (до нашего глаза). А как же иначе? Утверждается, что об этом якобы свидетельствует огромное количество экспериментов. Однако стоит задуматься, действительно ли эти эксперименты свидетельствуют о том, что каждый из фотонов непосредственно проходит через *все промежуточные точки пространства* от источника до глаза? Возьмем конкретный фотон и попытаемся его обнаружить где-то между источником и глазом. Как только мы его зафиксируем, он уже в наш глаз не попадет. Попасть могут только другие фотоны, о каждом из которых можно сказать то же самое. Таким образом, эксперименты не доказывают прохождения каждого отдельно взятого фотона через все промежуточные точки пространства от источника до глаза.

Однако эти и другие доводы в пользу реляционного подхода в физике в XX веке не оказались в центре внимания. Тем не менее концепция дальнего действия все же оказала заметное влияние на науку. Так А. Эйнштейн, создавая общую теорию относительности, мыслил в русле концепции дальнего действия. Он писал: «По мнению Маха, в действительно рациональной теории инертность должна, подобно другим ньютоновским силам, происходить от взаимодействия масс. Это мнение я в принципе считал правильным» [130, с. 268]. Другой пример представляют результаты Р. Фейнмана и Ю. Швингера по квантовой электродинамике, за которые им в 1965 году была присуждена Нобелевская премия (см. [97]).

Исследования в рамках концепции дальнего действия наиболее далеко были продвинуты созданием теории прямого межчастичного взаимодей-

ствия Фоккера—Фейнмана, в которой среди первичных понятий отсутствовали поля переносчиков взаимодействий, а вместо них фактически вводились отношения между взаимодействующими объектами. Однако развитие этой теории остановилось на полпути. Описав реляционным образом физические взаимодействия, теория не затронула сути классического пространства-времени, — оно осталось прежним. Но сам факт отказа от полей переносчиков взаимодействий свидетельствует о потере пространством-временем одного из главных своих назначений — быть фоном, на котором определены и распространяются поля в концепции близкодействия. Это отмечалось многими исследователями концепции дальнего действия, приходившими к выводу о *реляционном характере самого пространства-времени*.

1.3. Роль отношений в квантовом мире

До сих пор обсуждался вопрос о реляционном подходе в классической физике. Есть достаточно оснований утверждать, что роль отношений (и вообще реляционного подхода) еще более возрастает в квантовой физике. При этом, как и в случае классической физики, следует отдельно рассмотреть геометрический аспект, состоящий в использовании классического пространства-времени, и описание собственно квантово-механических закономерностей в их реляционном понимании.

1.3.1. Классическое пространство-время и квантовая механика

Общепринятая квантовая теория строится в рамках классического пространства-времени с использованием ряда специфических понятий и постулатов. Это дает основание полагать, что в масштабах квантовой механики ($l \sim 10^{-7}$ см) классические пространственно-временные отношения сохраняют силу. Однако имеется и иная точка зрения, состоящая в том, что вводимые дополнительные понятия свидетельствуют о необходимости замены классических пространственно-временных представлений на нечто иное, что временно удается имитировать дополнительными соображениями общепринятой квантовой теории. Эту мысль высказал один из создателей квантовой механики Луи де Бройль, который писал: «Понятия пространства и времени взяты из нашего повседневного опыта и справедливы лишь для явлений большого масштаба. Нужно было бы заменить их другими понятиями, играющими фундаментальную роль в микропроцессах, которые бы асимптотически переходили при переходе от элементарных процессов к наблюдаемым

явлениям обычного масштаба в привычные понятия пространства и времени. Стоит ли говорить, что это очень трудная задача? Было бы удивительно, если бы оказалось возможным когда-нибудь исключить из физической теории понятия, представляющие самую основу нашей повседневной жизни. Правда, история науки показывает удивительную плодотворность человеческой мысли и не стоит терять надежды. Однако пока мы не добились успеха в распространении наших представлений в указанном направлении, мы должны с большими или меньшими трудностями втиснуть микроскопические явления в рамки понятий пространства и времени, хотя нас все время будет беспокоить чувство, что мы пытаемся втиснуть алмаз в оправу, которая ему не подходит» [12, с. 187].

Подобный вопрос ставил А. Эйнштейн, замечая, что «введение пространственно-временного континуума может считаться противоестественным, если иметь в виду молекулярную структуру всего происходящего в микромире», но в то же время полагал, что отказ от пространственно-временного континуума «смахивает на попытку дышать в безвоздушном пространстве» [130, с. 223]. Действительно, при рассмотрении, например, строения атома уже невозможно утверждать, что электрон находится в какой-то определенной точке, а приходится говорить о некотором стационарном состоянии, которое можно вложить в классическое пространство-время в виде некоторого облака возможных положений (амплитуды вероятности) вокруг ядра. Точно так же невозможно описывать переходы между состояниями электрона в виде каких-то классических траекторий при испусканиях и поглощениях электромагнитного излучения.

Одним из наиболее существенных атрибутов классического пространства-времени является его непрерывность, на которой основана вся концепция близкодействия и, следовательно, доминирующая ныне в физике теория поля. Но, как это ни парадоксально, квантовая физика, построенная в рамках теории поля, одновременно ставит под вопрос свойство непрерывности. Об этом неоднократно писал Р. Фейнман: «Теория, согласно которой пространство непрерывно, мне кажется неверной, потому что она приводит к бесконечно большим величинам и другим трудностям» [97, с. 184].

Если согласиться с тем, что квантовая механика свидетельствует о том, что в микромире теряют силу закономерности классического пространства-времени и нужно их заменить некими новыми, то это еще не означает, что новые закономерности должны иметь реляционный характер. Некоторые исследователи пытаются заменить классическое пространство-время на нечто иное, также самостоятельное, например,

на некую дискретную решетку, в узлах которой могут находиться частицы.

1.3.2. Реляционная сущность квантовой механики

1. Имеется достаточно оснований утверждать, что закономерности квантовой механики имеют реляционную сущность. И главным доводом здесь выступает то, что **квантовая механика имеет вероятностный характер**, поскольку в ней решаются задачи нахождения вероятностей (амплитуд вероятностей) переходов микросистем из одного состояния в другое. Но следует заметить, что вся (классическая, общепринятая) **теория вероятностей имеет сугубо реляционный характер**. Ведь в качестве ключевого понятия используется вероятность W_{ab} перехода между двумя состояниями a и b — вещественное число, являющееся не чем иным, как отношением одного состояния к другому.

Если согласиться с тем, что квантовая теория имеет реляционный характер, то сразу же вспоминается долголетняя дискуссия о природе классического пространства-времени — субстанциальной или реляционной. Признание реляционного характера квантовой механики должно свидетельствовать в пользу именно реляционного характера как самого пространства-времени, так и той сущности, что должна заменить его в микромире.

2. Теория вероятностей, имея реляционный характер, содержит в себе ряд положений, которые лежат в фундаменте любой реляционной теории. Так, исходным положением в классической теории вероятностей является задание множества состояний системы \mathcal{M} и матрицы вероятностей переходов W_{ab} (отношений) между этими состояниями. На вероятности (отношения) наложен ряд условий. В теории вероятностей постулируется, что, во-первых, вероятности описываются неотрицательными вещественными числами, и, во-вторых, сумма матричных элементов любой строки (для любого элемента a) матрицы вероятностей переходов равна единице:

$$\sum_b W_{ab} = 1. \quad (1.3.1)$$

Еще одним ключевым постулатом является определение вероятности перехода системы из одного состояния a в другое состояние c через одно из промежуточных состояний b :

$$W_{ac} = \sum_b W_{ab} W_{bc}, \quad (1.3.2)$$

где суммирование производится по всем промежуточным состояниям b .

3. Реляционные теории могут отличаться друг от друга условиями, налагаемыми на отношения между состояниями. Так, согласно Фейнману [95], в квантовой механике постулируются иные условия на отношения между состояниями (между элементами теории). В ней понятие вероятности заменяется на новое отношение — на понятие амплитуды вероятности φ_{ab} перехода между состояниями, которое имеет не вещественное, а комплексное значение. Классическая вероятность определяется через квадрат модуля амплитуды вероятности

$$W_{ab} = |\varphi_{ab}|^2, \quad (1.3.3)$$

тогда как условие вида (1.3.2) теперь записывается для амплитуды вероятности:

$$\varphi_{ac} = \sum_b \varphi_{ab} \varphi_{bc}. \quad (1.3.4)$$

На основании этих и ряда других соображений Р. Фейнман развил новую (реляционную) формулировку квантовой механики, третью после наиболее известной предингеровской и матричной гейзенберговской формулировок. В литературе она более известна как фейнмановский метод континуального интегрирования (или метод квантования суммированием по историям).

4. Понятия состояния и амплитуды вероятности более строго формулируются в аксиоматиках квантовой механики. Одна из первых была развита П. А. М. Дираком [36]. В ней были использованы понятия и методы теории гильбертова пространства и его обобщений. Ключевой характер имеют аксиомы векторных пространств, характеризующие свойства состояний квантовых систем, и аксиомы скалярных произведений, — своеобразная метрика, характеризующая свойства отношений, — амплитуд вероятностей.

5. В аксиоматике Дирака и в современной квантовой теории присутствует чрезвычайно важное новое обстоятельство, отсутствовавшее в реляционных представлениях о пространстве-времени и в первых вариантах квантовой теории, — введены два вида векторных пространств, описывающих начальные и конечные состояния систем. Амплитуды вероятности задаются между векторами (элементами) двух противоположных множеств. Как будет показано ниже, это фактически означало основание нового вида реляционных теорий — бинарных (теорий бинарных систем отношений), которые будут играть ключевую роль в следующих частях этой книги.

6. Наивысшая стадия в развитии реляционного подхода к квантовой теории связана с введением метода S -матрицы. В его основу положено

задание двух видов состояний микросистем (элементов) — начальных состояний $\Phi(i)_{(-\infty)}$ (на минус бесконечности) и конечных состояний $\Phi(\alpha)_{(+\infty)}$ (на плюс бесконечности). В S -матричном подходе задачей теории является нахождение амплитуд вероятности (матричных элементов) $S_{i\alpha}$ переходов между парами состояний. При этом вопросы о промежуточных моментах перехода между состояниями считаются бессмысленными.

Идея S -матричного подхода была выдвинута Дж. Уилером и В. Гейзенбергом и развита в теорию S -матрицы в 60-х годах в трудах ряда авторов. Именно в то время большое внимание уделялось анализу оснований квантовой теории, причем в большинстве работ S -матрица вводилась как вторичное понятие, исходя из действия или лагранжианов теории поля. Однако рядом исследователей был избран иной путь — предлагалось так переформулировать квантовую теорию, чтобы столь естественное для реляционного миропонимания понятие S -матрицы стало исходным, тогда как более привычные понятия — волновые функции, уравнения, лагранжианы и другие — оказались вторичными, вспомогательными.

На S -матричный подход в то время возлагались большие надежды. Так, в первой половине 60-х годов Ф. Чью писал: «С новой точки зрения S -матрица представляется идеально подходящим инструментом для отыскания ключа к микромиру. Более того, по всей вероятности, этот ключ уже найден — он содержится в аналитичности элементов S -матрицы как функций импульсов входящих и выходящих частиц» [120]. В другой своей работе с характерным названием «Сомнительная роль пространственно-временного континуума в микроскопической физике» он высказался еще более определенно: «Фактически все предсказательные возможности, даваемые теорией поля, могут быть воспроизведены аналитической S -матрицей без какого-либо упоминания пространства-времени или полей. Это положение было впервые высказано Гелл-Манном в 1956 году и проверено большой серией последующих исследований, проведенных такими авторами, как Голдберг, Лоу, Мандельстам, Нишиджима, Ландау, Кутковский, Фройсдал, Стапп, Полкингорн и Гунсон. И это достижение является только началом» [121, с. 535]. Но случилось так, что затем по ряду причин эти исследования сошли на нет и в настоящее время многими забыты.

1.4. Макроскопическая природа классического пространства-времени

В настоящее время выдвинута фундаментальная задача вывода классических пространственно-временных отношений из понятий и закономерностей, присущих физике микромира. В основе одного из возможных решений данной проблемы лежит идея *макроскопической (статистической) природы классического пространства-времени* и других сопутствующих понятий общепринятой физики. Она состоит в том, что классические понятия, в том числе и пространственно-временные, справедливы лишь для достаточно больших (сложных) систем из элементарных частиц — макросистем — и возникают в результате своеобразного наложения (суммирования) огромного количества неких факторов, присущих микроявлениям. Согласно этой идее, многие привычные понятия физики можно уподобить таким понятиям термодинамики, как давление или температура.

Так, в работе Е. Циммермана с характерным названием «Макроскопическая природа пространства-времени» отмечалось: «Пространство и время не являются такими понятиями, которые имеют смысл для отдельных микросистем. (...) Наиболее фундаментальным следствием взаимодействия огромного числа таких микросистем является образование пространственно-временной решетки, которая приводит к справедливости классических понятий пространства и времени, но только в макроскопической области» [119].

Неоднократно высказывался по этому вопросу наш соотечественник, известный геометр П. К. Рашевский, пришедший к данной идее со стороны геометрии. В монографии «Риманова геометрия и тензорный анализ» он писал: «Между тем, трудно сомневаться в том, что макроскопические понятия, в том числе и наши пространственно-временные представления, на самом деле уходят своими корнями в микромир. Когда-нибудь они должны быть раскрыты как некоторый статистический итог, вытекающий из закономерностей этого мира — далеко еще не разгаданных — при суммарном наблюдении огромного числа микроявлений» [75, с. 258]. Далее он повторяет эту мысль: «Возможно, что и сам четырехмерный пространственно-временной континуум с его геометрическими свойствами окажется в конечном счете образованием, имеющим статистический характер и возникающим на основе большого числа простейших физических взаимодействий элементарных частиц» [75, с. 658].

Можно продолжить цитирование высказываний в русле идеи макроскопической природы пространства-времени. Однако при этом остро

встает вопрос: каковы микроскопические факторы или «физические характеристики окружающих событий», из которых посредством суммирования можно прийти к классическому пространству-времени?

В последней трети прошлого века была предпринята попытка ответить на этот вопрос с помощью моделирования классического пространства-времени, исходя из физики микромира, на основе твисторной программы Р. Пенроуза [70, 71, 88]. В одной из статей Р. Пенроуза с сотрудниками в этой связи отмечалось: «В предшествующих работах (Р. Пенроуза. — Ю. В.) было показано, что можно ввести понятие евклидова пространства, исходя из предела вероятности взаимодействия большой сети частиц, квазистатически обменивающихся спинами. При таком подходе евклидова структура возникает из комбинаторных правил, которым удовлетворяет полный угловой момент в релятивистской квантовой механике. (...) Мы надеемся, что развитие твисторной теории приведет в конечном счете к построению лоренцевых многообразий, которые будут служить моделями пространства-времени» [88, с. 132]. Но и эта программа пока не увенчалась успехом, хотя и способствовала привлечению внимания к идее макроскопической природы классического пространства-времени.

Анализ показывает, что **искомые факторы, на основе которых можно реализовать данную идею, могут быть найдены только в рамках реляционного миропонимания**, где рассматриваются отношения лишь между материальными объектами (событиями).

Если в свое время А. Эйнштейн называл отказ от априорного классического пространства «попыткой дышать в безвоздушном пространстве», то настоящая книга направлена именно на поиск возможности «дышать в безвоздушном пространстве», а точнее — на замену «воздушного» пространства некой более фундаментальной системой отношений. С этой целью в дальнейшем предлагается сначала рассмотреть вопросы, связанные с переформулировкой понятий геометрии и классической физики с реляционных позиций, а затем, перейдя к комплексифицированным бинарным системам отношений, раскрыть способ описания физики микромира без обращения к классическим пространственно-временным понятиям. А затем на этой основе выделить микроскопические факторы, из которых путем суммирования можно получать классические понятия.

1.5. Метафизический анализ состояния и тенденций развития физики

Изложенные выше соображения и идеи, несомненно, имеют фундаментальный характер, так как связаны с выбором первичных понятий и принципов построения физической (и не только физической) картины мира. Общефилософское звучание данной проблематики позволяет отнести ее к онтологии естествознания или к тому, что ранее называлось *метафизикой* (см. [27]). В связи с этим следует напомнить, что принципы метафизики играют ключевую роль в осмыслении состояния любой области научного знания, включая физику. Поэтому ниже сформулированы основополагающие метафизические принципы, на которые автор опирался в своей работе и которые позволяют охарактеризовать место реляционного подхода среди других исследовательских программ современной фундаментальной теоретической физики.

1.5.1. Метафизические парадигмы в физике

Метафизика, понимаемая как учение о первичных (предельных) принципах и началах (категориях) бытия, знания, культуры, проявляется в двух подходах к реальности: холистическом и редуccionистском. Холизм основан на таком понимании мира, при котором целое рассматривается как доминирующее и предшествующее своим частям. Холизму противостоит редуccionизм, расщепляющий единое на части, понимаемые как предшествующие целому. Оба этих подхода имели важное значение и дополняли друг друга в процессе развития естествознания (физики).

Чрезвычайно важным фактором метафизического характера является выделенность в редуccionистском подходе троичности базисных начал (частей целого). В фундаментальной теоретической физике это три физические (метафизические) категории: **(П-В) пространство-время**, **(Ч) частицы** (на квантовом уровне — фермионы) и **(П) поля переносчиков взаимодействий** (бозонов: фотонов, Z-бозонов, глюонов и т. д.). Принято полагать, что в физике изучаются тела (частицы), которые находятся не иначе, как в пространстве-времени, и взаимодействуют друг с другом через поля: гравитационное, электромагнитное и др.

Поскольку в учебниках и большинстве книг по физике названные категории обычно рассматриваются как самостоятельные и допускается изучение свойств пространства-времени без материи и рассмотрение свободных полей (без частиц-источников), теории такого рода отнесем к (редуccionистской) *триалистической метафизической парадигме*.

Под *парадигмой* будем понимать систему понятий, категорий и принципов, определяющих основания и характер теории.

В XX веке в теоретической физике доминировали теории (программы), в которых физическая картина мира строилась не на трех, а на меньшем числе из названных или обобщенных метафизических категорий. Значительные результаты были получены в построении теорий на базе двух метафизических категорий: обобщенной, объединяющей в себе две категории, и оставшейся. Такие теории будем называть *дуалистическими*. Но поскольку имеются три варианта объединения двух категорий из трех, следует различать три типа метафизических дуалистических парадигм или, другими словами, *три миропонимания* одной и той же физической реальности (видения мира под разными углами зрения).

Представим единое физическое мироздание в виде куба, построенного на трех осях, соответствующих вышеназванным метафизическим категориям триалистической парадигмы (см. рис. 1.1). Одна из вершин

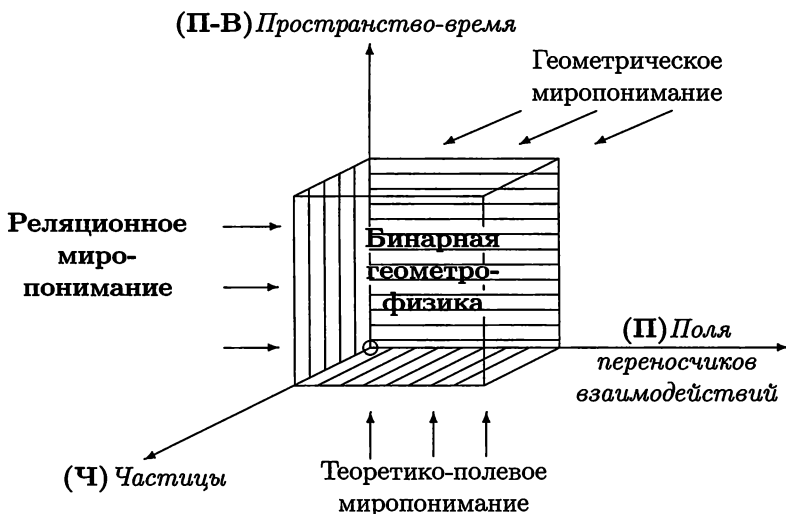


Рис. 1.1. Куб физического мироздания, построенный на трех метафизических категориях

куба выбрана в качестве начала координатных осей, олицетворяющих три категории: по вертикали — категория пространства-времени, по горизонтали вправо — категория полей переносчиков взаимодействий, по горизонтали вперед — категория частиц. Можно сказать, что физические теории триалистической парадигмы описывают мироздание через своеобразные проекции на оси-ребра куба.

Теоретико-полевым миропониманием назван вариант теорий, основанный на объединении категорий частиц и полей в обобщенную категорию поля. Такие теории принято называть теориями поля. На рисунке теоретико-полевое миропонимание соотносится со взглядом на куб снизу. Этот подход определял главное, можно сказать, магистральное направление развития физики XX века. К теориям этой парадигмы относятся квантовая механика и квантовая теория поля, в которых симметричным образом рассматриваются (бозонные) поля переносчиков взаимодействий и (фермионные) поля частиц. Апогеем этого подхода стало открытие во второй половине прошлого века суперсимметричных преобразований между фермионными и бозонными волновыми функциями. Эта же линия продолжается в столь модных в последние десятилетия исследованиях суперструн и супермембран. Данный подход, освещенный во множестве обзоров и монографий, позволил вскрыть существенные закономерности исследуемой физической реальности.

Геометрическое миропонимание охватывает геометрофизику [28], в которой центральное место занимает эйнштейновская общая теория относительности. Сюда же входят многомерные геометрические модели единой теории гравитации и других видов физических взаимодействий. Ряд идей и методов геометрического миропонимания позволяет взглянуть иные черты оснований физики. На рисунке это миропонимание соответствует взгляду на куб физической реальности со стороны его задней грани, характеризующей ортами категорий пространства-времени и полей переносчиков взаимодействий.

Реляционное миропонимание отражает взгляд на физическую реальность с позиций категорий пространства-времени и частиц. К нему, прежде всего, относится теория прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана (см. [20]), основанная на концепции дальнего действия, альтернативной общепринятой концепции ближнего действия, воплощенной в теории поля. Этот подход в минувшем столетии составлял боковую ветвь в теоретической физике, хотя и способствовал получению ряда первоклассных результатов, таких как создание теории относительности, построение квантовой электродинамики и ряда других.

Более детальное рассмотрение дуалистических парадигм показывает [27], что в каждом из трех названных миропониманий следует различать пары возможностей, в которых находят отражение два способа перехода от трех категорий к двум, а именно:

- 1) две прежние категории заменяются одной обобщенной при сохранении неизменной третьей;
- 2) обе новые категории являются обобщенными.

Таким образом, следует говорить об *иерархии из восьми метафизических парадигм*, где две крайние позиции занимают исходная (на начало XX века) триалистическая и искомая монистическая парадигмы.

В этой связи следует отметить, что теории из разных метафизических парадигм фактически представляют собой видения одной и той же физической реальности под разными углами зрения. При этом нельзя забывать, что параллельное существование теорий из нескольких парадигм ставит ряд проблем по согласованию разнородных понятий и принципов, зачастую принимающих характер парадоксов. Это будет касаться и согласования развиваемого здесь реляционного подхода с понятиями и принципами более известных теоретико-полевого и геометрического миропониманий.

1.5.2. Ведущая тенденция развития физики

Анализ развития теоретической физики прошедшего столетия свидетельствует о настойчивом поиске единой теории, опирающейся на одну обобщенную категорию. Это позволяет говорить об общей тенденции построения теории в рамках монистической парадигмы. Вместе с тем есть основания утверждать, что названные шесть дуалистических парадигм, представленных в современной теоретической физике, имеют промежуточный характер на пути от триалистической (редукционистской) парадигмы к монистической (холистической).

В настоящий момент представители разных школ (миропониманий) занимаются поиском возможного перехода от той или иной из шести дуалистических парадигм к монистической. Фактически одна и та же задача решается, исходя из разных позиций. И здесь встает принципиально важный вопрос метафизического характера: какая из дуалистических парадигм позволит решить проблему перехода к монистической парадигме? Или точнее, какой теоретико-методологический подход позволит сделать это раньше?

Наибольшие перспективы в решении этой проблемы открываются в рамках реляционного миропонимания, которому посвящена эта книга. Поэтому, приступая к изложению ее основной проблематики, сделаем необходимые уточнения. Под реляционными основаниями физики понимаются принципы **бинарной геометрофизики**, которые вбирают в себя ключевые идеи трех названных миропониманий и делают возможным вывод основных понятий известных ныне физических теорий. На рис. 1.1 реляционное миропонимание выделено жирным шрифтом, а разрабатываемая на его основе бинарная геометрофизика

изображена в центре куба, олицетворяющего единую и нераздельную физическую реальность.

Кратко перечислим ключевые идеи трех физических миропониманий, которые проанализированы в следующих главах и в переработанном виде составят фундамент бинарной геометрофизики.

Реляционное миропонимание позволяет освободиться от ряда таких иллюзорных представлений, как самостоятельный, априорный характер понятия пространства-времени и некоторых других, и опереться на понятие отношения между физическими событиями. Для реализации этого подхода используется теория систем отношений. В первой части книги изложена реляционная интерпретация категории классического пространства-времени (геометрии) и теории классических (не квантовых) физических взаимодействий.

Теоретико-полевое миропонимание, разработанное для описания, главным образом, закономерностей физики микромира, диктует переход от унарных вещественных систем отношений к бинарным системам комплексных отношений, которые можно трактовать как особый вид бинарной геометрии, из которой выводится обычная (унарная) геометрия и основные понятия современной квантовой теории и теории физических взаимодействий. Развитие идей теоретико-полевого миропонимания определило содержание второй части книги.

Геометрическое миропонимание вскрыло многомерный характер пространственно-временных отношений, которые нашли отражение в многомерных геометрических моделях типа теорий Т. Калуцы и О. Клейна. Данный комплекс идей органично вошел в бинарную геометрофизику в виде своеобразной многомерной бинарной геометрии, на основе которой объединяются теории известных видов физических взаимодействий. Эти вопросы подробно изложены в третьей и четвертой частях книги.

Завершая краткий метафизический анализ оснований физики, подчеркнем, что дискуссии о выборе субстанциальных или реляционных представлений о природе пространства и времени и о перспективности одной из концепций дальнего действия или ближнего действия были обусловлены наличием третьего, реляционного пути развития фундаментальной физики, которому не уделялось должного внимания в минувшем веке. Вместе с тем, реляционный подход может дополнить представления об окружающем мире и тем самым способствовать решению ряда фундаментальных проблем теоретической физики.

Реляционная концепция классического пространства-времени

Приступая к переформулировке геометрии с реляционных позиций, выделим два существенных обстоятельства. Первое из них состоит в понимании геометрии как части физики, имеющей с ней общие основания. Соображения такого рода высказывались еще в XIX веке. Так, Б. Риман в своем мемуаре «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» при рассмотрении вопроса о метрических отношениях в малом писал: «Здесь мы стоим на пороге области, принадлежащей другой науке — физике, и переступить его не дает нам повода сегодняшний день» [76, с. 33]. Эта позиция была отмечена А. Эйнштейном, который дал ей высокую оценку: «Риман пришел к смелой мысли, что геометрические отношения тел могут быть обусловлены физическими причинами, т. е. силами. Таким образом, путем чисто математических рассуждений он пришел к мысли о неотделимости геометрии от физики» [76, с. 26].

Второе обстоятельство связано с тем, что концепция близкодействия, немыслимая без категории пространства-времени, фактически опирается на понятие мирового эфира. Последний очищен от ряда ранее приписываемых ему свойств, таких как упругость, плотность, скорость и т. д., и в этом виде назван пространством-временем. Концепция дальнодействия призвана окончательно освободить физику от понятия мирового эфира.

Реляционный взгляд на классическое пространство-время означает ее представление в виде теории отношений между физическими точками-событиями. Поскольку в 4-мерной теории в качестве отношений выступают интервалы, обобщающие 3-мерные расстояния, напомним, что еще Э. Мах в книге «Познание и заблуждение» [57] обсуждал вопрос об описании геометрии, исходя непосредственно из понятий расстояний, минуя координаты. Примечательно, что Мах упоминал в ней еще более ранние работы: «Интересную попытку обосновать евклидову и неевклидову геометрию на одном понятии расстояния мы находим у Де Тилли (1880 г.)» [57, с. 363].

В этой главе сформулированная программа осуществляется для случая 4-мерных пространственно-временных отношений.

2.1. Основные понятия теории унарных систем отношений

1. В самой простой математической модели реляционной физической теории вводится одно множество элементов произвольной природы, между которыми определены (числовые) отношения, обладающие специальными алгебраическими свойствами. Забегая вперед, отметим, что для построения теории на одном множестве элементов будет введено два вида отношений, соответствующих двум физическим категориям дуалистической реляционной парадигмы. По этой причине выделим общие (универсальные) черты теории унарных систем отношений.

В математическом плане понятие элемента множества является примитивом теории, т. е. оно удовлетворяет ниже сформулированным свойствам и далее не определяется. В физическом плане в качестве элементов могут выступать геометрические точки, точки-события теории относительности, физические тела, элементарные частицы и т. д.

В общем случае отношение между элементами — это вещественное или, в дальнейшем, комплексное число, сопоставляемое паре, тройке, четверке и т. д. элементов, принадлежащих одному или разным множествам. В качестве отношений между элементами могут выступать расстояния между точками, метрика, скалярные произведения векторов, вклады в действия частиц, обусловленные их взаимодействием и т. д. Наиболее важными являются случаи, когда числа сопоставляются парам элементов. Именно таковыми являются метрические отношения в общепринятой геометрии или в теории линейных пространств. В этой книге главное внимание уделяется теории с парными отношениями, хотя в дальнейшем рассматриваются тройные и более сложные отношения.

2. Поскольку мироздание характеризуется чрезвычайно большим (или даже бесконечным) количеством элементов, то отношения между ними можно представить в виде гигантской квадратной матрицы:

$$M_{world}^{(1)} = \begin{pmatrix} & a & b & c & \dots & i & j & k & l & m & \dots \\ a & a_{aa} & a_{ab} & a_{ac} & \dots & a_{ai} & a_{aj} & a_{ak} & a_{al} & a_{am} & \dots \\ b & a_{ba} & a_{bb} & a_{bc} & & a_{bi} & a_{bj} & a_{bk} & a_{bl} & a_{bm} & \\ c & a_{ca} & a_{cb} & a_{cc} & & a_{ci} & a_{cj} & a_{ck} & a_{cl} & a_{cm} & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ i & a_{ia} & a_{ib} & a_{ic} & & a_{ii} & a_{ij} & a_{ik} & a_{il} & a_{im} & \\ j & a_{ja} & a_{jb} & a_{jc} & & a_{ji} & a_{jj} & a_{jk} & a_{jl} & a_{jm} & \\ k & a_{ka} & a_{kb} & a_{kc} & & a_{ki} & a_{kj} & a_{kk} & a_{kl} & a_{km} & \\ l & a_{la} & a_{lb} & a_{lc} & & a_{li} & a_{lj} & a_{lk} & a_{ll} & a_{lm} & \\ m & a_{ma} & a_{mb} & a_{mc} & & a_{mi} & a_{mj} & a_{mk} & a_{ml} & a_{mm} & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & & & & & & & & & & \dots \end{pmatrix} \quad (2.1.1)$$

Работать с такой матрицей чрезвычайно трудно.

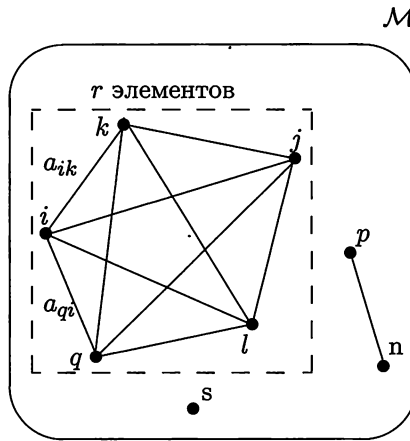


Рис. 2.1. Унарная система парных отношений (на одном множестве элементов)

3. Существование симметрий, являющихся замечательным свойством мирового устройства, позволяет отвлечься от гигантской мировой матрицы и рассматривать свойства (законы) отношений между некими конечными числами элементов, причем эти свойства оказываются справедливыми и для всех других аналогичных наборов элементов. На этом основана теория систем отношений. В ней полагается, что мировая матрица парных отношений вырождена в том смысле, что ее определитель равен нулю. При этом постулируется существование закона системы отношений, согласно которому имеется минимальный порядок, начиная с которого и выше, диагональные миноры (или некоторые комбинации миноров) мировой матрицы обращаются в нуль. Закон связывает между собой все возможные парные отношения между фиксированным числом элементов, названным рангом (r) закона. Обозначая парные отношения между элементами i и k через a_{ik} , можно записать закон в виде равенства нулю функции $\Phi_{(r)}$ от $r(r-1)/2$ парных отношений a_{ik}

$$\Phi_{(r)}(a_{ik}, a_{ij}, \dots, a_{jk}, \dots) = 0. \tag{2.1.2}$$

Эта функция соответствует минору (или комбинации миноров) выделенного порядка.

На рис. 2.1 из общего числа элементов мира выделена совокупность из r элементов, для которых пишется закон. В самом общем случае можно было бы говорить о законах различных рангов (см. [49]).

4. Постулируется, что элементы мировой матрицы обладают свойством фундаментальной симметрии: в законе (2.1.2) вместо одного

конкретного набора из r элементов: i, k, j, \dots можно выбрать набор из каких угодно других r элементов: p, m, n, \dots

Как известно, понятие симметрии пронизывает всю современную физику, однако, как правило, симметрии описываются на языке групп Ли. На первый взгляд, не видно никакой связи между группами Ли и фундаментальными симметриями в теории систем отношений. Однако это не так. Если сверх фундаментальной симметрии еще постулировать непрерывность, т. е. наложить требование, согласно которому множество элементов образует многообразие, то условие фундаментальной симметрии законов вида (2.1.2) позволяет перейти к конкретным группам Ли [62].

5. Элементы системы отношений характеризуются набором параметров, число которых определяется рангом закона. Это следует из того, что в законе (2.1.2) можно выделить $r - 2$ элемента и считать их эталонными или базисными, т. е. раз и навсегда заданными. (Например, на рис. 2.1 таковыми можно считать элементы j, l, q .) Тогда закон (2.1.2) можно трактовать как определение отношения a_{ik} между двумя произвольными (неэталонными) элементами i и k через их отношения к $r - 2$ эталонным элементам, образующим базис системы отношений. При этом отношения между элементами базиса считаются изначально заданными для данной системы отношений. Отношения произвольных элементов к эталонным (или некоторые функции от этих отношений) играют роль координат элементов (точек) в заданном базисе. Таким образом, понятие ранга r системы отношений соответствует размерности n в геометрии — между ними имеется однозначная связь

$$r = n + 2. \quad (2.1.3)$$

6. Переходы между базисами в теории систем отношений генерируют преобразования параметров элементов, которые в общепринятых геометриях соответствуют допустимым координатным преобразованиям. Характер этих преобразований зависит, во-первых, от вида закона системы отношений и, во-вторых, от конкретного выбора используемых базисов (наборов эталонных элементов).

7. Фундаментальными отношениями названы миноры максимального порядка $r - 1$, выделяемые из определителя в законе системы отношений. Они строятся из отношений между $r - 1$ элементами и играют чрезвычайно важную роль в теории систем отношений.

Самым существенным свойством теории систем отношений и всего реляционного подхода является то, что в них не вводится каких-либо внешних (посторонних) понятий, как это делается в общепринятых физических теориях. Все необходимое для построения теории будет

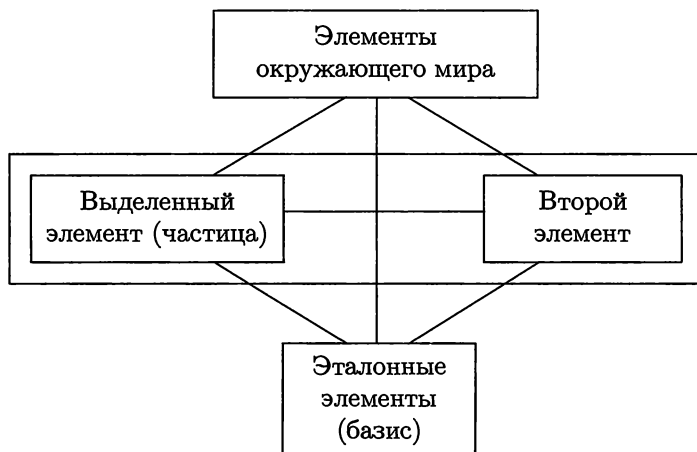


Рис. 2.2. Три составные части категории частиц

возникать из вида законов систем отношений и миноров определителей, характеризующих законы.

8. Таким образом, все элементы множества M унарной системы отношений разбиваются на три составные части (подмножества), включающие:

- 1) *элементы (точки, частицы, тела или события), непосредственные отношения между которыми рассматриваются;*
- 2) *эталонные элементы (базис), относительно которых определяются все параметры рассматриваемых элементов;*
- 3) *все прочие элементы (точки, частицы, тела, события) окружающего мира (Вселенной).*

Три названные составные части изображены на рис. 2.2. В физической теории первая из указанных частей может определяться парой элементарных частиц или достаточно сложных макрообъектов. Вторая часть в теориях всех трех миропониманий обычно представляет собой макрообъект (макроприбор). Третья составляющая в общепринятых теориях лишь неявно подразумевается, но она играет важную роль в геометрофизике и, особенно, в реляционном миропонимании.

2.2. Пространство-время Минковского как система отношений между событиями

1. Известно, что ключевым понятием теории относительности является событие (или точка-событие), а ее основное содержание состоит в описании отношений между событиями. Таковыми являются интер-

валы. Очевидно, что событие может происходить лишь с участием материальных объектов. (Теория относительности не требует наличия континуума точек-событий, — достаточно существования их дискретного набора.) На этом основании можно считать, что в реляционном подходе к пространству-времени Минковского мы имеем дело с новой обобщенной категорией, которая заменяет прежние категории пространства-времени и частиц (материальные объекты, участвующие в событии). Строго говоря, без материальных объектов нет точек-событий и нет оснований говорить отдельно о категории пространства-времени. Неслучайно Эйнштейн, создавая общую теорию относительности, мыслил в духе принципа Маха, т. е. в реляционных понятиях.

2. Для реляционной формулировки теории пространства-времени Минковского закон *унарной системы вещественных отношений* (УСВО) записывается через так называемый *определитель Кэли—Менгера* для 6 точек-событий i, k, a, b, c, d :

$$\Phi_{(6;a)} \equiv D_{ikabcd} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s_{ik}^2 & s_{ia}^2 & s_{ib}^2 & s_{ic}^2 & s_{id}^2 \\ 1 & s_{ki}^2 & 0 & s_{ka}^2 & s_{kb}^2 & s_{kc}^2 & s_{kd}^2 \\ 1 & s_{ai}^2 & s_{ak}^2 & 0 & s_{ab}^2 & s_{ac}^2 & s_{ad}^2 \\ 1 & s_{bi}^2 & s_{bk}^2 & s_{ba}^2 & 0 & s_{bc}^2 & s_{bd}^2 \\ 1 & s_{ci}^2 & s_{ck}^2 & s_{ca}^2 & s_{cb}^2 & 0 & s_{cd}^2 \\ 1 & s_{di}^2 & s_{dk}^2 & s_{da}^2 & s_{db}^2 & s_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad (2.2.1)$$

где парные отношения имеют смысл квадратов интервалов между парами точек-событий. Они представляются через параметры (координаты) точек следующим образом

$$s_{ik}^2 = (x_i^o - x_k^o)^2 - \sum_{l=1}^3 (x_i^l - x_k^l)^2 \equiv \tau_{ik}^2 - l_{ik}^2. \quad (2.2.2)$$

Здесь x_i^μ, x_k^μ — координаты точек-событий. Закон (2.2.1) выполняется тождественно при подстановке в него (2.2.2).

3. Примечательно, что закон (2.2.1) записывается в виде окаймленного единицами определителя из парных отношений. Это не должно смущать, поскольку определитель Кэли—Менгера можно раскрыть по единичным строке и столбцу, что приводит к сумме из 36 миноров 5-го порядка, образованных непосредственно из парных отношений. Напомним, что в определении закона говорится о его представлении в виде равенства нулю миноров или их комбинаций.

4. Чтобы понять геометрический смысл мирового закона (2.2.1), напомним формулу Герона, определяющую площадь треугольника S_{ikj}

через значения его сторон

$$S_{ikm} = \frac{1}{4} \sqrt{p(p-2l_{km})(p-2l_{im})(p-2l_{ik})}, \quad (2.2.3)$$

где $p = l_{ik} + l_{im} + l_{km}$ периметр треугольника. Эту формулу можно записать через определитель Кэли—Менгера

$$D_{ikm} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & l_{ik}^2 & l_{im}^2 \\ 1 & l_{ki}^2 & 0 & l_{km}^2 \\ 1 & l_{mi}^2 & l_{mk}^2 & 0 \end{vmatrix} = -16S_{ikm}^2. \quad (2.2.4)$$

Данную формулу (2.2.4) можно обобщить на случай большей размерности. Например, для случая четырех точек таким же образом (через расстояния) находится объем фигуры, полученной соединением этих точек отрезками. В общем случае через определитель Кэли—Менгера записывается квадрат объема $r - 1$ -мерного симплекса на r точках. Следовательно, закон (2.2.1) означает обращение в нуль 5-мерного объема симплекса, образованного 6 точками. Это будет тогда, когда 6 точек принадлежат 4-мерной гиперповерхности, т. е. лежат в 4-мерном евклидовом или псевдоевклидовом пространстве.

5. Закон (2.2.1) не позволяет однозначно фиксировать сигнатуру 4-мерного многообразия. Допускаются сигнатуры: $(++++)$, $(+---)$, $(++--)$ и эквивалентные сигнатуры с заменой знаков плюс на минусы и наоборот. Следовательно, в унарной реляционной теории необходимо дополнительно постулировать сигнатуру $(+----)$, тогда все события друг относительно друга разделяются на времени-подобные, когда $s_{ik}^2 > 0$, на пространственно-подобные при $s_{ik}^2 < 0$, и на события, разделенные изотропным (светоподобным) интервалом $s_{ik}^2 = 0$.

6. Меняя в (2.2.1) набор эталонных элементов, получим иные значения параметров произвольных элементов (точек-событий) i , и k , однако при этом квадрат интервала s_{ik}^2 от этого не изменится. Можно показать, что все возможные изменения эталонных элементов генерируют 10-параметрическую группу преобразований параметров $ISO(1, 3)$, оставляющую инвариантной квадратичную форму (2.2.2). Эта группа распадается на две подгруппы. Это:

1) 6-параметрическая группа линейных преобразований $O(1, 3)$

$$x'^{\mu} = L^{\mu}_{\nu} x^{\nu}, \quad (2.2.5)$$

где $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$; шестнадцать вещественных коэффициентов L^{μ}_{ν} удовлетворяют десяти условиям:

$$L_{\mu\nu} L^{\mu}_{\lambda} = \delta_{\nu\lambda}; \quad (2.2.6)$$

2) 4-параметрическая группа трансляций

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + b^{\mu}, \tag{2.2.7}$$

где b^{μ} — четыре произвольных вещественных параметра.

6-Параметрическая группа (2.2.5) является группой Лоренца. Она разбивается на 3-параметрические преобразования (бусты), характеризующие изменения системы отсчета, и 3-параметрические преобразования, описывающие изменения ориентации пространственных осей.

7. В теории пространственно-временных отношений основные геометрические понятия строятся из миноров определителя в законе (2.2.1). Можно утверждать и обратное: миноры из определителя в мировом законе (2.2.1) играют ключевую роль в построении релятивистской теории (теории относительности и геометрии). В частности, с помощью миноров определителя Кэли—Менгера и разделения точек-событий на пространственно- и времени-подобные можно выделить 3-мерные пространственно-подобные сечения в тех или иных *системах отсчета* [18, 19].

2.3. Трехмерная евклидова геометрия в реляционной формулировке

1. В реляционном подходе трехмерное евклидово пространство понимается как 3-мерное пространственное сечение некой (инерциальной) системы отсчета (наблюдателя). Пусть с наблюдателем произошло событие a . Тогда пространственное сечение, содержащее событие a и соответствующее его инерциальной системе отсчета, определяется заданием, кроме a , еще трех (эталонных) пространственно-подобных к a и друг к другу точек-событий: b, c, d , для которых соответствующий минор (определитель Кэли—Менгера на четырех точках-событиях) отличен от нуля:

$$D_{abcd} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s_{ab}^2 & s_{ac}^2 & s_{ad}^2 \\ 1 & s_{ba}^2 & 0 & s_{bc}^2 & s_{bd}^2 \\ 1 & s_{ca}^2 & s_{cb}^2 & 0 & s_{cd}^2 \\ 1 & s_{da}^2 & s_{db}^2 & s_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} \neq 0. \tag{2.3.1}$$

Выделенные четыре точки-события a, b, c, d следует назвать одновременными в системе отсчета так определенного наблюдателя. Для них квадрат интервала можно заменить на квадрат расстояния $s_{ab}^2 \rightarrow -l_{ab}^2$.

2. Заданному пространственному сечению принадлежат все точки-события k , пространственно-подобные к выделенным четырем точкам-

событиям, для которых определитель Кэли—Менгера (максимальный минор или фундаментальное 5×5 -отношение в законе (2.2.1)) равен нулю:

$$D_{kabcd} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s_{ka}^2 & s_{kb}^2 & s_{kc}^2 & s_{kd}^2 \\ 1 & s_{ak}^2 & 0 & s_{ab}^2 & s_{ac}^2 & s_{ad}^2 \\ 1 & s_{bk}^2 & s_{ba}^2 & 0 & s_{bc}^2 & s_{bd}^2 \\ 1 & s_{ck}^2 & s_{ca}^2 & s_{cb}^2 & 0 & s_{cd}^2 \\ 1 & s_{dk}^2 & s_{da}^2 & s_{db}^2 & s_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & l_{ka}^2 & l_{kb}^2 & l_{kc}^2 & l_{kd}^2 \\ 1 & l_{ak}^2 & 0 & l_{ab}^2 & l_{ac}^2 & l_{ad}^2 \\ 1 & l_{bk}^2 & l_{ba}^2 & 0 & l_{bc}^2 & l_{bd}^2 \\ 1 & l_{ck}^2 & l_{ca}^2 & l_{cb}^2 & 0 & l_{cd}^2 \\ 1 & l_{dk}^2 & l_{da}^2 & l_{db}^2 & l_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.3.2)$$

Таким условием выделяется 3-мерная евклидова геометрия.

3. При рассмотрении геометрических понятий в рамках 3-мерного пространственного сечения избранной системы отсчета можно забыть про времени-подобную координату и работать лишь с 3-мерными понятиями. Выпишем ряд понятий 3-мерной геометрии через миноры в законе (2.2.1) или в условии (2.3.2). При этом будем различать диагональные миноры, у которых на главной диагонали стоят нули, и недиагональные миноры.

Как уже отмечалось, диагональный минор максимального порядка, т. е. определитель Кэли—Менгера (2.3.1), построенный на четырех точках, определяет 3-мерный объем, который можно также представить в виде:

$$D_{ikmn} = 288V_{abcd}^2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & l_{ab}^2 & l_{ac}^2 & l_{ad}^2 \\ 1 & l_{ba}^2 & 0 & l_{bc}^2 & l_{bd}^2 \\ 1 & l_{ca}^2 & l_{cb}^2 & 0 & l_{cd}^2 \\ 1 & l_{da}^2 & l_{db}^2 & l_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_a & x_b & x_c & x_d \\ y_a & y_b & y_c & y_d \\ z_a & z_b & z_c & z_d \end{vmatrix}^2, \quad (2.3.3)$$

где x_a, y_a, z_a — декартовы координаты точки, входящие в определение l_{ab}^2 , согласно (2.2.2).

Диагональный минор на единицу меньшего порядка, т. е. определитель Кэли—Менгера, построенный на трех точках, определяет квадрат площади треугольника, согласно (2.2.4).

Очевидно, что диагональный минор еще меньшего порядка определяется самым парным отношением между двумя выделенными точками.

4. Недиагональные миноры носят название *обобщенных определителей Кэли—Менгера*. Они строятся на двух подмножествах элементов: i, k, t, \dots и a, b, c, \dots , содержащих одинаковые количества элементов, принадлежащих одному множеству \mathcal{M} , причем элементы подмножеств

могут совпадать, как в записанных выше определителях Кэли—Менгера, или различаться целиком или частично. В самом общем случае такие определители имеют вид

$$D_{ikm\dots;abc\dots} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots \\ 1 & a_{ia} & a_{ib} & a_{ic} & \dots \\ 1 & a_{ka} & a_{kb} & a_{kc} & \dots \\ 1 & a_{ma} & a_{mb} & a_{mc} & \dots \\ 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}. \quad (2.3.4)$$

5. Опираясь на работы [46, 49], без доказательств приведем формулы для ряда важных понятий 3-мерной евклидовой геометрии через обобщенные определители Кэли—Менгера.

- 1) *Плоский угол между двумя лучами (a, i) и (a, k), исходящими из точки a и проходящими через точки i и k, находится из выражений:*

$$\cos \varphi_{ik,a} = \frac{D_{ai,ak}}{\sqrt{D_{ai}D_{ak}}}; \quad \sin \varphi_{ik,a} = \frac{\sqrt{-D_{aik}}}{\sqrt{D_{ai}D_{ak}}}. \quad (2.3.5)$$

Первую из этих формул легко осмыслить, записав определитель

$$D_{ai;ak} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a_{ak} \\ 1 & a_{ia} & a_{ik} \end{vmatrix} = a_{ik} + a_{ai} - a_{ik} \rightarrow l_{ai}^2 + l_{ai}^2 - l_{ik}^2$$

и вспомнив теорему косинусов

$$(\vec{l}_{ak}, \vec{l}_{ai}) = \sqrt{l_{ak}^2 l_{ai}^2} \cos \varphi_{ik,a} = \frac{1}{2}(l_{ak}^2 + l_{ai}^2 - l_{ik}^2), \quad (2.3.6)$$

где $\sqrt{l_{ai}^2 l_{ak}^2} = (1/2)\sqrt{D_{ai}D_{ak}}$.

- 2) *Двугранный угол между двумя плоскостями (a, b, i) и (a, b, k) представляется через определители в виде*

$$\cos \varphi_{ik,ab} = \frac{-D_{abi;abk}}{\sqrt{D_{abi}D_{abk}}}. \quad (2.3.7)$$

- 3) *Телесный угол между тремя лучами (a, i), (a, k), (a, m), исходящими из одной точки a, находится из формулы*

$$\sin \varphi_{ikm,a} = \frac{D_{aikm}}{\sqrt{-D_{aik}D_{aim}D_{akm}}}. \quad (2.3.8)$$

Аналогичные формулы имеются для углов в пространствах большего числа измерений.

6. Следует особо остановиться на определении 3-мерных координат через расстояния. В 3-мерном евклидовом пространстве всегда можно выбрать четыре эталонные точки a, b, c, d , не лежащие в одной плоскости (т. е. для них $D_{abcd} \neq 0$), и связать с ними декартову координатную систему так, что начало координат находится в точке a , а ось x направлена вдоль луча (ab) . Тогда для произвольной точки i *декартовы координаты* записываются через обобщенные определители Кэли—Менгера следующим образом:

$$x_i = \frac{D_{ai;ab}}{\sqrt{-2D_a D_{ab}}}; \quad y_i = \frac{-D_{abi;abc}}{\sqrt{-2D_{ab} D_{abc}}}; \quad z_i = \frac{D_{abci;abcd}}{\sqrt{-2D_{abc} D_{abcd}}}, \quad (2.3.9)$$

где в первой формуле записан определитель $D_a = -1$ для придания симметрии всей совокупности формул. Примечательно, что эти формулы можно обобщить на пространства большей размерности.

Таким образом, именно парные отношения (расстояния) выступают везде как первичные. Однако, записав, согласно (2.3.9), координаты двух произвольных точек i и k через расстояния от них до четырех эталонных точек, можно обратно определить парные отношения a_{ik} через эти координаты, согласно (2.2.2). Очевидно, что закон системы отношений (2.2.1) можно понимать как уравнение, из которого находится парное отношение a_{ik} между произвольными точками i и k через их расстояния до трех эталонных точек и расстояния между эталонными точками.

2.4. Время в реляционной формулировке

Зная пространственное сечение системы отсчета избранного наблюдателя, определим точки-события на мировой линии этого наблюдателя, т. е. события, характеризующиеся одинаковыми пространственными координатами. Для этого построим точки, образующие временное направление, ортогональное (по метрике $\eta_{\mu\nu}$) заданному пространственному сечению. Пусть нас интересует времени-подобная мировая линия наблюдателя, проходящая через точку-событие a , принадлежащую выделенному пространственному сечению. Выберем в пространственном сечении три точки-события b, c, d , не лежащие в одной плоскости с a . Легко убедиться, что необходимым и достаточным условием того, что точка i лежит на прямой, ортогональной сечению и пересекающей его в точке a , является выполнение условий:

$$s_{ib}^2 = s_{ia}^2 + s_{ab}^2; \quad s_{ic}^2 = s_{ia}^2 + s_{ac}^2; \quad s_{id}^2 = s_{ia}^2 + s_{ad}^2. \quad (2.4.1)$$

Все точки-события, удовлетворяющие этому условию, лежат на мировой (прямой) линии наблюдателя, проходящей через точку-событие a .

Отметим, что задание системы отсчета путем определения ее 3-мерных пространственно-подобных сечений соответствует методу кинематрических инвариантов в общей теории относительности [18, 28]. Таким способом вводятся так называемые нормальные системы отсчета (без вращения).

Другой, более распространенный способ задания систем отсчета исходит из определения времени-подобных мировых линий наблюдателя. В общей теории относительности он назван методом хронометрических инвариантов [18, 28]. В специальной теории относительности система отсчета задается лишь одной (прямой) мировой линией наблюдателя. Чтобы это сделать, необходимо выделить две времени-подобные точки-события a и i , лежащие на его мировой линии. В рамках специальной теории относительности существует лишь одна инерциальная система отсчета, где эти два события произошли в одной точке пространства, т. е. квадрат интервала между этими событиями равен квадрату интервала времени ($s_{ai}^2 = \tau_{ai}^2$). Мировой линии наблюдателя принадлежат все другие точки k , удовлетворяющие условию

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s_{ai}^2 & s_{ak}^2 \\ 1 & s_{ia}^2 & 0 & s_{ik}^2 \\ 1 & s_{ka}^2 & s_{ki}^2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \tau_{ai}^2 & \tau_{ak}^2 \\ 1 & \tau_{ia}^2 & 0 & \tau_{ik}^2 \\ 1 & \tau_{ka}^2 & \tau_{ki}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.4.2)$$

Далее в этом способе задания системы отсчета определим 3-мерное пространственное сечение, ортогональное определенной мировой линии наблюдателя и проходящее через выделенную точку, например a . Это делается аналогично рассмотренному выше способу. Подбираются три пространственно-подобные a точки-события b, c, d , не лежащие на линии и удовлетворяющие условиям ортогональности (2.4.1). Далее с помощью определителя Кэли—Менгера на 5 точках выделяются все другие точки-события из пространственно-подобного сечения, пересекающего заданную мировую линию в точке a .

2.4.1. Координата времени произвольного события

1. Определим времени-подобную координату произвольной точки i через ее отношения (интервалы) к четырём эталонным точкам. Поскольку эталонные четыре точки одновременны по определению, т. е. $x_a^o = x_b^o = x_c^o = x_d^o \equiv x^o$, то для 6 квадратов интервалов между ними

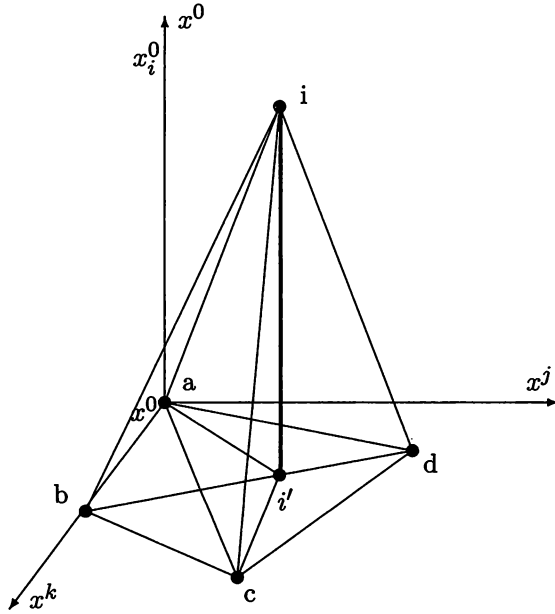


Рис. 2.3. Определение четырех координат произвольного события i через интервалы

имеем

$$s_{ab}^2 = -l_{ab}^2; \quad s_{ac}^2 = -l_{ac}^2; \quad s_{ad}^2 = -l_{ad}^2; \quad s_{bc}^2 = -l_{bc}^2; \quad s_{bd}^2 = -l_{bd}^2; \quad s_{cd}^2 = -l_{cd}^2, \quad (2.4.3)$$

а квадраты интервалов между событием i и эталонными точками имеют вид

$$s_{ia}^2 = \tau^2 - l_{ia}^2; \quad s_{ib}^2 = \tau^2 - l_{ib}^2; \quad s_{ic}^2 = \tau^2 - l_{ic}^2; \quad s_{id}^2 = \tau^2 - l_{id}^2, \quad (2.4.4)$$

где $\tau = x_i^0 - x^0$ (см. рис. 2.3).

Пусть i' — проекция точки i на 3-мерное пространственное сечение, тогда для пяти точек i' , a , b , c , d соответствующий определитель Кэли—Менгера обращается в нуль:

$$D_{i'abcd} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \tau^2 - s_{ia}^2 & \tau^2 - s_{ib}^2 & \tau^2 - s_{ic}^2 & \tau^2 - s_{id}^2 \\ 1 & \tau^2 - s_{ai}^2 & 0 & l_{ab}^2 & l_{ac}^2 & l_{ad}^2 \\ 1 & \tau^2 - s_{bi}^2 & l_{ba}^2 & 0 & l_{bc}^2 & l_{bd}^2 \\ 1 & \tau^2 - s_{ci}^2 & l_{ca}^2 & l_{cb}^2 & 0 & l_{cd}^2 \\ 1 & \tau^2 - s_{di}^2 & l_{da}^2 & l_{db}^2 & l_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.4.5)$$

Это выражение можно рассматривать как уравнение относительно неизвестной τ^2 . Расписывая определитель, получаем уравнение

$$D_{iabcd} + 2\tau^2 D_{abcd} = 0, \quad (2.4.6)$$

где D_{iabcd} — определитель Кэли—Менгера, составленный из квадратов интервалов между пятью точками i, a, b, c, d , а D_{abcd} — определитель Кэли—Менгера для четырех эталонных точек. Решением уравнения является

$$\tau^2 = -\frac{D_{iabcd}}{2D_{abcd}} \rightarrow x_i^o = x^o + \sqrt{\frac{-D_{iabcd}}{2D_{abcd}}}. \quad (2.4.7)$$

Используя (2.4.7), из (2.4.4) легко найти $l_{ia}^2, l_{ib}^2, l_{ic}^2, l_{id}^2$, т. е. квадраты расстояний от проекции i' до четырех эталонных точек.

2. Для нахождения трех пространственных координат x_i^1, x_i^2, x_i^3 следует воспользоваться ранее записанными формулами для 3-мерной евклидовой геометрии.

2.4.2. Реляционная трактовка хроногеометрии

1. Обратимся к условию (2.4.2) выделения точек-событий на времени-подобной линии наблюдателя и перепишем его через формулу Герона (2.2.3), при равной нулю площади треугольника. Очевидно, что это возможно при обращении в нуль одной из скобок вида $p - 2l_{ka}$. Каждую из них можно представить в ином виде, перейдя от симметричных длин к направленным отрезкам, принимающим положительное значение, если порядок индексов соответствует их направленности, и имеющим отрицательные значения, если индексы стоят в обратном порядке. Так, если принято направление от a к k , то имеем $l_{ak} = -l_{ka} > 0$. Пусть условие (2.4.2) означает, что три точки-события a, i и k лежат на одной прямой, причем в указанном порядке, тогда, заменяя длины отрезков на интервалы времени $l_{ak} \rightarrow \tau_{ak}$, соответствующую скобку в формуле Герона можно записать в виде:

$$p - 2\tau_{ak} = \tau_{ai} + \tau_{ik} + \tau_{ka} = 0. \quad (2.4.8)$$

Заметим, что две другие скобки $(p - 2\tau_{ik})$ и $(p - 2\tau_{ai})$ могли бы соответствовать выполнению условия (2.4.2) при другой упорядоченности точек-событий на мировой линии наблюдателя.

2. Легко убедиться, что условие (2.4.2) для ориентированной прямой, т. е. для антисимметричных парных отношений τ_{ai} , может быть

переписано в виде

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & \tau_{ai} & \tau_{ak} \\ -1 & \tau_{ia} & 0 & \tau_{ik} \\ -1 & \tau_{ka} & \tau_{ki} & 0 \end{vmatrix} = (\tau_{ai} + \tau_{ik} + \tau_{ka})^2 = 0. \quad (2.4.9)$$

Умножив собственный интервал $s_{ai} \equiv \tau_{ai}$ на массу движущейся по этой мировой линии частицы, получаем известное свойство аддитивности классического действия для частицы:

$$S_{ai} + S_{ik} = S_{ak}, \quad \text{где } S_{ai} = ms_{ai} = m\tau_{ai}. \quad (2.4.10)$$

3. Согласно общему правилу теории систем отношений, рассмотрим смысл миноров в условии (2.4.9). Легко убедиться, что все миноры определителя из (2.4.9) на единицу меньшего порядка обращаются в нуль в силу свойства антисимметрии парного отношения или вследствие данного условия:

$$\tau_{ai} = -\tau_{ia}, \quad \tau_{ai} + \tau_{ik} + \tau_{ka} = 0. \quad (2.4.11)$$

Из миноров второго порядка нетривиальным смыслом обладают два типа:

$$\begin{vmatrix} 0 & \tau_{ai} \\ \tau_{ia} & 0 \end{vmatrix} = \tau_{ai}^2 = s_{ai}^2; \quad \begin{vmatrix} 0 & \tau_{ak} \\ \tau_{ia} & \tau_{ik} \end{vmatrix} = \tau_{ai}\tau_{ak}. \quad (2.4.12)$$

Первый из них связывает симметричное парное отношение с антисимметричным, а второй — используется в хроногеометрии.

4. Для описания одиночным наблюдателем событий вне его мировой линии необходимо воспользоваться методикой, положенной в основу радиолокации, т. е. способом получения информации об окружающей обстановке методом послылки электромагнитных сигналов и приема отраженных сигналов. В математическом плане эта методика опирается на сигнатуру $(+ - - -)$ пространственно-временных отношений. Она позволяет сопоставить событие M вне мировой линии наблюдателя с парой событий на мировой линии наблюдателя: с событием (моментом) излучения сигнала и событием (моментом) его приема. Пусть событие a на мировой линии наблюдателя означает начало отсчета его собственного времени, событие i соответствует излучению сигнала, а событие k — приему отраженного сигнала (см. рис. 2.4), тогда второй из миноров в (2.4.12) приобретает смысл квадрата интервала между точкой начала отсчета времени a наблюдателя и событием M , в котором произошло отражение сигнала:

$$\tau_{ai}\tau_{ak} = s_{aM}^2 = \tau_{aM}^2 - l_{aM}^2, \quad (2.4.13)$$

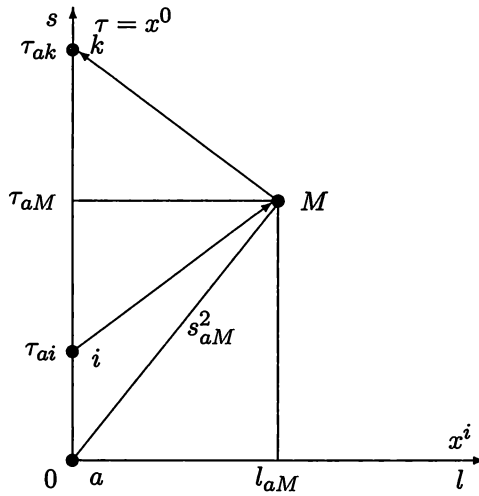


Рис. 2.4. Задание двух координат события M методом хроногеометрии

где *разность временных координат* двух событий a и M определена через полусумму антисимметричных парных отношений на мировой линии наблюдателя (интервалов времени)

$$\tau_{aM} \equiv \frac{1}{2}(\tau_{ai} + \tau_{ak}), \tag{2.4.14}$$

а *расстояние* (пространственный интервал) l_{aM} между этими событиями — через полуразность тех же отношений:

$$l_{aM} = \frac{1}{2}(\tau_{ak} - \tau_{ai}). \tag{2.4.15}$$

Данные рассуждения справедливы и в том случае, когда одно или оба события i и k предшествуют событию a . В случае, например, когда событие i предшествует событию a , число τ_{ai} становится отрицательным, и, согласно определению (2.4.13), события a и M становятся пространственно-подобными ($s_{aM}^2 < 0$).

5. Изложенная принципиальная схема введения двух координат событий вне мировой линии наблюдателя (макроприбора) многократно обсуждалась в работах физиков [5], геометров [3, 83] и даже в трудах по философии естествознания. В частности, эта схема положена в основу специальной формулировки общей теории относительности как *хроногеометрии*, когда измерение координат и других понятий теории относительности осуществляется лишь с помощью показаний часов наблюдателя (или ряда наблюдателей). Так, известный физик-гравитационист Дж. Синг писал: «Для нас единственной *основной мерой* является

время. Длина (или расстояние), поскольку возникает необходимость или желательность их введения, будет рассматриваться как строго производное понятие. (...) Фактически мы имеем дело с римановой хроногеометрией, а не *геометрией*, слово *геометрия*, внушающее опасение, что нам, чего доброго, придется возиться с измерением длин с помощью *метровой линейки*, можно было бы в этой связи полностью исключить из употребления, если бы грубое буквальное значение понятия геометрии не приобрело глубокой связи с абстрактными математическими определениями «пространства», «метрик» и т. д.» [83, с. 101].

2.5. Переход от хроногеометрии к пространству-времени Минковского

1. С помощью изложенной хроногеометрической схемы можно определить *лишь две координаты* $\tau_{aM} = x_{aM}^0$ и l_{aM} произвольной точки-события M . Не внося в эту схему ничего дополнительного, нельзя получить две оставшиеся (угловые) координаты события M . Для наблюдателя оказываются равнозначными все точки, изображенные на рис. 2.5 в виде окружности. В 4-мерном пространстве-времени они соответствуют 2-мерной сфере радиуса $l_{(aM)}$.

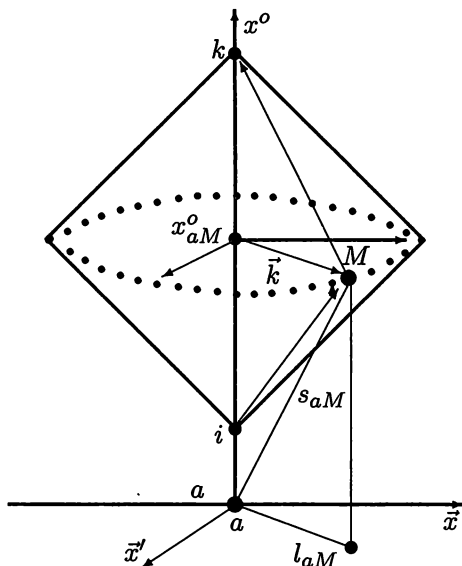


Рис. 2.5. Пары координат, установленные методом хроногеометрии, одинаковы для всех точек, лежащих на окружности

При изложении теории 4-мерного пространства-времени на основе модели хроногеометрии приходится вводить дополнительные понятия или усложнять описанную методику¹⁾. В этом разделе обратим внимание на дополнительную методику, связанную с измерением направлений на точки-события, где происходят отражения (переизлучения) сигналов.

2. Сигнатура (+ - - -) физического пространства-времени имеет особо важное значение, поскольку именно при такой сигнатуре имеют смысл физические процессы обмена сигналами и получение информации об окружающем мире. Взаимодействия осуществляются вдоль световых конусов. На конусе будущего с точки-события излучателя i лежат события поглощения или переизлучения сигнала, характеризующиеся нулевыми значениями интервала $s_{ib} = 0$. Аналогично, на конусе прошлого точки-события приема сигналов k лежат события их излучений. Они также характеризуются нулевыми значениями интервалов $s_{kb} = 0$.

3. Выделим четыре точки-события b, c, d, e на световом конусе будущего с вершиной в точке-событии i на мировой линии наблюдателя. Для всех этих событий

$$s_{ib}^2 = \tau_{(ib)}^2 - l_{(ib)}^2 = 0; \quad s_{ic}^2 = \tau_{(ic)}^2 - l_{(ic)}^2 = 0; \quad \dots, \quad (2.5.1)$$

где с пространственной частью интервала может быть соотнесен вектор с вершиной в точке i и с компонентами вида:

$$\vec{l}_{(ib)} = \{x_{(ib)}^1, x_{(ib)}^2, x_{(ib)}^3\}, \quad (2.5.2)$$

где 3 пространственные компоненты соответствуют записи парного отношения в (2.2.2).

Для этих векторов имеют место скалярные произведения вида:

$$(\vec{l}_{(ib)}, \vec{l}_{(ic)}) = x_{(ib)}^1 x_{(ic)}^1 + x_{(ib)}^2 x_{(ic)}^2 + x_{(ib)}^3 x_{(ic)}^3 \equiv x_{(ib)}^s x_{s(ic)}. \quad (2.5.3)$$

Как известно, любые четыре 3-мерных вектора являются линейно зависимыми, что соответствует равенству нулю определителя Грама, по-

¹⁾ Один из способов преодоления этой трудности состоит в использовании нескольких наблюдателей. Оказывается, угловые координаты события M можно определить, если его измерять, как минимум, тремя наблюдателями. При этом, конечно, предполагается, что наблюдатели обмениваются между собой сигналами, определяя таким образом взаимные расстояния. Такой способ интересен тем, что не опирается на качественно иные методы получения информации и пригоден не только в плоском, но и в искривленном пространстве-времени общей теории относительности.

строенного на этих векторах:

$$\begin{vmatrix} l_{(ib)}^2 & x_{s(ib)}x_{(ic)}^s & x_{s(ib)}x_{(id)}^s & x_{s(ib)}x_{(ie)}^s \\ x_{s(ic)}x_{(ib)}^s & l_{(ic)}^2 & x_{s(ic)}x_{(id)}^s & x_{s(ic)}x_{(ie)}^s \\ x_{s(id)}x_{(ib)}^s & x_{s(id)}x_{(ic)}^s & l_{(id)}^2 & x_{s(id)}x_{(ie)}^s \\ x_{s(ie)}x_{(ib)}^s & x_{s(ie)}x_{(ic)}^s & x_{s(ie)}x_{(id)}^s & l_{(ie)}^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.5.4)$$

4. Данный определитель по-прежнему будет обращаться в нуль, если перейти к нормированным на единицу 3-мерным векторам вида:

$$k_{(b)}^s = \frac{x_{(ib)}^s}{l_{(ib)}}; \quad \rightarrow k_{(b)}^s k_{s(b)} = 1. \quad (2.5.5)$$

В этом случае определитель Грама (2.5.4) принимает вид

$$\begin{vmatrix} 1 & k_{s(b)}k_{(c)}^s & k_{s(b)}k_{(d)}^s & k_{s(b)}k_{(e)}^s \\ k_{s(c)}k_{(b)}^s & 1 & k_{s(c)}k_{(d)}^s & k_{s(c)}k_{(e)}^s \\ k_{s(d)}k_{(b)}^s & k_{s(d)}k_{(c)}^s & 1 & k_{s(d)}k_{(e)}^s \\ k_{s(e)}k_{(b)}^s & k_{s(e)}k_{(c)}^s & k_{s(e)}k_{(d)}^s & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.5.6)$$

Данное соотношение является условием того, что концы 3-мерных векторов лежат на 2-мерной сфере единичного радиуса, т. е. их можно охарактеризовать двумя сферическими координатами θ и φ . Эти две координаты в совокупности с определенными хронометрическим способом двумя величинами τ_{ib} и $l_{(ib)}$ полностью характеризуют положение точки-события b , где произошло переизлучение сигнала.

5. От условия (2.5.6) и хроногеометрического определения расстояний между событиями $l_{(ib)}$ (что эквивалентно — от определителя Грама (2.5.4)) можно перейти к реляционному условию нахождения в 3-мерном пространственном сечении вершины конуса i и пространственных проекций четырех точек-событий b, c, d, e на световом конусе. Для этого определим отношения $l_{(bc)}^2$ между пространственными проекциями пар событий, введя векторы вида

$$\vec{l}_{(bc)} = \vec{l}_{(ib)} - \vec{l}_{(ic)}, \quad (2.5.7)$$

квадрат которых приводит к формуле, соответствующей теореме косинусов:

$$l_{(bc)}^2 = l_{(ib)}^2 + l_{(ic)}^2 - 2x_{(ib)}^s x_{s(ic)}. \quad (2.5.8)$$

Заменив, согласно этой формуле, скалярные произведения в определителе Грама (2.5.4) на комбинации квадратов длин, приходим к определителю

$$\begin{vmatrix} l_{(ib)}^2 & \frac{1}{2}(l_{(ib)}^2 + l_{(ic)}^2 - l_{(bc)}^2) & \frac{1}{2}(l_{(ib)}^2 + l_{(id)}^2 - l_{(bd)}^2) & \frac{1}{2}(l_{(ib)}^2 + l_{(ie)}^2 - l_{(be)}^2) \\ \frac{1}{2}(l_{(ic)}^2 + l_{(ib)}^2 - l_{(cb)}^2) & l_{(ic)}^2 & \frac{1}{2}(l_{(ic)}^2 + l_{(id)}^2 - l_{(cd)}^2) & \frac{1}{2}(l_{(ic)}^2 + l_{(ie)}^2 - l_{(ce)}^2) \\ \frac{1}{2}(l_{(id)}^2 + l_{(ib)}^2 - l_{(bd)}^2) & \frac{1}{2}(l_{(id)}^2 + l_{(ic)}^2 - l_{(cd)}^2) & l_{(id)}^2 & \frac{1}{2}(l_{(id)}^2 + l_{(ie)}^2 - l_{(de)}^2) \\ \frac{1}{2}(l_{(ie)}^2 + l_{(ib)}^2 - l_{(be)}^2) & \frac{1}{2}(l_{(ie)}^2 + l_{(ic)}^2 - l_{(ce)}^2) & \frac{1}{2}(l_{(ie)}^2 + l_{(id)}^2 - l_{(de)}^2) & l_{(ie)}^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.5.9)$$

6. Произведем тождественное преобразование получившегося определителя, состоящее в увеличении его порядка на единицу. Для этого добавим в определитель новую (первую) строку, в которой первый элемент является единицей, а все остальные элементы равны нулю. Тогда элементы добавленного (первого) столбца, кроме первой единицы, могут быть произвольными. В качестве таковых выберем половины соответствующих диагональных элементов определителя (2.5.9). Подобное преобразование определителя назовем *окаймлением*. Вычитая из второго, третьего и т. д. столбцов первый столбец и умножая строки, начиная со второй, на 2, получим

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ l_{(ib)}^2 & l_{(ib)}^2 & l_{(ic)}^2 - l_{(cb)}^2 & l_{(id)}^2 - l_{(bd)}^2 & l_{(ie)}^2 - l_{(de)}^2 \\ l_{(id)}^2 & l_{(ib)}^2 - l_{(bc)}^2 & l_{(id)}^2 & l_{(id)}^2 - l_{(cd)}^2 & l_{(ie)}^2 - l_{(ed)}^2 \\ l_{(id)}^2 & l_{(ib)}^2 - l_{(bd)}^2 & l_{(ic)}^2 - l_{(cd)}^2 & l_{(id)}^2 & l_{(ie)}^2 - l_{(ec)}^2 \\ l_{(ie)}^2 & l_{(ib)}^2 - l_{(be)}^2 & l_{(ic)}^2 - l_{(ce)}^2 & l_{(id)}^2 - l_{(de)}^2 & l_{(ie)}^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.5.10)$$

7. Произведем второе окаймление, образовав новый (первый) столбец из единицы на первом месте и нулей на всех остальных местах. Построим новую (первую) строку из первой единицы, второго нуля и из соответствующих диагональных элементов определителя в (2.5.10). Далее вычтем из третьей, четвертой и т. д. строк первую строку и, переставляя затем первую и вторую строки, получим определитель Кэли—Менгера, построенный на пяти элементах. Как уже отмечалось, это соотношение является условием нахождения пяти точек-событий в одном 3-мерном пространственном сечении (в евклидовом пространстве).

8. Точно таким же способом можно перейти к мировому закону (2.2.1) для шести точек-событий: для точки-события a , откуда считается время на мировой линии наблюдателя, и пяти точек-событий b, c, d, e, g

на конусе будущего с вершиной в i . Для этого используются не 3-мерные (2.5.2), а 4-мерные векторы с компонентами вида:

$$\vec{s}_{(ab)} = \{\tau_{(ai)} + l_{(ib)}; x_{(ib)}^1; x_{(ib)}^2; x_{(ib)}^3\}. \quad (2.5.11)$$

Здесь произведен переход от точки-события излучения сигналов i к точке-событию a на мировой линии наблюдателя, от которой отсчитываются как время, так и расстояния на рис. 2.4 и 2.5.

Далее возможно перейти к определителю Грама на 5 точках-событиях, используя обобщенную теорему косинусов и произведя двукратное окаймление получившегося определителя по описанному выше алгоритму.

9. Таким образом, к мировому закону пространственно-временных отношений (2.2.1) можно прийти, опираясь на хроногеометрическое задание времени и расстояний и исходя из определения направлений (измерения ориентаций 3-мерных единичных векторов) испускания изотропных сигналов к точкам-событиям, лежащим за пределами мировой линии наблюдателя. Этот факт является существенным при описании частиц в рамках бинарных систем комплексных отношений (см. гл. 5).

2.6. Теория унарных физических структур

В рамках иных идеологических предпосылок Ю. И. Кулаковым [46–49], Г. Г. Михайличенко [61–63] и В. Х. Львом [53–55] разрабатывалась программа по поиску возможных видов законов для парных отношений между r элементами произвольной природы, исходя из свойств фундаментальной симметрии между элементами и из предположения о непрерывности многообразия этих элементов.

Задача решалась следующим образом. Постулировалось существование неких законов — алгебраических соотношений вида (2.1.2), связывающих друг с другом вещественные числа-отношения между элементами (точками). На основе условий равноправности всех элементов и непрерывности множества, которое они образуют, записывалась система функционально-дифференциальных уравнений, решения которых давали возможные виды законов $\Phi(r)$ и выражения для парных отношений a_{ik} . Особое внимание уделялось выявлению всех возможных решений и доказательству отсутствия каких-либо иных их видов. Полученная таким образом совокупность результатов составила математическую часть так называемой теории (унарных) физических структур.

В развиваемой здесь реляционной концепции геометрии и физики учтены результаты названных исследований. Легко убедиться, что, когда решения функционально-дифференциальных уравнений получены,

можно отбросить условия непрерывности и использовать найденные законы для более общих множеств элементов, в том числе и для их дискретных наборов. Из найденных законов два их вида ранга 6 (закон (2.2.1)) и 5 (см. следующую главу) соответствуют двум законам, лежащим в основании классической физики.

Не останавливаясь на довольно громоздкой методике решения систем функционально-дифференциальных уравнений (см. об этом в: [47, 49, 54, 61, 62, 63]), отметим, что сложность и громоздкость решений быстро возрастают с ростом ранга r . В самом общем виде эту задачу удалось решить для рангов $r = 3, 4, 5$. Для ранга $r = 5$ имеется 10 и только 10 различных решений, которые соответствуют 10 видам известных (унарных) геометрий. Для рангов 4 и 3 их меньше.

Выпишем без доказательств найденные виды законов УСВО для названных рангов, разбив их на 4 класса, и будем исходить из законов ранга (5).

1. Класс так называемых *вырожденных структур* (унарных систем вещественных отношений (УСВО)), ранг $r = 5$ которых будем обозначать символом $(5; a)$, характеризуется законом в виде равенства нулю окаймленного определителя (Кэли—Менгера) из симметричных парных отношений между 5 элементами (точками):

$$\Phi_{(5;a)}(a_{ik}, a_{im}, \dots) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a_{ik} & a_{im} & a_{in} & a_{ip} \\ 1 & a_{ki} & 0 & a_{km} & a_{kn} & a_{kp} \\ 1 & a_{mi} & a_{mk} & 0 & a_{mn} & a_{mp} \\ 1 & a_{ni} & a_{nk} & a_{nm} & 0 & a_{np} \\ 1 & a_{pi} & a_{pk} & a_{pm} & a_{pn} & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.6.1)$$

Этот закон тождественно выполняется для следующих двух видов парных отношений:

$${}^5 a_{ik}^{(1)} \equiv l_{ik}^2 = (x_i^1 - x_k^1)^2 + (x_i^2 - x_k^2)^2 + (x_i^3 - x_k^3)^2; \quad (2.6.2)$$

$${}^5 a_{ik}^{(2)} \equiv s_{ik}^2 = (x_i^1 - x_k^1)^2 - (x_i^2 - x_k^2)^2 - (x_i^3 - x_k^3)^2, \quad (2.6.3)$$

где x_i^1, x_i^2, x_i^3 — три параметра, характеризующие элемент i .

Очевидно, что мировой закон (2.2.1) относится именно к этому классу вырожденных УСВО ранга $(6; a)$, а условия (2.3.2), выделяющие 3-мерные пространственные сечения, в терминологии теории физических структур являются законом УСВО ранга $(5; a)$.

2. Второй класс УСВО, ранг которых обозначается символом $(r;b)$, описывается антисимметричными парными отношениями $a_{ik} = -a_{ki}$. Для него имеется существенное отличие четных и нечетных рангов.

- 1) Закон УСВО нечетного ранга $(5;b)$ записывается в виде равенства нулю антисимметричного окаймленного определителя на 5 элементах:

$$\Phi_{(5;b)}(a_{ik}, a_{im}, \dots) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & a_{ik} & a_{im} & a_{in} & a_{ip} \\ -1 & a_{ki} & 0 & a_{km} & a_{kn} & a_{kp} \\ -1 & a_{mi} & a_{mk} & 0 & a_{mn} & a_{mp} \\ -1 & a_{ni} & a_{nk} & a_{nm} & 0 & a_{np} \\ -1 & a_{pi} & a_{pk} & a_{pm} & a_{pn} & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.6.4)$$

Этот закон удовлетворяется для парного отношения

$${}^5 a_{ik}^{(3)} = -a_{ki}^{(7)} = x_i^1 x_k^2 - x_k^1 x_i^2 + x_i^3 - x_k^3, \quad (2.6.5)$$

соответствующего метрике своеобразной 3-мерной симплектической геометрии (геометрии на 3-мерной гиперплоскости, вложенной в 4-мерное симплектическое пространство).

Для УСВО ранга $(3;b)$ закон принимает вид, выписанный в (2.4.9) как условие выделения точек-событий на ориентированной мировой линии наблюдателя. Ему соответствует парное отношение

$$\tau_{ik} = -\tau_{ki} = \tau_i - \tau_k. \quad (2.6.6)$$

- 2) Закон УСВО четного ранга $(4;b)$ этого класса записывается через неокймленный определитель

$$\Phi_{(4;b)} = \begin{vmatrix} 0 & a_{ik} & a_{im} & a_{in} \\ -a_{ik} & 0 & a_{km} & a_{kn} \\ -a_{im} & -a_{km} & 0 & a_{mn} \\ -a_{in} & -a_{kn} & -a_{mn} & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.6.7)$$

Эта УСВО соответствует 2-мерной симплектической геометрии с метрикой (парным отношением):

$${}^4 a_{ik}^{(3)} = -a_{ki} = x_i y_k - x_k y_i = \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_k & y_k \end{vmatrix}. \quad (2.6.8)$$

3. Третий класс так называемых невырожденных УСВО (структур) будем характеризовать рангом (r) без дополнительных букв. Закон УСВО ранга (5) (геометрии) этого класса записывается в виде равенства

нулю неокаймленного определителя из симметричных парных отношений $a_{ik} = a_{ki}$ между 5 элементами (точками):

$$\Phi_{(5)}(a_{ik}, a_{im}, \dots) = \begin{vmatrix} 1 & a_{ik} & a_{im} & a_{in} & a_{ip} \\ a_{ki} & 1 & a_{km} & a_{kn} & a_{kp} \\ a_{mi} & a_{mk} & 1 & a_{mn} & a_{mp} \\ a_{ni} & a_{nk} & a_{nm} & 1 & a_{np} \\ a_{pi} & a_{pk} & a_{pm} & a_{pn} & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.6.9)$$

Показано, что этот закон тождественно выполняется для следующих четырех видов парных отношений:

$${}^5a_{ik}^{(4)} = x_i^1 x_k^1 + x_i^2 x_k^2 + x_i^3 x_k^3 + \sqrt{[1 - (x_i^1)^2 - (x_i^2)^2 - (x_i^3)^2] [1 - (x_k^1)^2 - (x_k^2)^2 - (x_k^3)^2]}; \quad (2.6.10)$$

$${}^5a_{ik}^{(5)} = x_i^1 x_k^1 + x_i^2 x_k^2 - x_i^3 x_k^3 + \sqrt{[1 - (x_i^1)^2 - (x_i^2)^2 + (x_i^3)^2] [1 - (x_k^1)^2 - (x_k^2)^2 + (x_k^3)^2]}; \quad (2.6.11)$$

$${}^5a_{ik}^{(6)} = x_i^1 x_k^1 - x_i^2 x_k^2 - x_i^3 x_k^3 + \sqrt{[1 - (x_i^1)^2 + (x_i^2)^2 + (x_i^3)^2] [1 - (x_k^1)^2 + (x_k^2)^2 + (x_k^3)^2]}; \quad (2.6.12)$$

$${}^5a_{ik}^{(7)} = -x_i^1 x_k^1 - x_i^2 x_k^2 - x_i^3 x_k^3 + \sqrt{[1 + (x_i^1)^2 + (x_i^2)^2 + (x_i^3)^2] [1 + (x_k^1)^2 + (x_k^2)^2 + (x_k^3)^2]}; \quad (2.6.13)$$

где x^1, x^2, x^3 по три параметра (координаты), характеризующие элементы. Эти решения соответствуют метрикам:

${}^5a_{ik}^{(4)}$ — сферической 3-мерной геометрии Римана (геометрии постоянной положительной кривизны);

${}^5a_{ik}^{(5)}$ и ${}^5a_{ik}^{(6)}$ — геометрий на 3-мерных гиперсферах, вложенных в 4-мерные псевдоевклидовы пространства;

${}^5a_{ik}^{(7)}$ — гиперболической 3-мерной геометрии Лобачевского (геометрии постоянной отрицательной кривизны).

Заметим, что формально можно определить УСВО минимального ранга (2), для которой можно сразу записать парное отношение по аналогии с предыдущими в виде

$${}^2a_{ik} = \tilde{x}_i \tilde{x}_k, \quad (2.6.14)$$

где каждый элемент характеризуется одним параметром. Закон этой УСВО ранга (2) представляется в форме

$$\Phi_{(2)} = \begin{vmatrix} a_{ii} & a_{ik} \\ a_{ki} & a_{kk} \end{vmatrix} = 0. \quad (2.6.15)$$

Примечательно, что к этой УСВО можно прийти из следующих соображений. Законы невырожденной УСВО (2.6.9) будут выполняться,

если параметры каждого элемента i умножить на некоторое число — на конформный параметр \tilde{x}_i . Очевидно, что на главной диагонали законов УСВО этого класса будут стоять не единицы, а квадраты конформных факторов \tilde{x}_i^2 . При этом новые парные отношения связаны с прежними через конформные факторы:

$$\tilde{a}_{ik} = \tilde{x}_i \tilde{x}_k a_{ik}. \quad (2.6.16)$$

Исходя из изложенного, можно считать, что УСВО ранга (2) является подсистемой обобщенных невырожденных УСВО ранга (r), а записанные выше законы невырожденных УСВО следует считать системами отношений, полученными после выделения подсистемы УСВО ранга (2).

4. Четвертый класс составляют так называемые экзотические УСВО ранга (г;в), характеризующиеся законами, которые не представимы в явном виде. Для УСВО ранга (5;в) этого класса были найдены парные отношения в трех видах. Они соответствуют неким 3-мерным «экзотическим» геометриям. Сначала полагалось, что эти парные отношения определяют новые, ранее неизвестные (унарные) геометрии, однако впоследствии были обнаружены забытые труды геометров с уже описанными геометриями. Поскольку экзотические системы отношений в бинарной геометрофизике не используются, соответствующие им метрики здесь не приводятся.

Таким образом, были найдены десять УСВО (3-мерных геометрий) ранга (5), девять УСВО (2-мерных геометрий) ранга (4) и четыре УСВО (1-мерных геометрий) ранга (3). Для УСВО более высоких рангов полные наборы всех возможных решений пока не установлены. На сегодняшний день ясен вид естественных обобщений указанных геометрий на большие размерности, но не доказана теорема отсутствия иных геометрий.

2.7. Об основаниях геометрии

1. Сопоставим принципы реляционного подхода к пространственно-временным отношениям с общепринятыми представлениями о геометрии. Последние, как известно, наиболее строго формулируются в виде аксиоматики, а всякая аксиоматика опирается на систему *примитивов*, т. е. на исходные (далее не определяемые) элементарные понятия, подчиняющиеся лишь данной системе аксиом, из которых по определенным правилам строятся теоремы. Имеется большой произвол в выборе как самих примитивов, так и аксиом. Конкретизация аксиоматики, в конечном счете, обусловлена миропониманием, т. е. выбранной метафизической парадигмой. В большинстве предлагавшихся аксиоматик

геометрии фактически отражалась именно триалистическая парадигма. Естественно, многочисленные варианты аксиоматики 3-мерной евклидовой геометрии отражали представления о пространстве в ньютоновой физике. После открытия специальной теории относительности (СТО) были разработаны аксиоматики 4-мерного пространства-времени в работах Д. Гильберта [31], А. Робба [77], А. Д. Александрова [1] и др. Затем были предложены аксиоматики общей теории относительности [64, 72].

2. Анализ представленных в литературе аксиоматик геометрии (пространства-времени) показывает, что в них *минимальное и устойчиво повторяющееся число примитивов равно трем*. Как правило, в качестве примитивов геометрии выбираются три начала: **точки, метрика (расстояния, интервалы) и области множеств (окрестности)**.

Три примитива отражают триалистический характер заложенной в аксиоматику метафизической парадигмы. В связи с этим назовем еще один из ключевых метафизических принципов — *принцип фрактальности*, состоящий в том, что в представлениях о каждой из выделенных категорий используемой парадигмы отражены свойства всех других (в данном случае трех) ключевых категорий (см. [27]). В данном случае, когда рассматривается категория пространства (или пространства-времени), точки отражают категорию частиц, метрика — опосредованно — категорию полей, а непрерывные множества — саму категорию пространства.

Как уже отмечалось, реляционный подход, обсуждаемый в этой части, представляет дуалистическую метафизическую парадигму, что означает использование лишь двух примитивов, каковыми являются элементы, соответствующие геометрическим точкам, и отношения, соответствующие геометрической метрике. Ньютоновская категория априорного пространства в реляционном подходе отсутствует, что приводит к отсутствию среди примитивов аксиоматики реляционной теории примитива непрерывных множеств (окрестностей).

3. Уже аксиоматика евклидовой геометрии представляет собой довольно сложный комплекс из примитивов и аксиом; число последних превышает два десятка и варьируется в некоторых пределах. Как правило, совокупность аксиом разбивается на *три основные группы: аксиомы порядка, метрические и топологические аксиомы*, соответствующие трем примитивам аксиоматики.

Топологические аксиомы, формирующие понятие непрерывности исходного многообразия точек, как правило, являются исходными. Это относится и к аксиоматике пространства-времени теории относительности. Не будем углубляться в обсуждение отдельных топологических аксиом: окрестности, делимости, объединения и др., поскольку в реляцион-

ном подходе отсутствует соответствующий этой группе аксиом примитив непрерывных множеств. А множество элементов (точек-событий) систем отношений положим дискретным, даже, может быть, конечным, но достаточно большим.

Отметим, что в работах по теории физических структур [49] рассматривалось именно непрерывное множество элементов, т. е. использовался третий примитив, что было необходимо для записи функционально-дифференциальных уравнений.

4. Из топологических аксиом особое место занимает *аксиома размерности*. В топологии понятие размерности определяется через границы непрерывных множеств (окрестностей). В реляционной теории этот способ рассуждений неприменим. Понятие размерности заменяется понятием ранга системы отношений, т. е. целым числом элементов, для которых записывается закон системы отношений. Это относится как к унарным, так и к бинарным системам отношений и не зависит от того, рассматриваются вещественные или комплексные отношения между элементами.

5. В ряде аксиоматик теории относительности *аксиомы порядка* вводятся вслед за топологическими аксиомами. Они задают характер упорядоченности точек в геометрии и соответствуют свойству причинности в физике.

Абсолютность времени в нерелятивистской физике на геометрическом языке означает, как известно, свойство *линейной упорядоченности* точек-событий. Оно состоит в том, что для любых двух событий a и b имеет место одно из трех отношений: либо b следует за a (тогда $b > a$), либо a следует за b (тогда $b < a$), либо a и b одновременны (тогда $a = b$). Свойство линейной упорядоченности физически означает наличие сигналов с бесконечной скоростью распространения.

Принятие постулата специальной теории относительности (СТО) о предельной скорости (света) привело к замене свойства линейной упорядоченности свойством *частичной упорядоченности*. Последнее означает, что для любых двух различных точек a и b имеет место одно из трех отношений: либо b следует за a (тогда $b > a$), либо a следует за b (тогда $b < a$), либо a и b не следуют друг за другом (тогда $b \leftrightarrow a$), т. е. они не упорядочены. Первые два отношения означают времени-подобность рассматриваемых событий, последнее — пространственно-подобность.

Аксиомы частичной упорядоченности формирует систему упорядоченности для трех точек. Например, имеется аксиома транзитивности, утверждающая: если b следует за a , а c следует за b , то и c следует за a .

В некоторых аксиоматиках теории относительности аксиомы частичной упорядоченности рассматриваются как исходные, с которых начина-

ется ее построение. На них нанизываются все остальные группы аксиом. В частности, следует назвать работы Р. И. Пименова по аксиоматике более общей геометрии, чем геометрия пространства-времени Минковского, и даже более общей, чем геометрия, используемая в эйнштейновской общей теории относительности. В монографии «Пространства кинематического типа (математическая теория пространства-времени)» [72] аксиоматически исследуются геометрии, начиная от наиболее общих (кинематик), основанных на задании множества точек-событий и аксиом частичной упорядоченности, и далее геометрии с последовательным добавлением других групп аксиом: топологических, метрических аксиом и на конечной стадии — учета материи, что приводит уже к общей теории относительности. Примерно такая же схема рассуждений использована в работах Моулда [64] и некоторых других авторов.

В реляционном подходе к геометрии аксиомы упорядоченности теряют определяющий характер — они оказываются следующими за метрическими понятиями.

6. *Метрические аксиомы* в общепринятом подходе определяют свойства интервалов (длин), задаваемых глобально (в пространстве-времени Минковского) или инфинитезимально (в римановом пространстве) для пар точек-событий. Как правило, метрические аксиомы вводятся вслед за аксиомами порядка и привязываются к ним. Так, квадрат интервала между двумя точками положителен, если точки-события упорядочены (времени-подобны), и отрицателен, если точки-события пространственно-подобны.

В реляционном подходе построение теории начинается именно с задания числа — метрического отношения между точками (событиями). Поскольку это число может быть как положительным, так и отрицательным, а также равным нулю, то на этой основе формулируется понятие светового конуса и связанная с ним частичная упорядоченность.

7. В некоторых аксиоматиках из метрических аксиом отдельно выделяется *аксиома Архимеда*, утверждающая: если даны два отрезка (числа), то, складывая несколько раз меньший отрезок (число), всегда можно превзойти больший отрезок (число).

Необходимо отметить, что как в аксиоматике общепринятой геометрии, так и в теории систем вещественных отношений при задании метрики и отношений содержатся представления о вещественных числах. т. е. всегда еще используется *система неявно заданных аксиом арифметики*. Это справедливо для случая классической физики и должно быть изменено в случае физики микромира, опирающейся на комплексные числа (отношения).

8. Наконец, отметим, что к названным группам аксиом добавляются еще специальные аксиомы, призванные уточнить их привязку друг к другу.

Таким образом, традиционные представления об основаниях геометрии могут быть заменены на иную систему, соответствующую реляционному миропониманию, от которой при желании можно перейти к общепринятым представлениям, однако теперь имеющим вторичный характер.

Прямое межчастичное взаимодействие

Для построения целостной картины мира к реляционной трактовке сущности пространства-времени необходимо добавить реляционную же форму описания взаимодействия. Это обусловлено тем, что взаимодействие между частицами является ключевым понятием физики, посредством которого выстраивается информация об окружающем мире и формируется весь набор как геометрических, так и физических понятий.

В традиционном подходе к физике, опирающемся на концепцию близкодействия (теорию поля), взаимодействие описывается с помощью специальной категории полей переносчиков взаимодействий, распространяющихся в непрерывном пространстве-времени от одних тел к другим. В реляционном понимании природы пространства-времени непрерывное многообразие (фон) исчезает. Допускается рассмотрение лишь тех точек (мест), где произошли события (или где находятся материальные объекты). Одновременно с упразднением фона теряет смысл понятие поля. Это означает, что взаимодействие должно описываться посредством неких отношений между взаимодействующими материальными объектами. Поскольку один вид отношений — пространственно-временных — уже был определен, то для описания взаимодействий необходимо ввести второй вид отношений. Напомним, что реляционное миропонимание строится в рамках дуалистической парадигмы, т. е. на паре ключевых категорий.

Физические теории, развиваемые в рамках любой метафизической парадигмы, опираются на некое ключевое соотношение (уравнение, закон, принцип), которое объединяет используемые в данной парадигме категории. В классической механике таковым является второй закон Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$, связывающий характеристики пространства-времени (ускорение \vec{a}), категории частиц (массу m) и категорию полей переносчиков взаимодействий (силу \vec{F}). В общей теории относительности таковым является уравнение Эйнштейна $R_{\mu\nu} - (1/2)g_{\mu\nu}R = \kappa T_{\mu\nu}$, в котором связываются кривизна пространства-времени (левая часть) и характеристики частицы (тензор энергии-импульса негеометрической

материи $T_{\mu\nu}$). Положенные в основу квантовой механики волновые уравнения объединяют обобщенную категорию частиц и полей (волновую функцию) с категорией пространства-времени через дифференцирование волновой функции по координатам.

Аналогичное соотношение, связывающее между собой два вида отношений, имеет место и в теории дуалистической реляционной парадигмы. Оно подсказано теорией прямого межчастичного взаимодействия (action-at-a-distance) Фоккера, созданной в 20-х годах и развитой затем в работах Р. Фейнмана и Дж. Уилера. Эта теория альтернативна теории поля и в XX веке представляла собой боковую ветвь теоретической физики. В ныне существующем виде она имеет промежуточный характер между теорией поля и чисто реляционным подходом.

В теории прямого межчастичного взаимодействия основополагающим понятием является классическое действие взаимодействия пары частиц, которое представляет собой специфическое парное отношение между ними, объединяющее пространственно-временное отношение и отношение из пространства скоростей (токов). Эта теория развивалась для случая электромагнитного взаимодействия, однако ее естественное обобщение охватывает и гравитационное взаимодействие.

3.1. Электромагнитное взаимодействие

Приступая к изложению закономерностей второго вида отношений, введем вторую мировую матрицу отношений вида (2.1.1):

$$M_{world}^{(2)} = \begin{pmatrix} & a & b & c & \dots & i & j & k & l & m & \dots \\ a & \tilde{u}_{aa} & \tilde{u}_{ab} & \tilde{u}_{ac} & \dots & \tilde{u}_{ai} & \tilde{u}_{aj} & \tilde{u}_{ak} & \tilde{u}_{al} & \tilde{u}_{am} & \dots \\ b & \tilde{u}_{ba} & \tilde{u}_{bb} & \tilde{u}_{bc} & \dots & \tilde{u}_{bi} & \tilde{u}_{bj} & \tilde{u}_{bk} & \tilde{u}_{bl} & \tilde{u}_{bm} & \dots \\ c & \tilde{u}_{ca} & \tilde{u}_{cb} & \tilde{u}_{cc} & \dots & \tilde{u}_{ci} & \tilde{u}_{cj} & \tilde{u}_{ck} & \tilde{u}_{cl} & \tilde{u}_{cm} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i & \tilde{u}_{ia} & \tilde{u}_{ib} & \tilde{u}_{ic} & \dots & \tilde{u}_{ii} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{il} & \tilde{u}_{im} & \dots \\ j & \tilde{u}_{ja} & \tilde{u}_{jb} & \tilde{u}_{jc} & \dots & \tilde{u}_{ji} & \tilde{u}_{jj} & \tilde{u}_{jk} & \tilde{u}_{jl} & \tilde{u}_{jm} & \dots \\ k & \tilde{u}_{ka} & \tilde{u}_{kb} & \tilde{u}_{kc} & \dots & \tilde{u}_{ki} & \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{kk} & \tilde{u}_{kl} & \tilde{u}_{km} & \dots \\ l & \tilde{u}_{la} & \tilde{u}_{lb} & \tilde{u}_{lc} & \dots & \tilde{u}_{li} & \tilde{u}_{lj} & \tilde{u}_{lk} & \tilde{u}_{ll} & \tilde{u}_{lm} & \dots \\ m & \tilde{u}_{ma} & \tilde{u}_{mb} & \tilde{u}_{mc} & \dots & \tilde{u}_{mi} & \tilde{u}_{mj} & \tilde{u}_{mk} & \tilde{u}_{ml} & \tilde{u}_{mm} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \tag{3.1.1}$$

однако с другими парными вещественными отношениями \tilde{u}_{ik} между элементами одного множества.

Мир устроен таким образом, что в некотором приближении можно отвлечься от всей мировой матрицы и ограничиться рассмотрением ее подматриц из отношений между конечным числом элементом. Опять, как и в случае пространственно-временных отношений, следует положить, что вторая мировая матрица вырождена (ее детерминант равен нулю), и постулировать наличие **закона (второй) системы отношений**: все диагональные миноры мировой матрицы порядка 5 и выше обращаются в нуль. Таким образом, этот закон унарной системы вещественных отношений (УСВО) ранга (5) связывает между собой все возможные парные отношения между 5 произвольными элементами.

На этот закон можно взглянуть под иным углом зрения. Парные отношения можно трактовать как скалярные произведения векторов, характеризующих элементы множества. Тогда закон представляет собой обращение в нуль определителя Грама для пяти произвольных векторов, что означает их линейную зависимость, т. е. что они определены в 4-мерном пространстве.

Обычно исходят из 4-мерного пространства векторов, из чего следует равенство нулю определителей Грама. В данном же, реляционном, подходе предлагается поступить наоборот: равенство нулю определителя Грама для 5 элементов объявляется исходным постулатом (законом), а 4-мерность входящих в него элементов (векторов) рассматривается как следствие этого закона. Как уже отмечалось, парное отношение между элементами (при нормировке на единицу) представляется в виде скалярного произведения двух векторов

$$u_{ik} = u_{(i)}^\mu u_{(k)\mu}, \quad (3.1.2)$$

где $u_{(i)}^\mu$ — четыре параметра, характеризующие элемент i . Более того, на парные отношения между элементами наложено условие нормировки на постоянное число. Обычно в качестве такого числа выбирается единица. В этом случае закон принимает вид (2.6.9), а векторы $u_{(i)}^\mu$ следует интерпретировать как 4-скорости элементов (частиц).

Сигнатура скалярного произведения опять, как и в случае пространственно-временных отношений, постулируется псевдоевклидовой (+ - - -). Элементы такой системы отношений можно представить как совокупность исходящих из одной точки единичных векторов, концы которых лежат на гиперboloиде, отстоящем от начала координат на единицу (см. рис. 3.1). Известно, что этот гиперboloид асимптотически приближается к изотропному конусу будущего с вершиной в начале координат. Соответствующее этому закону пространство является пространством Лобачевского.

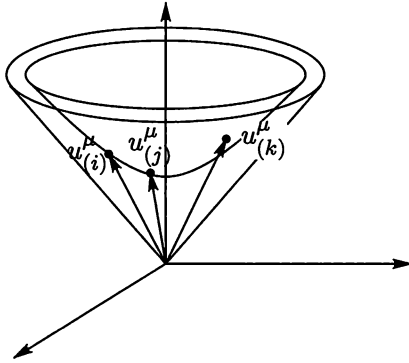


Рис. 3.1. Векторы скоростей (элементы) образуют пространство Лобачевского

Представленный вид парных отношений соответствует кинематике. Чтобы ввести динамику, в данную конструкцию требуется ввести дополнительные понятия, фактически соответствующие использованию еще одной категории. Но можно опереться на две уже введенные категории, физически переинтерпретировав их следующим образом.

- 1) В соответствии с дуалистическим характером реляционной парадигмы определим прообраз действия электромагнитного взаимодействия в виде произведения парных отношений двух видов:

$$\tilde{S}_{(ik)}^{(e)} = \tilde{u}_{ik} B_{ik}^{(2)}, \quad (3.1.3)$$

где \tilde{u}_{ik} — второе парное отношение из (3.1.1), а $B_{ik}^{(2)}$ — некое обобщение парного пространственно-временного отношения.

- 2) Положим, что специфическое обобщение (второго) закона имеет место для идеализированных электрически заряженных микрообъектов, от которых можно перейти к классической теории взаимодействий макрообъектов, состоящих из достаточно большого их числа, что соответствует идее о макроскопической природе классической физики.
- 3) Будем нормировать второй тип отношений не на единицу, а на квадрат элементарного электрического заряда.

3.1.1. Реляционное описание электромагнитного взаимодействия

1. На основе сформулированных положений построим упрощенную модель электромагнитных взаимодействий заряженных макротел. Положим, что тела состоят из неких одинаковых по массе идеализированных микрочастиц с одинаковыми по модулю зарядами. Это утверждение

близко к истине, если учесть атомарную природу тел. В качестве идеализированных частиц можно взять положительно заряженные протоны, а в качестве отрицательно заряженных частиц — нейтроны в совокупности с электронами из атомных оболочек. Известно, что в ядрах атомов, как правило, число нейтронов преобладает над числом протонов. Это можно учесть, заменив (с некоторой точностью) пары нейтронов на пары противоположно заряженных частиц с одинаковыми массами.

2. Третье из сформулированных положений означает, что для идеализированных микрочастиц имеет место обобщенный закон вида (2.6.9), в котором парные отношения нормированы на квадрат элементарного электрического заряда. В итоге закон может быть записан в следующем виде:

$$\Phi_{(5)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} & \tilde{u}_{il} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} & \tilde{u}_{kl} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{js} & \tilde{u}_{jl} \\ \tilde{u}_{si} & \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{sl} \\ \tilde{u}_{li} & \tilde{u}_{lk} & \tilde{u}_{lj} & \tilde{u}_{ls} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (3.1.4)$$

От этого выражения можно перейти к определителю с единицами на главной диагонали посредством конформного преобразования всех параметров элементов. Очевидно, что конформные факторы разных элементов могут отличаться друг от друга лишь знаком. Предлагается их интерпретировать (с точностью до размерного множителя) как электрические заряды элементарных микрочастиц $\tilde{u}_{ik} = \tilde{e}_i \tilde{e}_k u_{ik}$. Таким образом, теперь парное отношение \tilde{u}_{ik} уже принимает не кинематический, а динамический характер.

С учетом сказанного, прообраз действия взаимодействия двух заряженных элементарных частиц представляется в форме:

$$\tilde{S}_{(ik)}^{(e)} = \tilde{e}_i \tilde{e}_k u_{(i)}^\mu u_{(k)\mu} B_{(ik)}^{(2)}. \quad (3.1.5)$$

3. Чтобы получить общепринятые формулы, перейдем от отношений между отдельными микрочастицами к суммам парных отношений элементарных частиц, составляющих два макрообъекта A и B . Поскольку достаточно разнесенные макрообъекты приближенно можно считать точечными (в классическом смысле), то все составляющие их идеализированные микрочастицы полагаются имеющими одинаковые скорости и одинаковые парные отношения $B_{(ik)}^{(2)}$. Это значит, что при суммировании можно вынести за скобки скалярные произведения скоростей частиц и $B_{(ik)}^{(2)}$, тогда процедура перехода к макрообъектам сводится к суммированиям по зарядам микрочастиц, составляющих эти объекты.

Так приходим к зарядам двух макрообъектов:

$$\tilde{q}_A = \sum_{(i \subset A)} \tilde{e}_i; \quad \tilde{q}_B = \sum_{(k \subset B)} \tilde{e}_k. \quad (3.1.6)$$

В итоге прообраз действия электромагнитного взаимодействия между двумя заряженными макрообъектами A и B записывается в виде

$$\tilde{S}_{(AB)}^{(e)} = \tilde{q}_A \tilde{q}_B u_{(A)}^\mu u_{(B)\mu} B_{(AB)}^{(2)} = \tilde{j}_{(A)}^\mu \tilde{j}_{(B)\mu} B_{(AB)}^{(2)}, \quad (3.1.7)$$

где введены токи двух частиц $\tilde{j}_{(A)}^\mu = \tilde{q}_A u_{(A)}^\mu$. (От введенного здесь обозначения макрообъектов через большие буквы далее вернемся к малым латинским буквам.)

4. В приведенных формулах стоят безразмерные величины. Для перехода к размерным зарядам предлагается использовать универсальные размерные физические константы, положив:

$$\tilde{e}^2 = \frac{e^2}{\hbar c} \equiv \gamma_0, \quad (3.1.8)$$

где \hbar — постоянная Планка, e — элементарный заряд (электрона), $\gamma_0 = e^2/(\hbar c)$ — постоянная тонкой структуры. Для получения действия в общепринятых единицах \hbar представим последнее выражение в виде

$$\left[\tilde{S}_{(ik)}^{(e)} \right] \sim [\hbar] = \left[\frac{e^2}{c} \right] \rightarrow \tilde{S}_{(ik)}^{(e)} = \frac{q_i q_k}{c} u_{(i)}^\mu u_{(k)\mu} B_{ik}^{(2)}. \quad (3.1.9)$$

Квадратные скобки здесь означают размерности обозначенных величин. На основании этих формул осуществляется переход от безразмерных зарядов (с тильдами) к размерным зарядам (без тильд).

5. Пока осталось неопределенным парное отношение $B_{ik}^{(2)}$ из координатного пространства-времени. Как будет показано ниже, оно соответствует использованию хроногеометрического условия (2.4.15).

3.1.2. Теория прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия

1. Вид $B_{ik}^{(2)}$ в (3.1.7) можно установить, сравнивая данный подход с теорией прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана [20, 89, 106], где в качестве динамического принципа используется принцип Фоккера, записываемый в виде равенства нулю вариации действия S для взаимодействующих частиц:

$$\delta S = \delta \left(\sum_i S^0(i) + \sum_{(i,k)} S_{int}^{(e)}(i,k) \right) = 0, \quad (3.1.10)$$

где $S^0(i)$ — свободное действие частицы i , а $S_{int}^{(e)}(i, k)$ — действие электромагнитного взаимодействия двух заряженных частиц i и k [106]:

$$\begin{aligned} S_{int}^{(e)}(i, k) &= -\frac{q_i q_k}{c} \int \int u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu \eta_{\mu\nu} \delta(s^2(i, k)) ds_i ds_k = \\ &= -\frac{1}{c} \int \int j_{(i)}^\mu j_{(k)\mu} \delta(s^2(i, k)) ds_i ds_k. \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

Здесь $j_{(i)}^\mu = q_i dx_i^\mu / ds_i$ — вектор 4-тока частицы с номером i ; ds_i, ds_k — смещения вдоль мировых линий частиц; $\eta_{\mu\nu}$ — метрический тензор пространства-времени Минковского.

2. Из сопоставления (3.1.9) и (3.1.11) следует, что в качестве парного отношения $B_{ik}^{(2)}$ следует взять дираковскую дельта-функцию от квадрата интервала между событиями в двух точках:

$$B_{ik}^{(2)} \rightarrow \delta(s^2(i, k)). \quad (3.1.12)$$

Как известно, дельта-функция имеет смысл лишь в процедуре интегрирования. С позиций реляционного подхода интегрирования в принципе Фоккера вдоль траекторий двух частиц соответствует тому, что в классической теории мы имеем дело с огромным количеством событий, которые можно аппроксимировать непрерывными линиями.

3. Напомним известное свойство дельта-функции от квадрата интервала:

$$\delta(s^2(i, k)) = \delta(c^2 t_{ik}^2 - l_{ik}^2) = \frac{1}{2|l_{ik}|} [\delta(ct_{ik} - l_{ik}) + \delta(ct_{ik} + l_{ik})], \quad (3.1.13)$$

где $t_{ik} = \tau_{ik}/c$ и l_{ik} — промежуток времени и расстояние между положениями взаимодействующих частиц. Отсюда видно, что при замене (3.1.12), во-первых, получается численное значение знаменателя, соответствующее расстоянию между двумя частицами, согласно хроногеометрическому условию (2.4.15), и, во-вторых, обеспечивается взаимодействие частиц, когда они находятся на световых конусах друг друга, как и при определении двух координат в хроногеометрии. Другие части парных отношений (скалярные произведения токов) в (3.1.9) и (3.1.11) совпадают.

4. При фиксированном положении частицы с номером i в некоторый момент времени t_o (на ее мировой линии) взаимодействие между частицами происходит при двух положениях второй частицы: в предшествующий момент t' и в будущий момент t'' , соответствующих двум пересечениям конусов прошлого и будущего (с вершиной на мировой

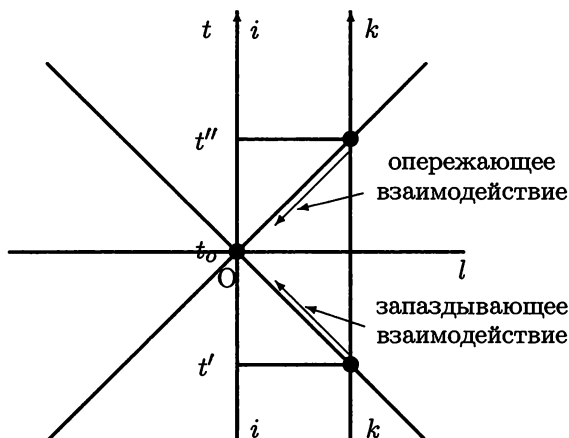


Рис. 3.2. Опережающее и запаздывающее взаимодействия двух частиц

линии первой частицы в момент t_0) с мировой линией второй частицы (см. рис. 3.2). С точки зрения первой частицы взаимодействие, определяемое положением второй частицы в момент t' , называется *запаздывающим*, а положением в момент t'' — *опережающим*.

5. Таким образом, согласно принципу Фоккера, запаздывающее и опережающее взаимодействия присутствуют симметричным образом. В 20-х — 30-х годах это представляло основную трудность теории прямого межчастичного взаимодействия. Можно было говорить о совпадении этой теории с теорией поля лишь для статических и стационарных электромагнитных явлений.

Как видно из формулы (3.1.13), в нее не входят поля переносчиков взаимодействий. Взаимодействие определяется лишь характеристиками частиц, т. е. этой формулой описывается запаздывающее (и опережающее) дальное действие.

6. Полное действие для системы взаимодействующих электрических зарядов в классической теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия записывается в виде

$$S^{(e)} = - \sum_i m_i c \int ds_i - \frac{1}{2c} \sum_i \sum_k \iint j_{(i)}^\mu j_{(k)\mu} \delta(s^2(i, k)) ds_i ds_k, \quad (3.1.14)$$

где m_i — масса покоя частицы i . Первое слагаемое справа, пока не введенное в реляционной трактовке, соответствует действию для свободных (невзаимодействующих) частиц. Оно представляет собой отношение между двумя точками-событиями на мировой линии одной частицы. Во втором слагаемом справа суммирование производится по всем парам заряженных частиц, причем $i \neq k$.

3.1.3. Переход к теории электромагнитного поля

1. В теории прямого межчастичного взаимодействия можно ввести вторичные (вспомогательные) понятия, соответствующие потенциалам и напряженностям электромагнитного поля. Чтобы это сделать, выделим из (3.1.14) одну частицу, например, с номером i и запишем для нее действие в более привычной форме

$$S^{(e)}(i) = -m_i c \int ds_i - \frac{1}{c} \sum_{k \neq i} \int j_{(i)}^\mu A_\mu(i, k) ds_i, \quad (3.1.15)$$

где введено обозначение для отдельных вкладов

$$A_\mu(i, k) = \int j_{(k)\mu} \delta(s^2(i, k)) ds_k, \quad (3.1.16)$$

которые интерпретируются как векторный электромагнитный потенциал, создаваемый зарядом q_k в том месте, где находится заряд q_i .

2. Объединяя вклады всех заряженных частиц, получаем суммарный электромагнитный потенциал $A_\mu(i)$ в месте нахождения заряда с номером i .

$$A_\mu(i) = \sum_{k \neq i} A_\mu(i, k) \quad (3.1.17)$$

и действие для выделенной частицы:

$$S^{(e)}(i) = -m_i c \int ds_i - \frac{1}{c} \int j_{(i)}^\mu A_\mu(i) ds_i, \quad (3.1.18)$$

формально совпадающее с общепринятым выражением в электродинамике Максвелла—Лоренца. Однако следует подчеркнуть, что в теории прямого межчастичного взаимодействия бессмысленно говорить о потенциале в точках пространства-времени, где отсутствуют электрические заряды.

3. Из действия (3.1.18) легко получить уравнение движения выделенной заряженной частицы. Согласно принципу наименьшего действия, эта частица движется по экстремальной кривой

$$\delta S^{(e)}(i) = 0 \quad (3.1.19)$$

в предположении, что на концах траектории вариации координат равны нулю. После стандартных выкладок получается уравнение знакомого вида

$$m_i \eta_{\mu\nu} \frac{d^2 x_i^\nu}{ds_i^2} = \frac{q_i}{c^2} F_{\mu\nu}(i) \frac{dx_i^\nu}{ds_i}, \quad (3.1.20)$$

где введен тензор электромагнитного взаимодействия в точке нахождения заряда с номером i :

$$F_{\mu\nu}(i) = \frac{\partial A_\nu(i)}{\partial x_i^\mu} - \frac{\partial A_\mu(i)}{\partial x_i^\nu}. \quad (3.1.21)$$

Если опустить индекс, обозначающий номер частицы, получим стандартное уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном «поле».

4. Введенный в (3.1.21) тензор электромагнитного взаимодействия $F_{\mu\nu}$ тождественно удовлетворяет соотношениям, аналогичным уравнениям Максвелла. Чтобы это показать, следует воспользоваться соотношением Дирака для δ -функции:

$$\eta^{\mu\nu} \frac{\partial^2}{\partial x_i^\mu \partial x_i^\nu} \delta(s^2(i, k)) = 4\pi\delta^4(x_i - x_k). \quad (3.1.22)$$

Поддействуем оператором $\eta^{\mu\nu} \partial^2 / \partial x_i^\mu \partial x_i^\nu$ слева на вклад в векторный потенциал от одной частицы, определенный в (3.1.17). Используя (3.1.22), находим, что векторный потенциал удовлетворяет неоднородному волновому уравнению

$$\eta^{\mu\nu} \frac{\partial^2 A_\alpha(i, k)}{\partial x_i^\mu \partial x_i^\nu} = \frac{4\pi}{c} j_{(k)\alpha}, \quad (3.1.23)$$

где

$$j_{(k)\alpha} = q_k \eta_{\alpha\beta} \int_k \delta^4(x_i - x_k) \frac{dx_k^\beta}{ds_k}$$

— ток заряда k .

5. Легко убедиться, что определенный, согласно (3.1.16), векторный потенциал автоматически удовлетворяет условию калибровки Лоренца

$$\frac{\partial A^\alpha(i, k)}{\partial x_i^\alpha} = 0. \quad (3.1.24)$$

Расписывая $\partial F_{\beta}^\alpha(i, k) / \partial x_i^\alpha$ с учетом (3.1.23) и (3.1.24), находим

$$\frac{\partial F_{\beta}^\alpha(i, k)}{\partial x_i^\alpha} = -\frac{4\pi}{c} j_{(k)\beta}. \quad (3.1.25)$$

Это соотношение соответствует второй паре уравнений Максвелла в стандартной теории поля, однако в теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия это не уравнение, а тождество. Оно удовлетворяется тождественно вследствие постулирования выражений (3.1.16) и (3.1.17).

3.2. Линеаризованное гравитационное взаимодействие

В развиваемом здесь реляционном подходе гравитационное взаимодействие имеет вторичный, производный от электромагнитного взаимодействия характер, о чем догадывались некоторые физики-теоретики, работавшие в рамках иных метафизических парадигм [82, 94].

3.2.1. Природа гравитации в реляционном подходе

1. В реляционном подходе гравитационное взаимодействие обусловлено учетом *диагональных* миноров следующего, второго порядка в определителе мирового закона (3.1.4). Так, для двух частиц, описываемых элементами i и k , можно определить парное отношение:

$$D_{ik}^{(2)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ik} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix}, \quad (3.2.1)$$

что позволяет ввести прообраз действия гравитационного взаимодействия двух элементов в виде

$$\tilde{S}_{(ik)}^{(g)} = C_2 D_{ik}^{(2)} B_{ik}^{(2)}, \quad (3.2.2)$$

где C_2 — некоторая константа.

Поскольку здесь по-прежнему рассматриваются парные отношения элементов, то в выражении для прообраза гравитационного взаимодействия следует ожидать прежнее выражение для координатного парного отношения $B_{ik}^{(2)}$.

2. Учитывая (3.1.7) и раскрывая определитель, имеем

$$D_{ik}^{(2)} = \tilde{e}^4 (1 - u_{ik} u_{ki}) = -\frac{\tilde{e}^4}{2} u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu (\eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta}) u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta, \quad (3.2.3)$$

где $\eta_{\mu\nu}$ — опять метрический тензор пространства Минковского. Это позволяет записать прообраз действия гравитационного взаимодействия двух элементов в виде

$$\tilde{S}_{(ik)}^{(g)} = C_2 \tilde{e}_i^2 \tilde{e}_k^2 u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu (\eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta}) u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta B_{ik}^{(2)}. \quad (3.2.4)$$

3. Поскольку теперь конформный фактор (электрический заряд) дает квадратичный вклад в множители перед скалярными произведениями скоростей, то эти множители могут принимать лишь положительные значения, в отличие от электрических зарядов в минорах первого

порядка. Очевидно, они могут соответствовать лишь значениям масс идеализированных микрочастиц ($\tilde{e}_i^2 = \tilde{m}_i$).

Выразим значение массы частиц через безразмерную константу C_2 , имеющую характер весового соотношения миноров первого и второго порядков в прообразе действия, и размерные фундаментальные константы. Для этого опять воспользуемся соотношением (3.1.8), которое в данном случае дает

$$\tilde{e}^4 = \frac{e^4}{\hbar^2 c^2} \rightarrow [\tilde{S}^{(g)}] \sim [\hbar] = \left[\frac{e^4}{\hbar c^2} \right]. \quad (3.2.5)$$

С другой стороны, при сделанном выводе о связи зарядов и масс, прообраз гравитационного действия при необходимой размерности должен определяться произведением масс и ньютоновой гравитационной постоянной G , откуда имеем

$$\tilde{S}^{(g)} \sim G \frac{m_1 m_2}{c} = C_2 \frac{e^4}{\hbar c^2}. \quad (3.2.6)$$

Полагая массы идеализированных микрочастиц одинаковыми, отсюда находим

$$m = \frac{\sqrt{C_2} e^2}{\sqrt{G \hbar c}} = \sqrt{C_2} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = \sqrt{C_2} \gamma_0 m_{Pl}, \quad (3.2.7)$$

где $m_{Pl} \simeq 10^{-5}$ г — планковская масса.

Таким образом, в данном подходе масса идеализированных микрочастиц определяется произведением постоянной тонкой структуры, планковской массы и квадратного корня из безразмерного весового вклада C_2 . Выбором значения весового коэффициента можно добиться любого значения массы идеализированной микрочастицы. Для случая нуклона следует положить $C_2 \simeq 10^{-36}$. Следовательно, весовой коэффициент C_2 играет роль перенормирующего фактора, переводящего значение планковской массы в наблюдаемое значение. Это переопределение масс аналогично процедуре перенормировки планковских масс в унарных многомерных геометрических моделях физических взаимодействий типа теории Калуцы.

4. Массы макротел должны рассматриваться как сумма масс составляющих тело микрочастиц (элементов), т. е., как и в случае электромагнитного взаимодействия, имеем

$$q_A = \sum_{(i \subset A)} e_i \leftrightarrow m_A = \sqrt{\frac{C_2}{G \hbar c}} \sum_{(i \subset A)} e_i^2. \quad (3.2.8)$$

Сумма квадратов, как известно, существенно отличается от квадрата суммы слагаемых, т. е. масса макротела всегда положительна и отлична

от нуля даже в случае электрически нейтральных тел. В итоге имеем прообраз гравитационного действия

$$\tilde{S}_{(ik)}^{(g)} = G \frac{m_i m_k}{c} u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu (\eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta}) u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta B_{ik}^{(2)}. \quad (3.2.9)$$

5. Данные рассуждения касаются некой упрощенной (идеализированной) модели, которая может претендовать лишь на вскрытие закономерностей качественного характера. В рамках этой модели все элементарные частицы имеют одинаковые массы, жестко связанные со значением элементарного электрического заряда (электрона). Это допустимо для описания классической теории, где несущественны детальные свойства микрочастиц, составляющих тела, однако для построения реалистической теории элементарных частиц необходимо обобщить теорию на случай, во-первых, комплексных отношений и, во-вторых, на случай бинарных систем отношений, что будет сделано в следующих частях данной книги.

3.2.2. Теория прямого межчастичного гравитационного взаимодействия

1. Учитывая все изложенное, можно обобщить принцип Фоккера (3.1.10) на случай гравитационного взаимодействия, заменив характеристики электромагнитного взаимодействия на названные выше гравитационные (квадратичные). В итоге будем иметь принцип Фоккера для линейаризованного гравитационного взаимодействия, в котором вместо (3.1.11) следует писать:

$$S_{int}^{(g)}(i, k) = G \frac{m_i m_k}{c} \iint u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu (\eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta}) \times \\ \times u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta \delta(s^2(i, k)) ds_i ds_k, \quad (3.2.10)$$

где u^μ — компоненты 4-скоростей, а m_s — массы соответствующих уже классических частиц, G — ньютоновская гравитационная постоянная. Остальные обозначения те же, что и в (3.1.14). В этом выражении опять использовано представление второго парного отношения $B_{ik}^{(2)}$ в виде (3.1.13).

От квадратичных по скоростям величин точечных частиц перейдем к тензорам энергии-импульса $T^{\mu\nu} \sim m u^\mu u^\nu$ взаимодействующих тел

(объектов). Тогда действие гравитационного взаимодействия двух частиц может быть представлено в виде

$$S_{int}^{(g)}(i, k) = \frac{G}{c} \int \int T_{(i)}^{\mu\nu} (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) \times \\ \times T_{(2)}^{\alpha\beta} \delta(s^2(i, k)) ds_i ds_k. \quad (3.2.11)$$

Близкое к этому выражение приводилось в работах ряда авторов¹⁾.

2. Действие для системы гравитационно взаимодействующих частиц на фоне плоского пространства-времени обычно записывается в виде [20, 73]

$$S^{(g)} = -c \sum_i m_i \int ds_i + \\ + \frac{G}{2c} \sum_i \sum_{k \neq i} m_i m_k \int \int u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - \eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta \delta(s^2(i, k)) ds_i ds_k, \quad (3.2.12)$$

где, подчеркнем, суммирование производится по несовпадающим номерам частиц. Отличие коэффициентов в (3.2.11) и (3.2.12) объяснено ниже.

3. Выделив из суммарного действия вклады одной частицы с номером i , представим ее действие в форме

$$S^{(g)}(i) = -cm_i \int \left(1 - G \sum_{k \neq i} \varphi_{\mu\nu}(i, k) u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu \right) ds_i, \quad (3.2.13)$$

где использовано обозначение для потенциалов гравитационного воздействия на частицу i со стороны частицы k

$$\varphi_{\mu\nu}(i, k) = \frac{m_k}{2c^2} \int \delta(s^2(i, k)) (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta ds_k. \quad (3.2.14)$$

¹⁾Обобщение принципа Фоккера на случай гравитационного взаимодействия рассматривалось в работах Я. И. Грановского и А. А. Пантюшина (1965–1969 гг.) [32, 68], Е. В. Парушина (1974 г.), К. А. Пирагаса и В. И. Жданова (1972–1995 гг.) [40, 73] и ряда других авторов. В этих работах была развита теория гравитации в первом приближении по гравитационной константе G и рассмотрен ряд приложений этой теории для анализа приближенных уравнений движения системы гравитирующих частиц. Кроме того, следует указать большую серию работ Ф. Хойла и Дж. Нарликара (1964–1979 гг.) [112–117, 65, 66] по своеобразному варианту теории прямого межчастичного гравитационного взаимодействия, который правильнее было бы назвать теорией прямого скалярного взаимодействия на фоне искривленного пространства-времени общей теории относительности. Построение теории прямого межчастичного гравитационного взаимодействия в любом порядке по G , совпадающей с эйнштейновской теорией гравитации, было осуществлено в наших работах с А. Ю. Турыгиным (1986 г.) [20].

Объединяя вклады от всех частиц, имеем суммарный гравитационный потенциал в месте нахождения частицы i :

$$\varphi_{\mu\nu}(i) = \sum_{k \neq i} \varphi_{\mu\nu}(i, k) \quad (3.2.15)$$

и действие для частицы i в виде

$$S^{(g)}(i) = -cm_i \int \left(1 - G\varphi_{\mu\nu}(i)u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu \right) ds_i. \quad (3.2.16)$$

4. Выведем из действия (3.2.12) уравнения движения частицы i . Для этого распишем вариацию действия при обычных предположениях о равенстве нулю вариаций координат на концах траектории. После стандартных выкладок находим уравнение движения в виде (номер частицы i опускаем)

$$\begin{aligned} \eta_{\sigma\nu} \frac{d^2 x^\nu}{ds^2} - G \left(\frac{\partial \varphi_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \varphi_{\nu\sigma}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial \varphi_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} \right) u^\mu u^\nu - \\ - 2G\varphi_{\mu\sigma} \frac{du^\mu}{ds} + G \frac{\partial \varphi_{\mu\nu}}{\partial x^\beta} u^\mu u^\nu u^\alpha u^\beta \eta_{\alpha\sigma} + \\ + 2G\varphi_{\mu\nu} \frac{u^\mu}{ds} u^\nu u^\alpha \eta_{\alpha\sigma} + G\varphi_{\mu\nu} u^\mu u^\nu \frac{du^\alpha}{ds} \eta_{\alpha\sigma} = 0. \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

5. Используя выражение для квадрата конечного интервала

$$s^2(x, x') = \eta_{\mu\nu}(x^\mu - x'^\mu)(x^\nu - x'^\nu) \quad (3.2.18)$$

и определение гравитационных потенциалов (3.2.14), таким же способом, как и в электродинамике, можно получить условия, соответствующие условию Лоренца (3.1.24):

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(\varphi^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta^{\alpha\beta} \varphi \right) = 0, \quad (3.2.19)$$

где $\varphi = \varphi_{\mu\nu} \eta^{\mu\nu}$.

6. Из тождеств Дирака (3.1.22) и определения (3.2.14) следует тождественная выполнимость соотношений:

$$G\Box \left(\varphi^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta^{\alpha\beta} \varphi \right) \equiv \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (3.2.20)$$

соответствующих уравнению Даламбера в релятивистской скалярной теории гравитации.

3.2.3. Геометризация прямого гравитационного взаимодействия

1. Будем рассматривать метрику Минковского как нулевое приближение некой *эффе́ктивной римановой метрики* (в первом порядке по G):

$$\begin{aligned} & \stackrel{(o)}{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}; \quad \stackrel{(1)}{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} - 2G\varphi_{\mu\nu} = \\ & = \eta_{\mu\nu} - \frac{G}{c^2} \sum_{k \neq i} m_k \int \delta(s^2(i, k)) (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta ds_k. \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

Здесь последний член справа представляет собой малую добавку к метрике плоского пространства-времени Минковского. Чтобы не возникало путаницы, будем помечать все величины, вычисленные с помощью метрики $\stackrel{(o)}{g}_{\mu\nu}$, значком (o) сверху, а величины, вычисленные с помощью метрики $\stackrel{(1)}{g}_{\mu\nu}$, — значком (1) . Так, имеем

$$\begin{aligned} d \stackrel{(o)}{s}^2 &= \stackrel{(o)}{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu; \quad \stackrel{(o)}{u}^\mu = dx^\mu / d \stackrel{(o)}{s}; \\ d \stackrel{(1)}{s}^2 &= \left(1 - 2G\varphi_{\mu\nu} \stackrel{(o)}{u}^\mu \stackrel{(o)}{u}^\nu \right) d \stackrel{(o)}{s}^2; \quad \frac{d}{d \stackrel{(o)}{s}} = \frac{d}{d \stackrel{(1)}{s}} + O(G^2); \quad (3.2.22) \\ \stackrel{(o)}{u}^\mu &= \left(1 - G\varphi_{\mu\nu} \stackrel{(o)}{u}^\mu \stackrel{(o)}{u}^\nu \right) \stackrel{(1)}{u}^\mu + O(G^2). \end{aligned}$$

2. Уравнения движения (3.2.17) можно представить в *форме уравнений геодезической линии в метрике* (3.2.21):

$$\stackrel{(1)}{g}_{\sigma\nu} \frac{d \stackrel{(1)}{u}^\nu}{d \stackrel{(1)}{s}} + \Gamma_{\mu\nu, \sigma} \stackrel{(1)}{u}^\mu \stackrel{(1)}{u}^\nu = 0, \quad (3.2.23)$$

где

$$\Gamma_{\mu\nu, \sigma} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \stackrel{(1)}{g}_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \stackrel{(1)}{g}_{\nu\sigma}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial \stackrel{(1)}{g}_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} \right) \quad (3.2.24)$$

— символы Кристоффеля (первого порядка малости по G).

3. В первом порядке по G *тождественно выполняются уравнения Эйнштейна*. Чтобы это показать, выпишем несколько промежуточных выражений. Из (3.2.21) находится контравариантный метрический тензор

$$\stackrel{(1)}{g}^{\mu\nu} \approx \stackrel{(o)}{g}^{\mu\nu} + 2G\varphi^{\mu\nu}, \quad (3.2.25)$$

где $\varphi^{\mu\nu} = \varphi_{\alpha\beta}\eta^{\alpha\mu}\eta^{\beta\nu}$. Из (3.2.21) и (3.2.24) последовательно находятся компоненты символов Кристоффеля $\Gamma_{\mu\nu}^{(1)\alpha}$, тензора Риччи $R_{\mu\nu}^{(1)}$ и скалярной кривизны $R^{(1)}$ в эффективной метрике (3.2.21). В итоге для тензора Эйнштейна имеем выражение

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu}^{(1)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^{(1)} R = G \square \left(\varphi_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^{(o)} \varphi \right) - G \left(\varphi_{\mu,\alpha}^{\alpha} - \frac{1}{2} g_{\mu}^{\alpha} \varphi_{,\alpha} \right)_{,\nu} - \\ - G \left(\varphi_{\nu,\alpha}^{\alpha} - \frac{1}{2} g_{\nu}^{\alpha} \varphi_{,\alpha} \right)_{,\mu} + G g_{\mu\nu}^{(o)} (\varphi_{,\alpha}^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \varphi_{,\alpha})_{,\beta}, \end{aligned} \quad (3.2.26)$$

где запятая означает частное дифференцирование; $\varphi = \varphi_{\mu\nu}\eta^{\mu\nu}$.

4. Аналоги условия Лоренца (3.2.19) во введенной метрике означают тождественную выполнимость (в первом порядке по G) дополнительных условий гармоничности (условий де Дондера—Фока). С учетом этих условий тензор Эйнштейна приводится к виду

$$R_{\mu\nu}^{(1)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^{(1)} R = G \square \left(\varphi_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^{(o)} \varphi \right). \quad (3.2.27)$$

На основании этого выражения и тождеств (3.2.20) приходим к тождествам, соответствующим уравнениям Эйнштейна в первом порядке по G :

$$R_{\mu\nu}^{(1)} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^{(1)} R \equiv \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}. \quad (3.2.28)$$

5. Для получения теории прямого межчастичного гравитационного взаимодействия, соответствующей эйнштейновской общей теории относительности, необходимо ввести в принцип действия Фоккера слагаемые более высоких порядков по G .

3.2.4. Природа «свободного» действия в реляционном подходе

Обратимся к слагаемым $S^{(0)}(i)$ в (3.1.10), (3.1.14) и (3.1.12), описывающим действие свободных частиц. Строго говоря, в реляционном подходе отсутствует понятие свободной частицы. Частицы могут рассматриваться лишь в отношениях с другими частицами. То, что в общепринятом теоретико-полевым подходе трактуется как свободное действие, в реляционной теории получается из слагаемых в минорах второго (и более высокого) порядка, содержащих квадраты скоростей каждой из частиц.

«Свободное» действие одной из частиц можно получить из них суммированием по всем вторым частицам окружающего мира. Так, оставляя в (3.2.10) лишь слагаемое без скоростей с коэффициентом 1, можно записать

$$S_{(free)}(i) = cm_i \int ds_i = -\frac{Gm_i}{c} \sum_{k \neq i} m_k \iint \delta(s^2(i, k)) ds_i ds_k, \quad (3.2.29)$$

т. е. можно положить, что сумма вкладов всех масс частиц окружающего мира определяет гравитационную константу:

$$\sum_{k \neq i} m_k \int \delta(s^2(i, k)) ds_k = \frac{c^2}{G}. \quad (3.2.30)$$

Это соотношение обуславливает отличие коэффициентов в (3.2.10) и (3.2.12).

Учитывая, что в определение дельта-функции неявно входит расстояние между выделенной и рассматриваемой частицами, это выражение можно рассматривать как обобщение известного соотношения между значением массы M и гравитационным радиусом Вселенной R_g в общей теории относительности

$$\sum_{k \neq i} m_k \int \delta(s^2(i, k)) ds_k \equiv \frac{2M}{R_g} = \frac{c^2}{G} \rightarrow R_g = \frac{2MG}{c^2}. \quad (3.2.31)$$

Данное соотношение в реляционном подходе следует трактовать как обусловленность лагранжиана «свободных» частиц их взаимодействием со всеми частицами окружающего мира (Вселенной) в духе принципа Маха. «Свободная» часть в действии представляет собой лишь завуалированное суммированием взаимодействие выделенной частицы со всем окружающим миром.

Если ограничиться лишь «свободной» частью действия выделенной частицы, то она, очевидно, будет двигаться по инерции прямолинейно и равномерно, поскольку это означает ее идеализированное состояние относительно окружающей Вселенной, где все частицы полагаются равноправными.

3.3. Прямые многочастичные взаимодействия

Пока были задействованы лишь два простейших вида миноров первого и второго порядков. Однако, согласно универсальному правилу, все миноры из определителя, характеризующего мировой закон, имеют некий физический (или геометрический) смысл. Рассмотрим оставшиеся миноры более высокого порядка.

3.3.1. Виды прямых межчастичных взаимодействий

1. Из определителя в законе (3.1.4) можно построить несколько видов миноров: три вида миноров второго порядка, три вида миноров третьего порядка и два минора четвертого порядка, которые, как оказывается, имеют четкую физическую интерпретацию и играют важную роль в описании классических электромагнитных и гравитационных взаимодействий.

Выпишем в виде таблицы (3.3.1) все названные миноры, начиная с первого порядка:

Гравитация	Электромагнетизм	Принцип Маха
$\tilde{e}^2 = \frac{e^2}{\hbar c} = Const$	\tilde{u}_{ik}	0
$D_{ik}^{(2)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}_i^2 & \tilde{u}_{ik} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}_k^2 \end{vmatrix}$	$D_{ik,j}^{(2)} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ki} & \tilde{u}_{kj} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{e}_j^2 \end{vmatrix}$	$D_{ikjs}^{(2)} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} \\ \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} \end{vmatrix}$
$D_{ikj}^{(3)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}_i^2 & \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}_k^2 & \tilde{u}_{kj} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}_j^2 \end{vmatrix}$	$D_{ik,js}^{(3)} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} \\ \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}_j^2 & \tilde{u}_{js} \\ \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}_s^2 \end{vmatrix}$	$D_{ikjs,l}^{(3)} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} & \tilde{u}_{il} \\ \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} & \tilde{u}_{kl} \\ \tilde{u}_{lj} & \tilde{u}_{ls} & \tilde{e}_l^2 \end{vmatrix}$
$D_{ikjs}^{(4)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}_i^2 & \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}_k^2 & \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}_j^2 & \tilde{u}_{js} \\ \tilde{u}_{si} & \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}_s^2 \end{vmatrix}$	$D_{ik,jsl}^{(4)} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} & \tilde{u}_{il} \\ \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}_j^2 & \tilde{u}_{js} & \tilde{u}_{jl} \\ \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}_s^2 & \tilde{u}_{sl} \\ \tilde{u}_{lk} & \tilde{u}_{lj} & \tilde{u}_{ls} & \tilde{e}_l^2 \end{vmatrix}$	0

(3.3.1)

Здесь верхний слева элемент \tilde{e}^2 выписан для полноты представленных здесь миноров.

2. Два минора \tilde{u}_{ik} и $D_{ik}^{(2)}$ в левом верхнем углу таблицы описывают двухчастичные взаимодействия. Два минора: $D_{ik,j}^{(2)}$ и $D_{ikj}^{(3)}$, расположенные наискось правее и ниже двух названных, описывают трехчастичные взаимодействия. Три минора $D_{ikjs}^{(2)}$, $D_{ik,js}^{(3)}$ и $D_{ikjs,l}^{(3)}$, расположенные по диагонали, описывают четырехчастичные взаимодействия. Наконец, два оставшихся минора $D_{iksl,j}^{(3)}$ и $D_{ik,jsl}^{(4)}$ в правом нижнем углу описывают пятичастичные взаимодействия. В обозначениях частиц запятая отделяет электромагнитно взаимодействующие частицы от частиц, оказывающих на них гравитационное воздействие.

3. В выписанной таблице сверху дана физическая интерпретация трех столбцов миноров. Первый столбец характеризует гравитационное взаимодействие двух, трех и четырех частиц. Миноры второго столбца описывают электромагнитное взаимодействие двух частиц и гравитационное влияние на электромагнитное взаимодействие двух частиц со стороны других (третьих) частиц. Миноры третьего столбца описывают электромагнитное (и частично гравитационное) влияние на электромагнитно взаимодействующую пару (и четверку) частиц.

Отличие электромагнитных от гравитационных взаимодействий фактически определяется числом диагональных элементов вида $\tilde{\epsilon}^2$, входящих в соответствующие миноры. Если число диагональных элементов совпадает с числом элементов, представленных в миноре, то данный минор описывает вклады только в гравитационное взаимодействие. Это имеет место для миноров первого столбца. В минорах \tilde{u}_{ik} и $D_{ikjs}^{(2)}$ названные диагональные элементы отсутствуют, следовательно, данные миноры описывают чисто электромагнитные взаимодействия. Во всех остальных минорах представлены как электромагнитные, так и гравитационные взаимодействия.

Влияние третьих частиц на взаимодействие рассматриваемой пары частиц в литературе принято трактовать как проявления принципа Маха. Строго говоря, принципу Маха соответствуют все трех-, четырех- и пятичастичные взаимодействия, однако значительная часть проявлений принципа Маха маскируется нелинейностью гравитационного взаимодействия (в общей теории относительности). По этой причине лишь миноры третьего столбца отнесены к явному проявлению принципа Маха.

4. Прообраз действия многочастичных взаимодействий, как и прежде, строится в виде произведения вкладов от миноров из пространства токов (скоростей) и пространственно-временных отношений. Последние должны иметь характер соответствующих n -точечных отношений. Так, ранее для описания двухчастичных взаимодействий использовались парные отношения из двух пространств, что означало одинаковые выражения $B_{ik}^{(2)}$ при разных порядках миноров из токового пространства. Для описания трех- и более частичных взаимодействий необходимо использовать соответствующие многоточечные характеристики из координатного пространства-времени, которые оказываются в парах с минорами разных рангов. Будем их обозначать символом $B_{ik\dots}^{(r)}$, где r равно числу нижних индексов (частиц).

5. Особое значение приобретают весовые коэффициенты при вкладах из токового и координатного пространств. Будем полагать, что при

минорах одинакового порядка из токового пространства стоят одинаковые весовые множители. Анализ показывает, что эти множители имеют вид C_2^{r-1} , где C_2 — ранее введенный в (3.2.2) коэффициент в степени, на единицу меньшей порядка r соответствующего минора.

Точно так же постулируем другой весовой вклад для каждого n -частичного отношения из пространственно-временных отношений. Можно показать, что этот весовой вклад определяется иной степенью того же самого коэффициента $C_2^{-(n-2)/2}$, где n — число частиц соответствующего n -частичного отношения.

6. В итоге вид прообразов действий двухчастичных и многочастичных взаимодействий представляется в виде следующей таблицы:

Гравитация	Электромагнетизм	Принцип Маха
0	$\tilde{S}_{(ik)}^{(e)} = \tilde{u}_{ik} B_{ik}^{(2)}$	0
$\tilde{S}_{(ik)}^{(g)} = C_2 D_{ik}^{(2)} B_{ik}^{(2)}$	$\tilde{S}_{(ik,j)}^{(e,g)} = \sqrt{C_2} D_{ik,j}^{(2)} B_{ikj}^{(3)}$	$\tilde{S}_{(ikjs)}^{(e,e)} = D_{ikjs}^{(2)} B_{ikjs}^{(4)}$
$\tilde{S}_{(ikj)}^{(g)} = C_2^{3/2} D_{ikj}^{(3)} B_{ikj}^{(3)}$	$\tilde{S}_{(ik,js)}^{(e,g)} = C_2 D_{ik,js}^{(3)} B_{ikjs}^{(4)}$	$\tilde{S}_{(ikjs,l)}^{(e,e,g)} = \sqrt{C_2} D_{ikjs,l}^{(3)} B_{ikjssl}^{(5)}$
$\tilde{S}_{(ikjs)}^{(g)} = C_2^2 D_{ikjs}^{(4)} B_{ikjs}^{(4)}$	$\tilde{S}_{(ik,jssl)}^{(e,g)} = C_2^{3/2} D_{ik,jssl}^{(4)} B_{ikjssl}^{(5)}$	0

(3.3.2)

Полное действие рассматриваемых систем частиц складывается из суммы выписанных вкладов, просуммированных по всем частицам системы. Ниже будут рассмотрены отдельно электромагнитные, гравитационные и смешанные взаимодействия, в частности, отдельно охарактеризованы вклады от третьего столбца, отнесенного к проявлениям принципа Маха.

3.3.2. Влияние массивных тел на электромагнитное взаимодействие

Данный раздел мог бы быть назван иначе — электромагнитное взаимодействие двух зарядов в присутствии массивных тел или при учете гравитации. Эти влияния описываются элементами второго столбца.

1. Пусть по-прежнему выделены частицы с номерами i и k . Минор, описывающий гравитационное влияние со стороны третьей частицы с индексом j на электромагнитное взаимодействие этих частиц, можно

представить в следующих видах:

$$\begin{aligned}
 D_{ik,j}^{(2)} &= \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} \\ \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}_j^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ki} & \tilde{u}_{kj} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{e}_j^2 \end{vmatrix} = \tilde{e}_i \tilde{e}_k \tilde{e}_j^2 (u_{ik} - u_{ij} u_{jk}) = \\
 &= \frac{\tilde{e}_i \tilde{e}_k \tilde{e}_j^2}{2} u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu (2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} - \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha}) u_{(j)}^\alpha u_{(j)}^\beta. \quad (3.3.3)
 \end{aligned}$$

2. Перейдем, как и прежде, от элементарных микрочастиц к классическим телам, т. е. произведем суммирование по составляющим тела микроэлементам. Тогда, учитывая соответствующее выражение из таблицы (3.3.2), имеем прообраз действия в безразмерных величинах:

$$\tilde{S}_{(ik,j)}^{(e,g)} = \frac{\sqrt{C_2}}{2} \tilde{q}_i \tilde{q}_k \tilde{m}_j u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu (2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} - \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha}) u_{(j)}^\alpha u_{(j)}^\beta B_{ikj}^{(3)}. \quad (3.3.4)$$

3. Переход к размерным величинам осуществляется на основе соотношений (3.1.10) и (3.2.7):

$$\hbar \sqrt{C_2} \tilde{q}_i \tilde{q}_k \tilde{m}_j = \frac{q_i q_k}{c} \frac{m_j}{m_{Pl}} = \frac{q_i q_k}{c} \frac{G m_j}{c^2} \frac{1}{l_{Pl}}, \quad (3.3.5)$$

где, напомним, $l_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^3}$ — планковская длина, а $m_{Pl} = \sqrt{\hbar c/G}$ — планковская масса.

Подставляя это выражение в (3.3.4), умноженное на \hbar , приходим к прообразу действия в размерных единицах классического действия:

$$\tilde{S}_{(ik,j)}^{(e,g)} = \frac{q_i q_k}{c} u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu (2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} - \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha}) u_{(j)}^\alpha u_{(j)}^\beta \frac{G m_j}{2c^2} \frac{B_{ikj}^{(3)}}{l_{Pl}}. \quad (3.3.6)$$

Здесь специально выделены комбинации электрических зарядов, характерные для парного электромагнитного взаимодействия, и «массовый заряд» третьей частицы. При этом возникла планковская длина, записанная в комбинации с пространственно-временным трехточечным вкладом. Исходя из этой записи, естественно ожидать, что пространственно-временной трехточечный вклад должен содержать в себе в виде коэффициента в числителе планковскую длину.

4. Сравнивая записанное действие с выражением прямого межчастичного гравитационного взаимодействия (3.2.9), находим, что данное действие включает в себя тензорный гравитационный потенциал $\varphi_{\mu\nu}(j)$, создаваемый третьим телом j . Собирая вместе действия прямого парного электромагнитного взаимодействия (3.1.9) и тройного взаимодей-

ствия (3.3.6), приходим к выражению:

$$\tilde{S}_{(ik)}^{(e)} + \tilde{S}_{(ik,j)}^{(e,g)} = \frac{q_i q_k}{c} u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu \times \\ \times \left(\eta_{\mu\nu} B_{ik}^{(2)} - \frac{Gm_j}{2c^2} (2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta} - \eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha}) u_{(j)}^\alpha u_{(j)}^\beta \frac{B_{ikj}^{(3)}}{l_P} \right), \quad (3.3.7)$$

которое следует трактовать как прообраз действия электромагнитного взаимодействия двух частиц i и k , испытывающих гравитационное воздействие со стороны некой третьей массивной частицы j . В стандартной теории (поля) это соответствует электромагнитным взаимодействиям двух частиц в гравитационном поле, создаваемом третьим массивным телом. Это, например, может быть электромагнитным взаимодействием частиц в гравитационном поле Земли.

Поскольку в (3.3.4) не конкретизированы координатные вклады в двух- и трехчастичные взаимодействия, то в символическом виде эффективная метрика в первом приближении по G записывается в форме:

$$g_{\mu\nu}^{(1)}(ik,j) \Rightarrow \left(\eta_{\mu\nu} - \frac{Gm_j}{2c^2} (2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta} - \eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha}) u_{(j)}^\alpha u_{(j)}^\beta \frac{B_{ikj}^{(3)}}{l_P B_{ik}^{(2)}} \right). \quad (3.3.8)$$

5. Исходя из найденного представления метрики, можно сделать выводы о виде трехточечной координатной функции, поскольку из сравнения (3.2.21) и (3.3.8) следует условие

$$\frac{B_{ikj}^{(3)}}{l_P B_{ik}^{(2)}} = B_{ij}^{(2)} + B_{kj}^{(2)}. \quad (3.3.9)$$

В символической форме трехточечную функцию следует выбрать в виде:

$$B_{ikj}^{(3)} = l_P (B_{ik}^{(2)} B_{ij}^{(2)} + B_{ik}^{(2)} B_{kj}^{(2)} + B_{kj}^{(2)} B_{ij}^{(2)}). \quad (3.3.10)$$

Учитывая ранее установленный вид двухточечной функции (3.1.11), имеем

$$B_{ikj}^{(3)} = l_P [\delta(s^2(i,k))\delta(s^2(i,j)) + \delta(s^2(k,i))\delta(s^2(k,j)) + \delta(s^2(j,i))\delta(s^2(j,k))]. \quad (3.3.11)$$

6. В итоге действие трехчастичного электромагнитного взаимодействия (3.3.6) принимает вид

$$S_{(ik,j)}^{(e,g)} = \frac{q_i q_k}{c} \frac{G m_j}{2c^2} \int \int \int u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu (2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} - \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha}) u_{(j)}^\alpha u_{(j)}^\beta \times \\ \times \delta(s^2(j, i)) \delta(s^2(j, k)) ds_i ds_k ds_j. \quad (3.3.12)$$

Здесь из симметричного по частицам выражения (3.3.11) оставлена лишь часть, соответствующая взаимодействующим частицам i и k .

3.3.3. Четырех- и пятичастичные гравитационно-электромагнитные взаимодействия

1. Для прямого электромагнитного взаимодействия двух частиц i и k с учетом гравитационного воздействия со стороны двух других частиц j и s соответствующий токовый минор третьего порядка из таблицы (3.3.1) представляется в следующих видах:

$$D_{ik,js}^{(3)} = \tilde{e}_j^2 \tilde{e}_s^2 \tilde{u}_{ik} - \tilde{e}_j^2 \tilde{u}_{sk} \tilde{u}_{is} - \tilde{e}_s^2 \tilde{u}_{jk} \tilde{u}_{ij} - \tilde{u}_{ik} \tilde{u}_{js} \tilde{u}_{sj} + \tilde{u}_{ij} \tilde{u}_{js} \tilde{u}_{sk} + \tilde{u}_{jk} \tilde{u}_{sj} \tilde{u}_{is} = \\ = (\tilde{e}_i \tilde{e}_k u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu) (\tilde{e}_j^2 u_{(j)}^\alpha u_{(j)}^\beta) (\tilde{e}_s^2 u_{(s)}^\lambda u_{(s)}^\sigma) \times \\ \times (\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} \eta_{\lambda\sigma} - \eta_{\alpha\beta} \eta_{\nu\lambda} \eta_{\mu\sigma} - \eta_{\lambda\sigma} \eta_{\alpha\nu} \eta_{\mu\beta} - \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\lambda} \eta_{\beta\sigma} + \eta_{\mu\alpha} \eta_{\beta\lambda} \eta_{\nu\sigma} + \eta_{\nu\beta} \eta_{\alpha\lambda} \eta_{\mu\sigma}). \quad (3.3.13)$$

2. От безразмерных величин в (3.3.13) легко перейти к размерным коэффициентам:

$$\hbar C_2 \tilde{q}_i \tilde{q}_k \tilde{m}_j \tilde{m}_s = \frac{q_i q_k}{c} m_j m_s \frac{G^2}{c^2 l_{Pl}^2}, \quad (3.3.14)$$

где уже учтено суммирование по микрочарядам, составляющим четыре макрообъекта (макрочастицы).

3. Используя выписанные выражения, запишем прообраз действия электромагнитного взаимодействия двух частиц, на которые влияют гравитационным образом две иные частицы:

$$\tilde{S}_{(ik,js)}^{(e,g)} = \frac{q_i q_k}{c} u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu \{ \eta_{\lambda\sigma} (2\eta_{\alpha\beta} \eta_{\mu\nu} - \eta_{\mu\alpha} \eta_{\beta\nu} - \eta_{\mu\beta} \eta_{\alpha\nu}) + \\ + \eta_{\alpha\beta} (2\eta_{\lambda\sigma} \eta_{\mu\nu} - \eta_{\nu\lambda} \eta_{\mu\sigma} - \eta_{\nu\sigma} \eta_{\lambda\mu}) + \eta_{\mu\nu} (2\eta_{\lambda\sigma} \eta_{\alpha\beta} - \eta_{\alpha\lambda} \eta_{\beta\sigma} - \eta_{\alpha\sigma} \eta_{\beta\lambda}) + \\ + (\eta_{\mu\alpha} \eta_{\beta\lambda} \eta_{\sigma\nu} + \eta_{\alpha\nu} \eta_{\lambda\beta} \eta_{\mu\sigma} - 2\eta_{\alpha\beta} \eta_{\lambda\sigma} \eta_{\mu\nu}) \} (m_j u_{(j)}^\alpha u_{(j)}^\beta) (m_s u_{(s)}^\lambda u_{(s)}^\sigma) \frac{G^2}{c^2} \frac{B_{ikjs}^{(4)}}{l_{Pl}^2}. \quad (3.3.15)$$

Из этого выражения можно выделить слагаемые, которые соответствуют рассмотренным ранее выражениям с множителями, характеризующими вклады со стороны дополнительных частиц.

4. Содержащуюся в (3.3.15) четырехточечную функцию следует определить по аналогии с (3.3.10) в виде

$$B_{ikjls}^{(4)} = l_P^2 \{ B_{ij}^{(2)} B_{js}^{(2)} B_{sk}^{(2)} + B_{is}^{(2)} B_{si}^{(2)} B_{sj}^{(2)} + B_{ik}^{(2)} B_{ks}^{(2)} B_{sj}^{(2)} + B_{is}^{(2)} B_{sk}^{(2)} B_{kj}^{(2)} + B_{ik}^{(2)} B_{kj}^{(2)} B_{js}^{(2)} + B_{ij}^{(2)} B_{jk}^{(2)} B_{ks}^{(2)} + B_{ki}^{(2)} B_{is}^{(2)} B_{sj}^{(2)} + B_{ks}^{(2)} B_{si}^{(2)} B_{ij}^{(2)} + B_{kj}^{(2)} B_{ji}^{(2)} B_{is}^{(2)} + B_{ki}^{(2)} B_{ij}^{(2)} B_{js}^{(2)} + B_{jk}^{(2)} B_{ki}^{(2)} B_{is}^{(2)} + B_{ji}^{(2)} B_{ik}^{(2)} B_{ks}^{(2)} \}. \quad (3.3.16)$$

Принцип записи этого выражения таков. В каждом из тройных произведений двухточечных функций два индекса должны встречаться по одному разу, а два других по два раза. Это приводит к шести возможностям (число сочетаний из четырех по два). В каждой из таких возможностей пары индексов, встречающиеся по два раза, могут быть переставлены друг с другом. В итоге имеем 12 комбинаций, представленных в (3.3.16).

5. Пятичастичное взаимодействие, описываемое последним членом во втором столбце таблицы (3.3.2), приводит к следующему прообразу действия:

$$\tilde{S}_{(ik,jsl)}^{(e,g)} = \frac{q_i q_k}{c} \begin{vmatrix} u_{ik} & u_{ij} & u_{is} & u_{il} \\ u_{jk} & 1 & u_{js} & u_{jl} \\ u_{sk} & u_{sj} & 1 & u_{sl} \\ u_{lk} & u_{lj} & u_{ls} & 1 \end{vmatrix} m_j m_s m_l \frac{G^3}{c^6} \frac{B_{ikjls}^{(5)}}{l_P^3}. \quad (3.3.17)$$

Вид пятиточечной пространственно-временной функции строится по прежним правилам.

3.3.4. Нелинейное прямое гравитационное взаимодействие

Рассмотрим прямые многочастичные гравитационные взаимодействия, описываемые первыми столбцами в таблицах (3.3.1) и (3.3.2). Обратим особое внимание на тот факт, что их не бесконечно много, как можно было бы ожидать, исходя из соответствия с общей теорией относительности, а всего два вида: трех- и четырехчастичные.

1. Начнем с анализа трехчастичного гравитационного взаимодействия, для которого токовый минор третьего порядка имеет вид:

$$D_{ikj}^{(3)} = \tilde{e}_i^2 \tilde{e}_k^2 \tilde{e}_j^2 (1 + 2u_{ik} u_{ij} u_{kj} - u_{ik}^2 - u_{ij}^2 - u_{kj}^2) = \\ = (\tilde{m}_i u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu) (\tilde{m}_k u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta) (\tilde{m}_j u_{(j)}^\sigma u_{(j)}^\lambda) \times \\ \times (\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} \eta_{\sigma\lambda} + 2\eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\gamma} \eta_{\beta\sigma} - \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} \eta_{\sigma\lambda} - \eta_{\mu\sigma} \eta_{\nu\lambda} \eta_{\alpha\beta} - \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\sigma} \eta_{\beta\lambda}). \quad (3.3.18)$$

Этот минор симметричен по вкладам трех частиц. Выделяя частицы с индексами i и k , это выражение можно трактовать описывающим их гравитационное взаимодействие под влиянием третьей гравитирующей частицы, аналогично тому, как это было сделано в предыдущем разделе при рассмотрении электромагнитного взаимодействия двух частиц.

2. Прежде чем записать прообраз действия трехчастичного взаимодействия, опять перейдем от безразмерных констант в (3.3.18) и в соответствующем элементе таблицы (3.3.2) к размерным величинам:

$$\hbar C_2^{3/2} \frac{\tilde{m}_i \tilde{m}_k \tilde{m}_j}{(\hbar c)^3} = G^2 \frac{m_i m_k m_j}{c^3} \frac{1}{l_{Pl}}. \quad (3.3.19)$$

Из выписанных выражений находим прообраз действия трехчастичного гравитационного взаимодействия в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{(ikj)}^{(g)} = & \frac{G^2}{2c^3} (m_i u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu) (m_k u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta) (m_j u_{(j)}^\lambda u_{(j)}^\sigma) \times \\ & \times \{ \eta_{\mu\nu} (2\eta_{\alpha\beta} \eta_{\lambda\sigma} - \eta_{\alpha\lambda} \eta_{\beta\sigma} - \eta_{\alpha\sigma} \eta_{\beta\lambda}) + \eta_{\alpha\beta} (2\eta_{\mu\nu} \eta_{\lambda\sigma} - \eta_{\mu\lambda} \eta_{\nu\sigma} - \eta_{\mu\sigma} \eta_{\nu\lambda}) + \\ & + \eta_{\lambda\sigma} (2\eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} - \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha}) + 4(\eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\lambda} \eta_{\beta\sigma} - \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} \eta_{\lambda\sigma}) \} \frac{B_{ikj}^{(3)}}{l_{Pl}}. \end{aligned} \quad (3.3.20)$$

3. Для четырехчастичного гравитационного взаимодействия получаем следующее соотношение безразмерных и размерных сомножителей:

$$\hbar C_2^2 \frac{\tilde{m}_i \tilde{m}_k \tilde{m}_j \tilde{m}_s}{(\hbar c)^4} = G^3 \frac{m_i m_k m_j m_s}{c^5} \frac{1}{l_{Pl}^2}. \quad (3.3.21)$$

В итоге прообраз действия четырехчастичного гравитационного взаимодействия представляется в виде:

$$\tilde{S}_{(ikjs)}^{(g)} = \frac{G^3}{c^5} m_i m_k m_j m_s \begin{vmatrix} 1 & u_{ik} & u_{ij} & u_{is} \\ u_{kj} & 1 & u_{kj} & u_{ks} \\ u_{ji} & u_{jk} & 1 & u_{js} \\ u_{si} & u_{sk} & u_{sj} & 1 \end{vmatrix} \frac{B_{ikjs}^{(4)}}{l_{Pl}^2}, \quad (3.3.22)$$

где, напомним, парные отношения вида u_{ik} записываются в виде скалярного произведения 4-скоростей частиц i и k . Физическая интерпретация слагаемых этого выражения дается в согласии с принципом Маха: как влияние окружающих частиц мира на парное гравитационное взаимодействие любых двух выделенных частиц.

3.4. Принцип Маха

Рассмотрим слагаемые третьего столбца в таблицах (3.3.1) и (3.3.2), отнесенные к проявлениям принципа Маха в электромагнитных взаимодействиях.

Основной вклад в слагаемые этого типа обусловлен минором второго порядка:

$$D_{ikjs}^{(2)} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} \\ \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} \end{vmatrix} = \tilde{e}_i \tilde{e}_k \tilde{e}_j \tilde{e}_s (u_{ij} u_{ks} - u_{is} u_{kj}). \quad (3.4.1)$$

Произведя суммирование по элементарным микрочастицам, составляющим четыре электромагнитно взаимодействующие частицы, и перейдя от безразмерных к размерным величинам, находим прообраз действия в виде:

$$\tilde{S}_{(ikjs)}^{(2)} = \frac{q_i q_k}{c} u_{(i)}^\mu u_{(k)}^\nu (\eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha}) \frac{q_j q_s}{c} u_{(j)}^\alpha u_{(s)}^\beta \times \frac{GB_{ikjs}^{(4)}}{c^3 l_{Pl}^2}. \quad (3.4.2)$$

Заметим, что размерный множитель, содержащий G , можно переписать и в ином виде:

$$\frac{G}{c^3 l_{Pl}^2} = \frac{1}{\hbar}, \quad (3.4.3)$$

никак не связанном с гравитационным взаимодействием.

Последнее слагаемое в третьем столбце (3.3.2) добавляет к предыдущему выражению гравитационное воздействие со стороны некой пятой частицы l . Прообраз такого действия имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{(ikjs,l)}^{(e,e,g)} &= \frac{1}{c^2} (q_i u_{(i)}^\mu) (q_k u_{(k)}^\nu) (q_j u_{(j)}^\alpha) (q_s u_{(s)}^\beta) \times \\ &\times \{ 2\eta_{\lambda\sigma} (\eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} - \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha}) + \eta_{\mu\beta} (\eta_{\lambda\alpha} \eta_{\sigma\nu} + \eta_{\sigma\alpha} \eta_{\lambda\nu}) + \eta_{\nu\alpha} (\eta_{\mu\lambda} \eta_{\sigma\beta} + \eta_{\mu\sigma} \eta_{\lambda\beta}) - \\ &- \eta_{\nu\beta} (\eta_{\alpha\lambda} \eta_{\sigma\mu} + \eta_{\mu\lambda} \eta_{\sigma\alpha}) - \eta_{\mu\alpha} (\eta_{\nu\lambda} \eta_{\sigma\beta} + \eta_{\nu\sigma} \eta_{\lambda\beta}) \} (m_l u_{(l)}^\lambda) u_{(l)}^\sigma \frac{G^2}{c^5 l_{Pl}^3} B_{ikjsl}^{(5)}. \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

Не загромождая текст выкладками, рассмотрим два принципиально важных обстоятельства, связанные с проявлениями принципа Маха. Первое состоит в объяснении ненаблюдаемости опережающих воздействий, а второе — в описании волновых явлений в отсутствие полей переносчиков взаимодействий.

3.4.1. Фейнмановская теория поглотителя

В теории прямого межчастичного взаимодействия фоккеровского типа, по определению, взаимодействие между любыми двумя электрическими зарядами (или массами) является наполовину запаздывающим

и наполовину опережающим, причем исключить ненаблюдаемые на опыте опережающие взаимодействия волевым образом не представлялось возможным. В итоге фоккеровская теория оказалась эквивалентной теории поля Максвелла—Лоренца лишь при описании статических и стационарных электромагнитных явлений.

И только в 1945 году эта проблема была решена Р. Фейнманом и Дж. Уилером [91], которые показали, что для этого следует учесть вклады в электромагнитные взаимодействия между любыми двумя рядами со стороны всех других зарядов Вселенной. Эти вклады являются своеобразным «откликом Вселенной» на процесс «излучения», т. е. на акт взаимодействия. Методика корректного учета отклика Вселенной составила важную часть всей теории прямого межчастичного взаимодействия, названную Фейнманом и Уилером *теорией поглотителя*. Она основана на трех постулатах¹⁾:

- 1) ускоренный заряд в пустом пространстве не «излучает»;
- 2) силы, действующие на любую частицу, складываются из прямого воздействия со стороны источника и вкладов в парное взаимодействие со стороны всех других частиц Вселенной;
- 3) эти взаимодействия выражаются половиной опережающего и половиной запаздывающего взаимодействий, что эквивалентно соответствующим половинам решений Лиенара—Вихерта уравнений Максвелла.

В упомянутой работе 1945 года было показано, что если во Вселенной имеется достаточно большое число заряженных частиц, то суммарное воздействие их на частицу-приемник «излучения» полностью компенсирует опережающее взаимодействие от источника. Кроме того, опережающая часть того же суммарного воздействия, суммируясь с запаздывающим воздействием источника с приемником, приводит к наблюдаемому на опыте запаздывающему взаимодействию.

Поясним это с помощью рис. 3.3. Пусть на мировой линии заряженной частицы (назовем ее просто зарядом) i в некоторый момент времени $t = 0$ произошло событие (акт взаимодействия, т. е. «излучение» сигнала). Выберем начало координат в точке, где произошло событие. Окружающий эту частицу мир смоделируем достаточно толстым шаровым слоем зарядов с внутренним радиусом R . На рис. 3.3 внутренняя поверхность этого слоя в сечении обозначена мировыми линиями частиц j и s .

Рассмотрим влияние происшедшего в точке O в момент $t = 0$ события на второй пробный заряд k , расположенный на расстоянии l_{ik}

¹⁾Формально эти постулаты относятся и к гравитационному взаимодействию.

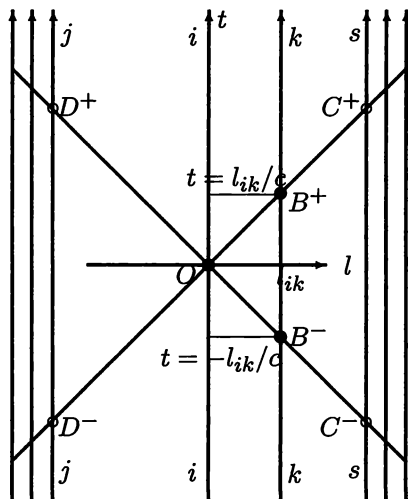


Рис. 3.3. Влияние фейнмановского поглотителя на взаимодействие двух зарядов

от мировой линии заряда i . В момент времени R/c из точек C^+ и D^+ (а еще позже и от всех других зарядов поглотителя на конусе будущего) назад во времени начнут «распространяться» в точку O опережающие сигналы, чтобы «сойтись» в O в момент $t = 0$.

К пробному заряду k в момент $t = -l_{ik}/c$ (т. е. в точке B^-) придут опережающие сигналы из точки D^+ слоя (и от всех других точек в слое на конусе) и из точки O . Прделанные вычисления с суммированием по всем частицам слоя показывают (см. [20, 91]), что в точке B^- строго выполняется соотношение

$$E_{B^-}^{adv}(k, \sum j) + E_{B^-}^{adv}(k, i) = 0, \tag{3.4.5}$$

где $E_{B^-}^{adv}(k, i)$ — опережающее воздействие на заряд k со стороны излучателя-заряда i ; $E_{B^-}^{adv}(k, \sum j)$ — опережающее воздействие на заряд k со стороны всех зарядов ($\sum j$) из поглотителя — окружающего слоя.

Аналогично, в точку B^+ на мировой линии пробного заряда k в момент времени $t = l_{ik}/c$ придут опережающие сигналы $E_{B^+}^{adv}(k, \sum s)$ от зарядов s в шаровом слое поглотителя и запаздывающий сигнал $E_{B^+}^{ret}(k, i)$ от заряда i . Вычисления показывают, что эти вклады имеют одинаковый знак и равны по величине

$$E_{B^+}^{adv}(k, \sum s) + E_{B^+}^{ret}(k, i) = 2E_{B^+}^{ret}(k, i), \tag{3.4.6}$$

т. е. происходит удвоение исходного запаздывающего парного взаимодействия.

Данный результат может быть интерпретирован иначе. На источник i «падает» совокупность практически плоских опережающих «волн» (в терминах теории поля) от всех зарядов поглотителя (опережающее воздействие). В момент ускорения частицы-источника сходящаяся «волна» коллапсирует, и в следующий момент времени она расходится от источника вместе с его собственным излучением (их амплитуды одинаковы). Произвольный заряд-приемник k не способен различить эти две «волны» (воздействия) разного происхождения и реагирует на них как на единое целое, т. е. как на удвоенное запаздывающее воздействие.

При получении данных результатов был сделан ряд упрощающих допущений, как-то: предположение о малой плотности зарядов в поглотителе, допущение о равномерности их распределения, считалось, что эти заряды свободные и т. д. Возникает естественный вопрос: а не изменятся ли результаты в более общих случаях? Фейнман и Уилер [91, 92] подробно проанализировали этот вопрос и показали, что полученные результаты не зависят от подобных обобщений свойств поглотителя; существенно лишь предположение о достаточно большом количестве зарядов в поглотителе, т. е. «абсолютность» поглотителя.

Приведенные рассуждения не являются единственно возможными. Неявно был использован существенный постулат, что любое воздействие (излучение) от источника будет поглощено окружающей материей Вселенной, а воздействие на заряд k со стороны источников из прошлого практически равно нулю. Всю изложенную схему рассуждений можно перевернуть. Для этого достаточно постулировать, что в будущем отсутствуют возможные поглотители, тогда как в прошлом имеется достаточно много источников (постулат абсолютного излучателя). В этом случае суммарное запаздывающее воздействие от i на k (с учетом отклика Вселенной) обращается в нуль, а опережающее воздействие удваивается. Следовательно, для выбора одной из указанных схем рассуждений необходимы дополнительные соображения. Фактически здесь встает *проблема обоснования направления стрелы времени* (по образному выражению А. Эддингтона), т. е. направленности всей эволюции физического мира в будущее. В работах Фейнмана и Уилера [91, 92] были использованы термодинамические соображения, однако для этой цели привлекались также свойства космологических моделей.

3.4.2. Сила радиационного трения

Другой принципиально важный результат, получающийся из учета поглотителя, состоит в том, что сам «излучающий» источник i получает при этом дополнительное воздействие, проявляющееся в виде силы ра-

диационного трения, которое обусловлено воздействием на излучающую частицу со стороны всех частиц окружающей Вселенной.

1. В нерелятивистском случае, как показывают вычисления (см. [20, 91]), сила торможения, действующая на заряженную частицу со стороны мирового поглотителя в момент излучения, характеризуется формулой:

$$\mathcal{F} = e_k E_{(k, \Sigma \gamma)}^{(adv)} = \frac{2e_k^2}{3c^3} \frac{da}{dt}, \quad (3.4.7)$$

что совпадает с известным выражением для силы радиационного трения в электродинамике Лоренца—Максвелла.

В итоге нерелятивистское уравнение движения заряженной частицы, электромагнитным образом взаимодействующей с другими частицами, записывается в уточненном по сравнению с (3.1.20) виде:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v}\vec{H}] + \frac{2e^2}{3c^3} \frac{d^2\vec{v}}{dt^2}. \quad (3.4.8)$$

2. В рамках теории поля были затрачены большие усилия на теоретическое обоснование происхождения силы радиационного трения: эта сила могла быть объяснена лишь при допущении, что одни части заряженной частицы действуют на другие. Для этого следовало развить модель неточечного заряда и разработать механизм самодействия частицы. В свое время было предложено множество подобных моделей электрона, например в виде заряженной сферы. При этом обязательно вводились дополнительные силы неэлектромагнитного происхождения (напряжения Пуанкаре). Однако все эти попытки потерпели неудачу.

3. При формальном рассмотрении уравнения (3.4.8) в рамках теории поля можно получить явно нелепые результаты. Дело в том, что в теории поля это уравнение допустимо рассматривать и в отсутствие внешних частиц и полей. Тогда в (3.4.8) справа остается лишь последний член. Кроме тривиального решения $\vec{v} = const$ имеется еще решение

$$\frac{dv}{dt} = \exp\left(\frac{3mc^3 t}{2e^2}\right), \quad (3.4.9)$$

означающее неограниченное самоускорение заряженной частицы. Чтобы этого избежать, приходится вводить дополнительное ограничение на область применимости формулы (3.4.8). Обычно оно состоит в условии малости сил торможения по сравнению с действующей на заряд внешней силой eE в системе отсчета, в которой заряд в данный момент покоится [50, с. 266]. Введя длину волны воздействующего на

заряд электромагнитного поля $\lambda = 2\pi c/\omega$, где $\omega = \dot{E}/E$, имеем условие:

$$\lambda \gg \frac{e^2}{mc^2}. \quad (3.4.10)$$

Следовательно, длина волны должна быть велика по сравнению с «радиусом» заряженной частицы e^2/mc^2 , т. е. на меньших расстояниях полевая электродинамика становится противоречивой.

4. На самом деле классическая электродинамика становится неприемимой на значительно больших расстояниях вследствие квантовых закономерностей, причем это относится как к полевой теории, так и теории прямого электромагнитного взаимодействия. Следует также напомнить, что в стандартной теории поля подобные трудности связаны с неопределенностью природы массы покоя элементарных частиц. Известно, что при использовании гипотезы полевого электромагнитного происхождения масс покоя с неизбежностью возникают расходимости. Для получения конечных значений масс необходимо производить перенормировки, т. е. вводить другие бесконечности (неэлектромагнитного происхождения) с противоположным знаком. Подобные процедуры оперирования с бесконечностями математически и физически не корректны.

5. Возвращаясь к формуле (3.4.8), еще раз обратим внимание на то, что и она сама, и ее вывод являются нерелятивистскими. Но нетрудно ее обобщить на релятивистский случай в рамках теории прямого электромагнитного взаимодействия. Эта задача была решена в работе Фейнмана и Уилера [91], где среди четырех приведенных способов вывода силы радиационного трения содержался и релятивистский. Приведем здесь лишь результат — вид релятивистского уравнения движения заряженной частицы, обобщающий уравнение (3.4.8):

$$m \frac{du^\mu}{ds} = \frac{e}{c^2} F_{\nu}^{\mu} u^\nu + \frac{2e^2}{3c^2} \left(\frac{d^2 u^\mu}{ds^2} - u^\mu u_\nu \frac{d^2 u^\nu}{ds^2} \right), \quad (3.4.11)$$

где $u^\mu = dx^\mu/ds$. Напомним, что в теории поля это уравнение обычно вводится на основе формальных соображений релятивистского обобщения (3.4.8) с условием обращения в нуль его свертки с 4-скоростью u_μ .

3.4.3. Обоснование принципа Гюйгенса в отсутствие полей

Другой круг вопросов, связанный с влиянием частиц окружающего мира на парное взаимодействие, состоит в объяснении волновых свойств полей переносчиков взаимодействий (фотонов) в теории прямого межчастичного взаимодействия, где нет полей среди исходных понятий теории. Другими словами: каким образом объяснить явления дифракции

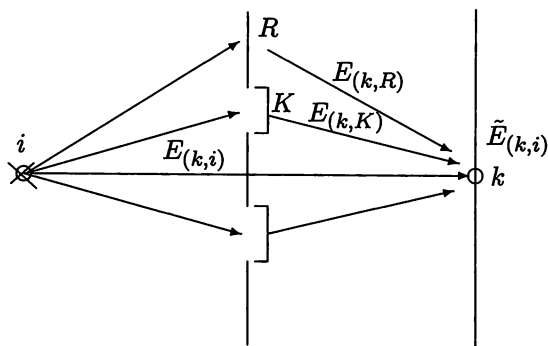


Рис. 3.4. Дифракция света, «проходящего» через щели в экране

и интерференции, доставившие в свое время физикам столько проблем и заставившие ввести понятие поля? В работах Фейнмана дан достаточно убедительный ответ на этот вопрос.

В общепринятой теории, согласно принципу Гюйгенса, дифракционная картина, возникающая при прохождении света через отверстия в непрозрачном экране, объясняется посредством сложения фазовых вкладов фиктивных источников света, распределенных в дырках экрана. Как писал Фейнман, «дифрагированная волна выглядит так, как будто источником служит дырка в экране. Мы должны выяснить причину этого явления, ведь на самом деле именно в дырке *нет* источников, *нет* никаких зарядов, движущихся с ускорением» [98, с. 98]. Приведем его объяснение этого явления в рамках концепции дальнего действия. Следуя Фейнману [98], будем называть электромагнитное воздействие источника на возможный поглотитель общепринятым термином «поле», но только будем его заключать в кавычки¹⁾, которые должны напоминать, что о «поле» можно говорить только в тех местах, где имеется возможный приемник, и его нет в точках пустого пространства-времени.

Рассмотрим явление дифракции света от источника i на непрозрачном экране R с отверстиями K (см. рис. 3.4). Нас будет интересовать воздействие света (результатирующее «поле») на частицу k экрана. Рассмотрим «поле» в точке k в двух ситуациях: а) когда отверстия в экране закрыты крышками, так что экран непрозрачен для света, и б) когда крышки убраны.

- а) **Отверстия в экране закрыты крышками.** Согласно теории прямого межчастичного взаимодействия, «поле» в точке k складывается, во-первых, из «поля» $E_{(k,i)}$, создаваемого источником i ,

¹⁾Р. Фейнман в своей Нобелевской лекции [97] называл это «поле» полем Френкеля.

с некоторым запаздыванием по фазе, и, во-вторых, из переизлученных «полей» от всех зарядов в экране $E_{(k,R)}$ и в крышках $E_{(k,K)}$. Поскольку экран с крышками непрозрачен для света, то, очевидно, «поле» $\tilde{E}_{(k,i)}$ равно нулю:

$$\tilde{E}_{(k,i)} = E_{(k,i)} + E_{(k,R)} + E_{(k,K)} = 0, \quad (3.4.12)$$

т. е. «поле» источника *в точности компенсируется* переизлученными «полями» от всех атомов, составляющих экран и крышки.

- б) **Крышки убраны**, т. е. имеет место обычное явление дифракции света на экране с отверстиями. В этом случае «поле» $\tilde{E}'_{(k,i)}$ в точке k отлично от нуля и, согласно общим принципам теории прямого межчастичного взаимодействия, складывается из «поля» $E_{(k,i)}$ источника и переизлученных «полей» $E'_{(k,R)}$ атомами экрана, т. е. имеем

$$\tilde{E}'_{(k,i)} = E_{(k,i)} + E'_{(k,R)}. \quad (3.4.13)$$

Если отверстия достаточно велики, то можно положить, что переизлученные «поля» от экрана в обоих случаях одинаковы:

$$E_{(k,R)} = E'_{(k,R)}. \quad (3.4.14)$$

Вычитая из (3.4.13) соотношение (3.4.14) при учете (3.4.12), имеем

$$\tilde{E}'_{(k,i)} = (E'_{(k,R)} - E_{(k,R)}) - E_{(k,K)} = -E_{(k,K)}. \quad (3.4.15)$$

Фейнман следующим образом интерпретирует это соотношение: «Мы приходим к выводу, что „поле“ в точке k при открытых отверстиях (случай б) равно (с точностью до знака) „полю“, создаваемому той частью сплошного экрана, которая находится на месте отверстий! (Знак нас не интересует, поскольку обычно имеют дело с интенсивностью, пропорциональной квадрату поля.) Этот результат не только справедлив (в приближении не очень малых отверстий), но и важен; кроме всего прочего, он подтверждает справедливость обычной теории дифракции» [98, с. 100].

Таким образом, общепринятое объяснение дифракции света на основе принципа Гюйгенса в теории поля соотносится с описанием этого явления в рамках теории прямого межчастичного взаимодействия, как *негатив соотносится с позитивом в фотোগрафии*.

Заметим, что в теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана частицы (дифрагирующие электроны) принципиально отличаются от дифрагирующих «полей» переносчиков взаимодействий (фотонов), однако ничто не мешает заменить «поля» на понятия

отношений между рассматриваемым электроном (частицей) и всеми другими частицами, составляющими экран, крышками в отверстиях и частицей (детектором), помещенной в точку k . Если это сделать, то вклады путей электрона через отверстия (при снятых крышках), определяющие амплитуду вероятности его прохождения из i в k , согласно фейнмановскому методу суммирования по историям, можно уподобить вкладам гипотетических источников света в отверстиях экрана при подсчетах на основе принципа Гюйгенса. Опять применяя аналогию «негатив-позитив» в фотографии, можно утверждать, что амплитуда вероятности попадания электрона из точки i в точку k определяется отношениями электрона со всеми частицами экрана (с открытыми отверстиями) и с детектором в точке k .

3.4.4. Явление преломления света

В качестве другого примера запаздывающих воздействий на парные взаимодействия источника и приемника со стороны третьих частиц можно указать явление преломления света, проходящего через прозрачную пластину. В работах Р. Фейнмана (см. [98, 20]) был дан упрощенный нерелятивистский вывод формулы для показателя преломления света в рамках теории прямого межчастичного взаимодействия.

В расчетах ключевую роль играет суммирование фазовых вкладов от источника и переизлученных воздействий от атомов прозрачной пластины. Таким образом, запаздывающие электромагнитные парные взаимодействия не являются непосредственно наблюдаемыми. Наблюдаемы лишь результаты их суммирования с вкладами от всех третьих частиц окружающего мира.

Использование экспоненциальных слагаемых фактически означает переход от вещественных парных отношений к комплексным, хотя можно ограничиться вещественными числами, используя синусы и косинусы.

Рассматривались нерелятивистские частицы — вместо 4-скорости частиц бралась лишь одна компонента $u^0 \sim 1$, т. е. в тензоре электромагнитного поля F_ν^μ учитывалась лишь напряженность электрического поля $F_0^\mu = E^\mu$.

Другое упрощающее допущение состояло в том, что источник i располагался достаточно далеко от пластинки, т. е. полагалось, что на пластину «падает плоская волна». Это означает, что воздействие (напряженность электрического поля) от источника воспринималось всеми атомами на передней стенке пластины в одинаковой фазе $E_0 \exp(i\omega t)$.

Полагалось, что атомы в пластинке распределены достаточно разреженно, что позволяло не учитывать их влияния друг на друга.

В итоге вычислений получается известная формула для показателя преломления материала пластины:

$$n = 1 + \frac{2\pi N e_j^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (3.4.16)$$

через частоту света ω и характеристики среды: ω — собственную частоту переизлучателей, N — объемную плотность атомов переизлучателей.

В общепринятой теории поля, как известно, преломление света интерпретируется как результат запаздывания сигнала из-за движения с меньшей скоростью в среде с показателем преломления n , тогда как в теории прямого межчастичного взаимодействия этот эффект обусловлен фазовыми вкладами переизлучателей в парное отношение источника и поглотителя.

3.5. Анализ реляционного описания взаимодействий

Изложенное в этой главе подтверждает дуалистический характер классической реляционной парадигмы. Два вида законов (2.2.1) и (3.1.4) соответствуют использованию двух основополагающих физических категорий. Поскольку обе системы отношений фактически объединяют в себе классические категории пространства-времени и частиц, то излагаемую здесь дуалистическую реляционную парадигму можно проиллюстрировать рис. 3.5, конкретизирующим реляционное миропонимание куба физической реальности, изображенного на рис. 1.1. На рисунке

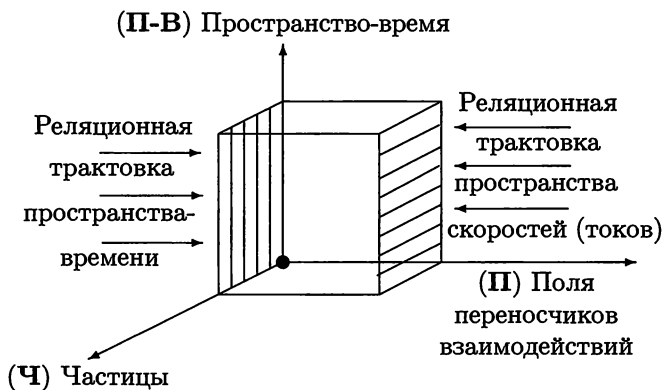


Рис. 3.5. Дуалистическое реляционное миропонимание

левая грань куба олицетворяет пространственно-временные отношения между частицами, тогда как правая, также заштрихованная, грань куба соответствует отношениям между частицами в пространстве скоростей (токов).

То, что вторая грань оказалась смещенной вправо, можно связать с определяющим характером этих отношений в описании взаимодействий, т. е. с тем, что в общепринятом подходе принято трактовать посредством полей. Конкретный вид взаимодействий описывается с помощью миноров определителей, характеризующих закон (3.1.4), что согласуется с одним из принципов теории отношений, утверждающим, что все миноры закона имеют некоторый геометрический или физический смысл. Действия парных взаимодействий представляют собой композиции миноров из закона скоростей (токов) с минорами закона пространственно-временных отношений.

Аналогичная ситуация имеет место и в двух других дуалистических парадигмах: теоретико-полевой и геометрической. Так, современные теории поля (в рамках теоретико-полевого миропонимания), использующие принцип суперсимметрии, фактически опираются на две обобщенные категории: суперпространство, в котором к классическим четырем координатам добавлены грассмановы степени свободы, и супермультиплет, содержащий как бозонные, так и фермионные поля. Этот факт можно было бы проиллюстрировать аналогичным рисунком, в котором будут заштрихованы горизонтальные нижняя (супермультиплет) и верхняя (суперпространство) грани. В геометрическом миропонимании второй обобщенной категорией следует считать категорию материи со специфической зависимостью волновых функций от дополнительных (скрытых) координат. Это можно проиллюстрировать рисунком, аналогичным 3.5, с двумя заштрихованными вертикальными гранями: задней (многомерное искривленное пространство-время) и передней (обобщенными частицами).

Рассмотрим отдельно соотношение реляционного подхода, во-первых, с теорией поля и, во-вторых, с принципами объединения физических взаимодействий в рамках (унарной) 5-мерной геометрической теории Калуцы.

3.5.1. Соотношение концепций дальнего действия и ближнего действия

1. На основании изложенного приходим к выводу, что в теории прямого межчастичного взаимодействия типа Фоккера—Фейнмана (в концепции дальнего действия):

- 1) нет потенциалов поля в точках пространства-времени, где отсутствуют частицы, а следовательно, и нет полевых уравнений;
- 2) потенциалы электромагнитного и гравитационного взаимодействий можно ввести в местах расположения частиц, и для них выполняются тождества, соответствующие уравнениям Максвелла или Эйнштейна;
- 3) если допустить существование векторных потенциалов во всех точках непрерывного пространства-времени, то в математическом плане две теории: поля и прямого межчастичного взаимодействия — окажутся эквивалентными. Они отличаются исходными положениями [65]. В теории поля исходят из дифференциальных уравнений, из которых можно найти функцию Грина и записать решение в интегральном виде. В теории прямого межчастичного взаимодействия исходным является задание функции Грина. Ее роль играет дельта-функция (3.1.13). Зная функцию Грина, можно восстановить соответствующее ей дифференциальное уравнение. Однако для физики допущение о распространении значений потенциалов на все точки пространства-времени имеет принципиальное значение.

2. Поясним суть соотношения концепций ближнего действия и дальнего действия с помощью рис. 3.6. На нем изображен световой конус на мировой линии частицы (i) с вершиной в момент времени $\tau = 0$, когда она находится в релятивистском контакте с событиями на мировых линиях частиц (k), (j) и так далее в прошлые моменты времени $\tau_{(k)}$, $\tau_{(j)}$, \dots . Эти события, происшедшие с другими частицами в прошлые моменты времени, определяют изменение состояния данной частицы (i). Чтобы его описать в реляционной парадигме, необходимо просуммировать по вкладам от всех частиц мира на световом конусе прошлого, т. е. по множеству моментов времени в прошлом.

Это существенно отличается от описания поведения частиц в ретико-полевой парадигме (в теории поля), где изменение состояния частиц определяется свойствами системы лишь в точке ее нахождения (локально в момент $\tau = 0$). Локальность обеспечивается введением понятия поля, которое заменяет частицы, находящиеся в релятивистском

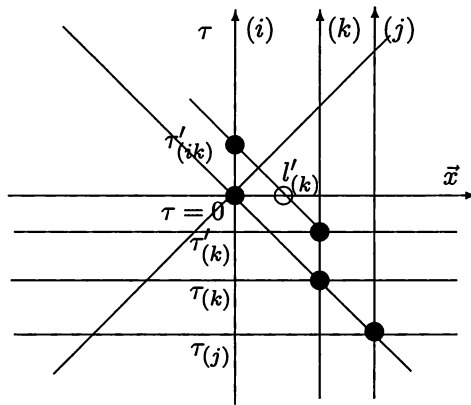


Рис. 3.6. Процессы взаимодействия в реляционной парадигме

контакте в прошлые моменты, на взаимодействие с полем в рассматриваемый момент времени.

Очевидно, что событие в пространственно-подобной точке $\tau'_{(k)}$ никак не сказывается на состоянии частицы (i) в момент $\tau = 0$, — она окажется в релятивистском контакте лишь в момент $\tau'_{(i,k)}$, т. е. в промежутке от $\tau'_{(k)}$ до $\tau'_{(i,k)}$ для нее этого события как бы не существует. В теории поля же постулируется, что вся информация уже содержится на любой пространственно-подобной гиперповерхности, в частности на пространственном сечении в момент $\tau = 0$. Это осуществляется введением поля, соответствующего излучению, распространяющемуся по пространству от излучателя до приемника. В данном случае воздействие от события с частицей (k) отображается фронтом волны в соответствующей точке пространства $l'_{(k)}$. В теории поля изменение, происшедшее с частицей-излучателем, передается полю — переносчику взаимодействия.

С позиций реляционной парадигмы понятие поля имеет чисто вспомогательный характер, предназначенный для замены дальнего действия (с ньютоновой, нерелятивистской точки зрения) на локальный способ описания процессов взаимодействия.

3. На изложенное выше можно взглянуть еще под одним углом зрения. В современной физике, опирающейся на концепцию близкодействия, эволюция систем фактически описывается на основе принципов простых марковских процессов, т. е. полагается, что состояние системы в некоторый последующий момент времени $\tau_0 + \Delta\tau$ определяется ее состоянием в момент τ_0 и некоторый предшествующий момент $\tau_0 - \Delta\tau$. Это отражено тем, что уравнения движения пишутся для ускорения системы, которое определяется тремя точками, а начальные состоя-

ния (в момент τ_0) задаются положением (координатами) частиц и их скоростями. Последнее равносильно заданию положений в два близких момента времени τ_0 и $\tau_0 - \Delta\tau$.

Реляционный подход (концепция дальнего действия) фактически строится на основе принципов сложных (даже бесконечно усложняющихся) процессов Маркова, когда состояние системы в момент времени $\tau_0 + \Delta\tau$ определяется состоянием, т. е. процессами в ряд (даже в бесконечном множестве) моментов времени в прошлом. С точки зрения реляционного подхода введение понятия поля представляет собой математический прием, превращающий сложный марковский процесс в простой.

3.5.2. Вторичный характер гравитации

Один из главных выводов данной главы состоит в том, что в реляционном подходе гравитационное взаимодействие теряет независимый характер, как это имеет место в общепринятой теории, и становится вторичным, производным от электромагнитных взаимодействий.

Близкие предположения и гипотезы на эту тему высказывались рядом известных авторов, исходя из совсем иных соображений. Так, в 1967 году А. Д. Сахаров высказал идею о вторичном, производном характере искривленности пространства-времени, об обусловленности гравитации свойствами квантованных (фермионных) полей. Он писал: «По моей идее фундаментальный вид уравнений теории тяготения (т. е. общей теории относительности), а также численная величина гравитационной постоянной должны следовать из теории элементарных частиц «сами собой», без каких-либо специальных гипотез» [82, с. 180].

Близкие идеи высказывались С. Л. Адлером в связи с обсуждением подходов к решению проблемы квантования гравитации: «Прежде чем переходить к квантованию гравитации, нужно ответить на вопрос: является ли эйнштейновская теория фундаментальной или она всего лишь некая эффективная теория поля, описывающая длинноволновый предел (т. е. область низких энергий) более общей теории, выглядящей совершенно иначе в малых масштабах?» [82, с.187].

Анализируя возможности суперсимметричных теорий «объединить тяготение со всеми другими силами природы», П. Уэст заметил: «Но в этой связи следует напомнить, что гравитация может оказаться не фундаментальной силой, а быть обусловленной динамическим механизмом» [94, с. 14]. Можно и далее продолжить цитирование подобных высказываний, соответствующих изложенному в этой главе выводу об обусловленности гравитационного взаимодействия иными, более фун-

даментальными взаимодействиями; в данном случае таковым является электромагнитное взаимодействие.

Другой вывод принципиального характера состоит в том, что как электромагнитные, так и гравитационные взаимодействия определяются конечным числом миноров из определителя в законе пространства скоростей (токового пространства). Все эти слагаемые имеют четкую физическую интерпретацию. Данный вывод нуждается в сопоставлении с ранее полученным нами совместно с А. Ю. Турыгиным результатом [20], что общая теория относительности может быть переформулирована в виде теории прямого межчастичного взаимодействия, учитывающей не только парные взаимодействия, приводящие к линеаризованной теории, но и тройные, четверные и т. д. взаимодействия. В итоге ОТО представляется в виде бесконечного ряда разложения по гравитационной константе G . Исходя из этого, можно ожидать отличия следствий из предлагаемой теории (в том числе и экспериментальные) от выводов эйнштейновской общей теории относительности.

3.5.3. Сравнение объединений гравитации и электромагнетизма в реляционном подходе и в 5-мерной теории Калуцы

Поскольку в излагаемой здесь реляционной теории объединяются гравитационное и электромагнитное взаимодействия, то эту теорию естественно сравнить с объединением этих же двух взаимодействий в рамках (унарных) 5-мерных геометрических теорий Т. Калуцы [42] и О. Клейна [43]. Это представляет интерес в связи с тем, что при их сопоставлении проявляется ряд общих черт и проблем, особенно в соотношениях масс и электрических зарядов частиц.

1. На первый взгляд, главное различие двух названных подходов состоит в том, что в основу 5-мерных теорий Калуцы и О. Клейна положено именно координатное пространственно-временное многообразие с римановой метрикой, тогда как в реляционном подходе ведущими являются отношения в токовом пространстве (пространстве скоростей). Однако в многомерных геометрических моделях физических взаимодействий типа теорий Калуцы и О. Клейна дополнительные координаты полагаются компактифицированными, т. е. замкнутыми с чрезвычайно малым периодом порядка планковской длины. Физически интерпретируемые результаты получаются лишь после процедуры интегрирования (усреднения) по периоду компактификации, что фактически означает исключение дополнительных координат и использование лишь дополнительных компонент импульса или скорости. Этот факт возвышает

роль пространства скоростей и в этом смысле сближает геометрический и реляционный подходы.

2. Другое различие двух подходов можно усмотреть в определении 4-мерной метрики и компонент векторного потенциала. Как известно (см. [28]), в теории Калуцы объединение двух взаимодействий достигается увеличением размерности пространства-времени до 5, когда вместо 4-мерного квадрата интервала в общей теории относительности $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ пишется квадрат 5-мерного интервала в виде:

$$dI^2 = G_{AB} dx^A dx^B, \quad (3.5.1)$$

где компоненты 5-мерной метрики можно представить в виде 5×5 -матрицы:

$$G_{AB} = \left(\begin{array}{cccc|c} G_{00} & G_{01} & G_{02} & G_{03} & G_{05} \\ G_{10} & G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{15} \\ G_{20} & G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{25} \\ G_{30} & G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{35} \\ \hline G_{50} & G_{51} & G_{52} & G_{53} & G_{55} \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{c|c} g_{\mu\nu} & A_\mu \\ \hline A_\nu & -\varphi^2 \end{array} \right). \quad (3.5.2)$$

Здесь и далее индексы A и B пробегает 5 значений: 0, 1, 2, 3, 5. Индекс 4 здесь опущен, поскольку он используется для обозначения дополнительной координаты в теории О. Клейна, представляющей собой другую ветвь 5-мерия. Вертикальной и горизонтальной линиями отделены 4-мерные компоненты 5-мерного метрического тензора от дополнительных, т. е. содержащих индекс 5.

В 5-мерной теории Калуцы четыре смешанные компоненты метрического тензора $G_{\mu 5}$ отождествляются с компонентами векторного потенциала электромагнитного поля A_μ соотношением:

$$-\frac{G_{\mu 5}}{G_{55}} = \frac{2\sqrt{G}}{c^2} A_\mu \rightarrow A_\mu = -\frac{c^2}{2\sqrt{G}} \frac{G_{\mu 5}}{G_{55}}. \quad (3.5.3)$$

При этом, как правило, полагается, что $G_{55} = -1$.

В реляционном подходе используется иной способ введения и объединения двух взаимодействий: классические (гравитационные) и дополнительные (электромагнитные) степени свободы трактуются как проявления миноров разного порядка в едином законе (3.1.4).

3. Тем не менее, легко обнаруживается сходство двух подходов в определении компонент 4-мерного метрического тензора $g_{\mu\nu}$. 5-Мерная теория Калуцы строится в калибровочно инвариантном виде (см. [18, 28]). Это, в частности, означает, что физически интерпретируемыми компонентами 4-мерной метрики являются не $G_{\mu\nu}$ в матрице (3.5.2),

а специальные комбинации из них и смешанных компонент:

$$g_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} - \frac{G_{\mu 5} G_{\nu 5}}{G_{55}} \rightarrow g_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} - \frac{4G}{c^4} A_\mu A_\nu. \quad (3.5.4)$$

В это выражение входит квадратично электромагнитный векторный потенциал, что частично соответствует дополнительным квадратичным слагаемым по скоростям в определении компонент 4-мерной метрики в реляционном подходе, согласно (3.2.21). Напомним, что в реляционном подходе электромагнитный векторный потенциал определяется линейно через скорость электрически заряженной частицы, согласно (3.1.16).

Однако в 5-мерной теории Калуцы гравитационное и электромагнитное взаимодействия трактуются независимыми, вследствие слагаемого $G_{\mu\nu}$ в (3.5.4). Реляционный же подход позволяет устранить независимость, раскрывая физический смысл этого слагаемого: в нем компоненты $G_{\mu\nu}$ трактуются как комбинация из метрики Минковского $\eta_{\mu\nu}$ и слагаемых, обусловленных тем, что квадрат суммы вкладов от разных частиц в электромагнитный потенциал не равен сумме квадратов этих вкладов, обуславливающих гравитационное взаимодействие в реляционном подходе.

4. В данных двух подходах имеется как различие, так и сходство в соотношениях электрических зарядов и масс частиц. Так, в 5-мерной теории Калуцы 5-я компонента скорости частицы с точностью до размерной константы имеет смысл отношения электрического заряда q к массе m :

$$\frac{dx^5}{ds} = - \frac{1}{2\sqrt{G}} \frac{q}{m}, \quad (3.5.5)$$

а пятая компонента импульса с точностью до константы является электрическим зарядом классической частицы.

Для описания заряженных полей Ψ используется принцип зависимости волновых функций этих полей от 5-й координаты, причем циклическим образом:

$$\Psi \sim \exp\left(\frac{i}{\hbar} \frac{ec}{2\sqrt{G}} \varepsilon_5 x_5\right), \quad (3.5.6)$$

где e — электрический заряд электрона, ε_5 — целочисленная гармоника, определяющая заряд частицы q в единицах e : $q = \varepsilon_5 e$. Это определение зависимости от 5-й координаты позволяет вводить заряд через дифференцирование по 5-й координате, как это принято делать в квантовой механике, где импульс выступает в роли собственного значения оператора дифференцирования волновой функции по координате.

Данное определение заряда автоматически приводит к появлению у частиц планковских значений масс элементарных частиц, т. е. масса

частиц оказывается жестко связанной с их электрическим зарядом:

$$m = \frac{e}{2\sqrt{G}}, \quad (3.5.7)$$

причем линейно, в отличие от определения масс квадратично, согласно (3.2.7), в реляционной теории. В теории Калуцы необходимы методы перенормировки планковской массы до наблюдаемых значений масс частиц. Это достигается при помощи конформных факторов в метрике.

В реляционном подходе, несмотря на иной, квадратичный характер соотношения масс и зарядов, фактически возникает та же проблема перенормировки планковских масс, которая решается введением в (3.2.2) константы C_2 , связывающей между собой миноры первого и второго порядка из определителя в мировом законе (3.1.4).

5. В теории Калуцы для описания электромагнитного взаимодействия достаточно смешанных компонент 5-мерного метрического тензора $G_{\mu 5}$, однако в теории неизбежно возникает еще одна, 15-я компонента метрического тензора G_{55} , которая доставила много хлопот. Имеются существенные трудности с ее интерпретацией. Не вдаваясь в подробности, отметим, что чаще всего используется дополнительный постулат $G_{55} = -1$, что соответствует пространственно-подобному характеру дополнительной размерности (5-й координаты).

В ряде вариантов 5-мерной теории компонента G_{55} истолковывалась как дополнительное скалярное поле, которое в работах Ф. Хойла и Дж. Нарликара [112-114] предлагалось использовать для описания масс частиц в духе принципа Маха.

6. Реляционный поход следует сопоставить также с иным вариантом 5-мерной теории, который развивался в работах О. Клейна [43], В. А. Фока [102], Ю. Б. Румера [79] и ряда других авторов. Этот вариант теории был нацелен на определение масс полей через зависимость от дополнительной координаты, которая выбиралась в виде:

$$\Psi \sim \exp\left(\frac{imcx^4}{\hbar}\right), \quad (3.5.8)$$

где дополнительная координата обозначена через x^4 , чтобы отличить от калуцевского варианта с зависимостью (3.5.6).

Однако в этом варианте теории пропадает возможность введения электрического заряда через дифференцирование по дополнительной координате. Этот недостаток было предложено преодолеть введением электрического заряда прямо в определение смешанной компоненты

метрики через компоненты электромагнитного векторного потенциала:

$$\tilde{G}_{\mu 4} = \frac{e}{mc^2} A_\mu \rightarrow g_{\mu\nu} = \tilde{G}_{\mu\nu} - \frac{e^2}{m^2 c^4} A_\mu A_\nu. \quad (3.5.9)$$

Очевидно, данный вид отождествления отличается от (3.5.4), используемого в теории Калуцы. В итоге получилась теория, существенно отличающаяся от принципа построения как общей теории относительности, так и теории Калуцы, — в ней метрика становится зависимой от характеристик (зарядов) рассматриваемых частиц.

Вариант теории Клейна—Фока—Румера пригоден для рассмотрения лишь одного сорта частиц, обладающих одинаковыми зарядами, но неприемлем для описания произвольных полей и частиц (как нейтральных, так и с разными зарядами). Это свойство теории роднит ее с рассмотренной выше моделью реляционной теории, где все элементарные носители заряда также имеют один и тот же электрический заряд (с точностью до знака) и массу.

7. В следующих главах книги будут рассмотрены и другие, более существенные аспекты соотношения реляционного подхода и многомерных геометрических моделей физических взаимодействий типа теорий Калуцы и О. Клейна.

Бинарная геометрия микромира



Необходимо отказаться от укоренившегося в сознании большинства убеждения о самостоятельном существовании классического пространства-времени как фона, сцены, на которой разворачивается спектакль окружающей нас жизни. Именно на этой убежденности покоятся многочисленные фантазии, гипотезы и даже физические «теории» относительно так называемой «машины времени».

Классическая геометрия и соответствующие ей в реляционном подходе (унарные) пространственно-временные отношения по своей сути статичны — в них отсутствует идея развития. Введение времени-подобной координаты не меняет сути, поскольку это лишь изменяет сигнатуру, — просто квадрат одной из координат (компонент) пишется с обратным знаком. Идея эволюции вводится дополнительным постулатом последовательного рассмотрения состояний системы на 3-мерных пространственно-подобных сечениях вдоль координаты времени.

Анализ этого вопроса свидетельствует о том, что идея о фоне, о самостоятельности категории пространства-времени является продуктом мыслительной деятельности человека, основанной на памяти об уже осуществившихся явлениях (процессах), которые разумом продлеваются в будущее. Более обоснованно полагать, что классическая физика и отражающая ее геометрия имеют дело с отношениями между уже осуществившимися (или мыслимыми в будущем) событиями. В каждый конкретный момент времени мир как бы рождается заново, что образным языком отражено в словах известной песни с глубоким философским содержанием:

«Есть только миг между прошлым и будущим,
И этот миг называется жизнь».

Данное утверждение подтверждается всей физикой микромира, которая описывает не отношения между уже свершившимися событиями, а элементарные звенья процессов творения новых событий, которые, в принципе, являются вероятностными. В этом состоит смысл кванто-

вой механики — в ней оказались оформленными и развитыми те идеи, которые высказывались еще мыслителями древности. Так, Аристотель, размышляя о сути движения тел, писал, что тело не может сразу пребывать в двух состояниях: в прошлом и в будущем, — должно быть нечто третье — возможность, что связывает эти состояния.

В реляционном подходе данная идеология о переходе системы (мира) между двумя состояниями осуществляется посредством двоякого обобщения теории унарных систем вещественных отношений (унарных геометрий). Во-первых, то, что ранее описывалось единой геометрией, предлагается понимать как результат наложения гигантской совокупности систем отношений, соответствующих происходящим в мире процессам. Во-вторых, каждая из отдельных систем отношений является не унарной вещественной, как в классической теории, а представляет собой ее обобщение на случай бинарных систем комплексных отношений. В них отношения вводятся между элементами не одного множества, как в привычной геометрии, а двух множеств, характеризующих состояния системы в прошлом и в будущем. Отношения являются тем третьим, что связывает два состояния. Таким образом, идея эволюции заложена уже в самом основании теории бинарных систем отношений, которая призвана описывать каждый «миг» перехода «между прошлым и будущим» — элементарное звено любых процессов в мире.

Как будет показано ниже, бинарные системы отношений представляют собой своеобразные бинарные геометрии, которые являются более элементарными, чем описанные в предыдущих двух главах унарные системы отношений — привычные геометрии. Прообраз классических пространственно-временных отношений можно получить из бинарной геометрии, рассматривая последовательность осуществившихся событий, когда привычный мир (геометрия) представляется цепочкой, составленной из отдельных звеньев, каждое из которых описывается бинарной геометрией.

Особо следует подчеркнуть, что каждая из бинарных систем комплексных отношений соответствует отдельным процессам, которые в теоретико-полевой парадигме интерпретируются как явления излучения и поглощения переносчиков излучения (главным образом, фотонов). В значительной части книги рассматриваются свойства в рамках одного экземпляра бинарных систем комплексных отношений. Их наложение, приводящее к унарным геометриям, рассматривается лишь в последней (пятой) части книги.

В этой части рассмотрены основные свойства простейших бинарных систем отношений, их проявления в физике микромира, а также показано, как на их основе строятся *прообразы* классических пространственно-временных и токовых отношений.

Бинарная геометрия и 2-компонентные спиноры



Приступая к изложению второй ступени построения реляционного подхода к физике, сформулируем следующие исходные положения.

1. Теория бинарных систем отношений не опирается на понятия классической геометрии и физики и строится, исходя из собственного набора понятий и закономерностей.

2. В теории бинарных систем отношений два множества элементов выступают равноправно, что соответствует обратимости прообраза времени на самом элементарном уровне.

3. Построение бинарной геометрофизики требует обобщения вещественных парных отношений на случай комплексных чисел, поскольку в микромире теряет смысл аксиома Архимеда, определяющая понятия больше — меньше.

4. Бинарная геометрофизика не нуждается в допущении непрерывности множеств элементов.

Существенным обстоятельством, свидетельствующим о плодотворности бинарных систем комплексных отношений (БСКО), является тот факт, что в рамках минимального (невырожденного) ранга БСКО (3,3) автоматически возникает понятие 2-компонентных спиноров, играющее важную роль в физике микромира. Как известно, в современной теоретической физике спиноры вводятся либо посредством своеобразного извлечения «квадратного корня» из векторов, либо с помощью замены скалярной волновой функции на спинорную также путем извлечения «квадратного корня» из уравнения Клейна—Фока (см., например, [7]), либо, — математически более строго, — на основе теории алгебр Клиффорда над полем вещественных чисел [45, 81]. Теория БСКО представляет еще один, третий путь введения спиноров, который в рамках БСКО ранга (3,3) дает эквивалентную теорию 2-компонентных спиноров (и биспиноров) [24], а в случае более высоких рангов открывает новый канал обобщения понятия спинора.

В формировании комплекса оснований физики микромира наиболее значительна роль БСКО ранга (3,3), из которой непосредственно следует ряд ключевых понятий классической и квантовой физики, включая понятия классической геометрии. В данной главе основное внимание отводится рассмотрению математического аппарата этой системы отношений.

4.1. Основные понятия бинарных систем отношений

1. Бинарная геометрофизика, предназначенная для описания элементарного звена («мига») перехода системы из одного в другое состояние, строится на двух множествах элементов \mathcal{M} и \mathcal{N} , характеризующих соответственно начальное и конечное состояния системы. Условимся обозначать элементы первого множества \mathcal{M} латинскими буквами, а элементы второго множества \mathcal{N} — греческими буквами.

Реляционное описание элементарного звена процесса означает задание гигантской **мировой матрицы** (4.1.1), обобщающей унарные мировые матрицы (2.1.1) и (3.1.1):

$$M_{world} = \left(\begin{array}{c|cccccccc} & \mu & \nu & \rho & \dots & \alpha & \beta & \gamma & \delta & \sigma & \dots \\ \hline a & u_{a\mu} & u_{a\nu} & u_{a\rho} & \dots & u_{a\alpha} & u_{a\beta} & u_{a\gamma} & u_{a\delta} & u_{a\sigma} & \dots \\ b & u_{b\mu} & u_{b\nu} & u_{b\rho} & \dots & u_{b\alpha} & u_{b\beta} & u_{b\gamma} & u_{b\delta} & u_{b\sigma} & \dots \\ c & u_{c\mu} & u_{c\nu} & u_{c\rho} & \dots & u_{c\alpha} & u_{c\beta} & u_{c\gamma} & u_{c\delta} & u_{c\sigma} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i & u_{i\mu} & u_{i\nu} & u_{i\rho} & \dots & u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & u_{i\delta} & u_{i\sigma} & \dots \\ j & u_{j\mu} & u_{j\nu} & u_{j\rho} & \dots & u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & u_{j\delta} & u_{j\sigma} & \dots \\ k & u_{k\mu} & u_{k\nu} & u_{k\rho} & \dots & u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & u_{k\delta} & u_{k\sigma} & \dots \\ l & u_{l\mu} & u_{l\nu} & u_{l\rho} & \dots & u_{l\alpha} & u_{l\beta} & u_{l\gamma} & u_{l\delta} & u_{l\sigma} & \dots \\ m & u_{m\mu} & u_{m\nu} & u_{m\rho} & \dots & u_{m\alpha} & u_{m\beta} & u_{m\gamma} & u_{m\delta} & u_{m\sigma} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right), \tag{4.1.1}$$

где $u_{i\alpha}$ — **парные отношения** — в общем случае комплексные числа, заданные лишь для пар элементов из двух разных множеств.

Очевидно, что работать с такой матрицей чрезвычайно трудно.

2. Как и в случае унарного описания мира, бинарная мировая матрица обладает нулевым детерминантом, но имеется выделенное число (порядок) — **ранг** r , начиная с которого и выше миноры равны нулю. Поскольку рассматриваются элементы двух множеств, то ранг будем характеризовать двумя числами, соответствующими числам элементов в каждом из двух множеств. В бинарной геометрофизике, как уже

отмечалось, оба множества рассматриваются эквивалентными, следовательно, будут использоваться лишь симметричные ранги (r, r) . (В общем случае можно определить БСКО для несимметричных рангов.)

3. Равенство нулю миноров данного критического порядка r назовем **законом бинарного мира или бинарных систем комплексных отношений**. В самом общем виде его можно представить в виде:

$$\Phi_{(r,r)}(u_{i\alpha}, u_{i\beta}, \dots, u_{j\gamma}) = 0, \quad (4.1.2)$$

где соответствующий минор представлен в виде функции $\Phi_{(r,r)}$, аргументами которой являются все возможные парные отношения $u_{i\alpha}$ между элементами (например, i и α) из двух разных множеств (см. рис. 4.1).

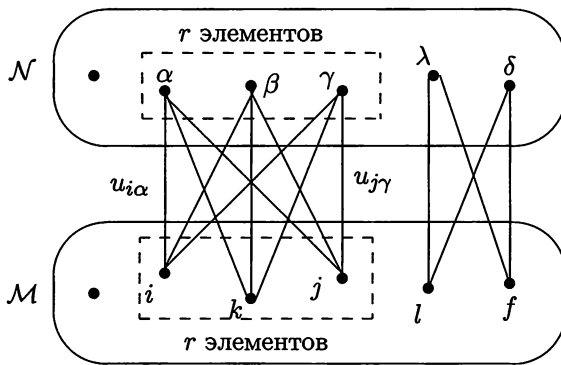


Рис. 4.1. Бинарная система отношений

4. В теории бинарных систем отношений постулируется, что все элементы в каждом из множеств являются равноправными. Это означает, что закон (4.1.2) выполняется, если заменить часть или все элементы на произвольные другие. Такая симметрия, как и в случае унарных систем отношений, названа **фундаментальной симметрией**. Она играет ключевую роль в теории бинарных систем отношений. При добавлении в теорию условий непрерывности двух множеств элементов фундаментальная симметрия соответствует группе Ли.

5. Выберем в множествах M и N по $r - 1$ элементов и назовем их **эталонными**, или образующими **базис** бинарной системы отношений. Пусть ими будут элементы k, j, \dots из множества M и элементы β, γ, \dots из множества N . Закон (4.1.2) во всех рассматриваемых ниже случаях может быть разрешен относительно любого из $r \times r$ аргументов, т. е. для произвольных неэталонных элементов, например i и α , его можно записать в виде

$$\begin{aligned} u_{i\alpha} = f_{i\alpha}(u_{i\beta}, u_{i\gamma}, \dots; u_{k\alpha}, u_{j\alpha}, \dots; \\ u_{k\beta}, u_{k\gamma}, \dots, u_{j\beta}, u_{j\gamma}, \dots), \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

где в первой группе справа выделены парные отношения элемента i со всеми $r - 1$ эталонными элементами множества \mathcal{N} (обозначим их через i^l : $u_{i\beta} \equiv i^1$; $u_{i\gamma} \equiv i^2$; ..., где $l = 1, 2, \dots, r - 1$), во второй группе справа выделены парные отношения элемента α со всеми $r - 1$ эталонными элементами множества \mathcal{M} (обозначим их через α^l : $u_{k\alpha} \equiv \alpha^1$; $u_{j\alpha} \equiv \alpha^2$; ..., где $l = 1, 2, \dots, r - 1$). Во второй строке записаны парные отношения только между эталонными элементами. Их будем считать постоянными параметрами выбранного базиса (системы эталонных элементов), поэтому парное отношение $u_{i\alpha}$ можно записать в виде

$$u_{i\alpha} = f_{i\alpha}(i^1, i^2, \dots, i^{r-1}; \alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^{r-1}). \quad (4.1.4)$$

Это означает, что парные отношения между любыми (неэталонными) элементами i и α можно понимать как функцию в $2r - 2$ -мерном пространстве параметров-координат.

Подставляя парные отношения вида (4.1.4) в закон (4.1.2), очевидно, получаем тождество

$$\Phi_{(r,r)}(f_{i\alpha}, f_{i\delta}, \dots, f_{j\alpha}, f_{j\delta}, \dots) \equiv \Phi_{(r,r)}(u_{i\alpha}, u_{i\delta}, \dots, u_{j\alpha}, u_{j\delta}, \dots) \equiv 0. \quad (4.1.5)$$

Понятие базиса системы отношений имеет важное значение в бинарной геометрофизике.

6. Введенные здесь понятия: элементы, отношения, ранг, закон и фундаментальная симметрия — составляют фундамент математической теории систем отношений. Как будет показано ниже, этих понятий и ряда других, полученных на их основе, достаточно для построения содержательной как математической, так и физической теорий.

4.2. Бинарные системы комплексных отношений ранга (3,3)

В рамках бинарной геометрофизики вскрывается чрезвычайно важное обстоятельство: в физическом мире оказывается наиболее важной БСКО минимального¹⁾ ранга (3,3). Это в какой-то степени можно причислить к принципам наименьшего действия (принцип наименьшего ранга).

При изложении теории БСКО ранга (3,3) будем следовать схеме предыдущего раздела, которая будет использоваться и при рассмотрении БСКО более высоких рангов, нацеленных на описание более тонких закономерностей, обусловленных различными видами фундаментальных взаимодействий.

¹⁾БСКО еще меньшего ранга (2,2) является вырожденной в смысле представимости в двух формах, о чем будет сказано ниже (см. разд. 4.4).

4.2.1. Основные понятия бинарной системы комплексных отношений ранга (3,3)

1. **Закон и парные отношения.** Согласно изложенному выше, закон БСКО ранга (3,3) записывается в виде равенства нулю определителя, построенного из 9 парных отношений между двумя тройками произвольных элементов i, k, j и α, β, γ из двух разных множеств

$$\Phi_{(3,3)} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.2.1)$$

где парные отношения представимы в виде

$$u_{i\alpha} = i^1\alpha^1 + i^2\alpha^2. \quad (4.2.2)$$

Здесь i^1 и i^2 — два комплексных параметра элемента $i \in \mathcal{M}$, а α^1 и α^2 — комплексные параметры элемента $\alpha \in \mathcal{N}$.

2. **Фундаментальное 2×2 -отношение** — минор максимального порядка матрицы в законе БСКО ранга (3,3) — играет чрезвычайно важную роль в теории данной системы отношений. Например, выделяя из (4.2.1) строки и столбцы, соответствующие двум парам элементов (i, k) и (α, β) , имеем

$$\begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix}. \quad (4.2.3)$$

Характерно, что фундаментальное 2×2 -отношение записывается через произведение двух определителей, составленных отдельно из параметров элементов двух множеств.

3. **Базис БСКО ранга (3,3).** Как уже отмечалось, параметры элементов можно выразить через их отношения к некоей системе эталонных (базисных) элементов. В данном случае ранга (3,3) базис системы отношений задается двумя элементами множества \mathcal{M} и двумя элементами множества \mathcal{N} . Они выполняют роль базиса, аналогичную случаям задания координатной системы в геометрии или базисных тел, определяющих систему отсчета в теории относительности.

Пусть эталонными являются элементы m, n, μ, ν . Обозначим волной сверху отношения между эталонными элементами: $\tilde{u}_{m\mu}, \tilde{u}_{m\nu}, \tilde{u}_{n\mu}, \tilde{u}_{n\nu}$. Пусть $u_{i\alpha}$ является отношением между произвольными неэталонными элементами i и α (см. рис. 4.2). С помощью закона (4.2.1) выразим $u_{i\alpha}$ через парные отношения элементов i и α к эталонным элементам: $(u_{i\mu}, u_{i\nu}, u_{m\alpha}, u_{n\alpha})$ и парные отношения между самими эталонными элементами:

$$u_{i\alpha} = \frac{1}{\Delta} (u_{i\mu}u_{m\alpha}\tilde{u}_{n\nu} + u_{i\nu}u_{n\alpha}\tilde{u}_{m\mu} - u_{i\mu}u_{n\alpha}\tilde{u}_{m\nu} - u_{i\nu}u_{m\alpha}\tilde{u}_{n\mu}), \quad (4.2.4)$$

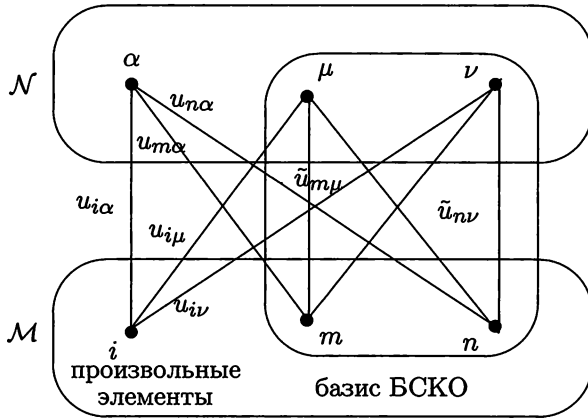


Рис. 4.2. Задание параметров пары элементов i и α через их отношения к эталонным элементам

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{t\mu} & \tilde{u}_{t\nu} \\ \tilde{u}_{n\mu} & \tilde{u}_{n\nu} \end{vmatrix} = \tilde{u}_{t\mu}\tilde{u}_{n\nu} - \tilde{u}_{n\mu}\tilde{u}_{t\nu} \equiv \begin{bmatrix} \mu\nu \\ mn \end{bmatrix} \quad (4.2.5)$$

— фундаментальное 2×2 -отношение, характеризующее систему эталонных (базисных) элементов.

4. Так же, как в специальной теории относительности выделен класс инерциальных систем отсчета, в бинарной геометрофизике выделяются классы привилегированных базисов, определяющих преимущественные системы отношений, среди которых ключевую роль играют две.

а) *Базис допустимых отношений.* Выделим частный случай эталонных элементов (базиса), когда парные отношения между ними удовлетворяют условиям:

$$\tilde{u}_{t\mu} = \tilde{u}_{t\mu}^*; \quad \tilde{u}_{n\nu} = \tilde{u}_{n\nu}^*; \quad \tilde{u}_{n\mu} = \tilde{u}_{t\nu}^*, \quad (4.2.6)$$

где звездочкой обозначены комплексно сопряженные величины. Такая система эталонных элементов характеризуется четырьмя вещественными числами. В общем случае отношения, удовлетворяющие (4.2.6), можно представить в виде

$$\tilde{u}_{t\mu} = y_0 + y_3; \quad \tilde{u}_{n\nu} = y_0 - y_3; \quad \tilde{u}_{n\mu} = \tilde{u}_{t\nu}^* = y_1 + iy_2, \quad (4.2.7)$$

где y_0, y_1, y_2, y_3 — вещественные числа; тогда фундаментальное 2×2 -отношение (4.2.5) является вещественным и записывается в форме

$$\Delta_o = y_0^2 - y_1^2 - y_2^2 - y_3^2, \quad (4.2.8)$$

соответствующей квадратичной форме с сигнатурой пространства-времени Минковского.

- б) *Собственный базис пар элементов.* Еще более частный случай представляет базис из двух пар элементов, удовлетворяющих условиям:

$$\tilde{u}_{m\mu} = \tilde{u}_{n\nu} = y_0; \quad \tilde{u}_{n\mu} = \tilde{u}_{m\nu} = 0. \quad (4.2.9)$$

В этом случае

$$\Delta_o = y_0^2 > 0, \quad (4.2.10)$$

и парное отношение (4.2.4) между двумя произвольными неэталонными элементами в данном базисе принимает наиболее простой вид

$$u_{i\alpha} = \frac{\tilde{u}_{m\mu}}{\Delta_o} (u_{i\mu} u_{m\alpha} + u_{i\nu} u_{n\alpha}) \equiv i^1 \alpha^1 + i^2 \alpha^2, \quad (4.2.11)$$

где параметры элементов представляются через отношения к базисным элементам:

$$i^1 = \pm \frac{u_{i\mu}}{\sqrt{y_0}}; \quad i^2 = \pm \frac{u_{i\nu}}{\sqrt{y_0}}; \quad \alpha^1 = \pm \frac{u_{m\alpha}}{\sqrt{y_0}}; \quad \alpha^2 = \pm \frac{u_{n\alpha}}{\sqrt{y_0}}. \quad (4.2.12)$$

Назовем БСКО ранга (3,3) *собственной выделенной четверки элементов*, если отношения между ними удовлетворяют условиям (4.2.9), и, наоборот, четверку элементов со свойством (4.2.9) назовем *собственным базисом* данной БСКО ранга (3,3).

5. Базовое 3×3 -отношение. В теории БСКО произвольного ранга (r, r) важную роль играют так называемые базовые (r, r) -отношения, записываемые через окаймленный определитель, характеризующий закон данной системы отношений, которые в общем случае отличны от нуля. Для системы отношений ранга (3,3) это базовое 3×3 -отношение, симметричным образом содержащее параметры двух троек элементов из двух разных множеств:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \alpha\beta\gamma \\ ikj \end{array} \right\} &\equiv - \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} \\ 1 & u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} \\ 1 & u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ i^1 & k^1 & j^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^1 & \beta^1 & \gamma^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ kj \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ ik \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ kj \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ ij \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ kj \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ik \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ij \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

Отметим, что оно записывается через произведение двух определителей, составленных из параметров элементов лишь одного из множеств. Это общее свойство базовых $r \times r$ -отношений.

6. **Условия «сшивки» элементов из двух множеств.** Важное место в теории БСКО занимают переходы от них к унарным геометриям, чему посвящена следующая глава. Это будет делаться с использованием специальных условий «сшивки» (по вертикали) — связи пар параметров «сшиваемых» элементов из разных множеств через операцию комплексного сопряжения:

$$i^s = \alpha^{*s}; \quad k^s = \beta^{*s}; \quad j^s = \gamma^{*s}; \quad (4.2.14)$$

Эти условия соответствуют принятым в квантовой теории условиям связи начальных и конечных состояний для свободных частиц. Пары элементов, удовлетворяющие условиям (4.2.14), будем называть *сопряженными друг другу*. Очевидно, эти условия удовлетворяются для пар базисных элементов в (4.2.6) и (4.2.9).

4.2.2. Группа преобразований в рамках одной системы отношений

1. Определим (сначала формально) две группы линейных преобразований параметров элементов отдельно в множествах \mathcal{M} и \mathcal{N} :

$$i'^s = C_r^s i^r; \quad \alpha'^s = \tilde{C}_r^s \alpha^r, \quad (4.2.15)$$

где C_r^s и \tilde{C}_r^s — комплексные коэффициенты, характеризующие линейные преобразования. Здесь s и r пробегает значения 1 и 2.

Особо подчеркнем, что в бинарной геометрофизике *правильнее говорить не о группах, а об элементах, принадлежащих группам*, поскольку в теории не используются условия непрерывности и имеют смысл лишь преобразования между реально существующими базисами.

2. Важный частный случай составляют преобразования, оставляющие инвариантными парные отношения:

$$u'_{i\alpha} = i'^1 \alpha'^1 + i'^2 \alpha'^2 = i^1 \alpha^1 + i^2 \alpha^2 = u_{i\alpha} = Inv. \quad (4.2.16)$$

Это требование налагает на коэффициенты C_r^s и \tilde{C}_r^s следующие условия:

$$\begin{aligned} C_1^1 \tilde{C}_1^1 + C_1^2 \tilde{C}_1^2 &= 1; & C_1^1 \tilde{C}_2^1 + C_1^2 \tilde{C}_2^2 &= 0; \\ C_2^1 \tilde{C}_2^1 + C_2^2 \tilde{C}_2^2 &= 1; & C_2^1 \tilde{C}_1^1 + C_2^2 \tilde{C}_1^2 &= 0. \end{aligned} \quad (4.2.17)$$

3. Потребуем, чтобы при преобразованиях вида (4.2.15) сохранялось свойство сопряженности пар элементов (4.2.14). Это связывает преобразования в двух множествах таким образом, что

$$\tilde{C}_r^s = C_r^{*s}, \quad (4.2.18)$$

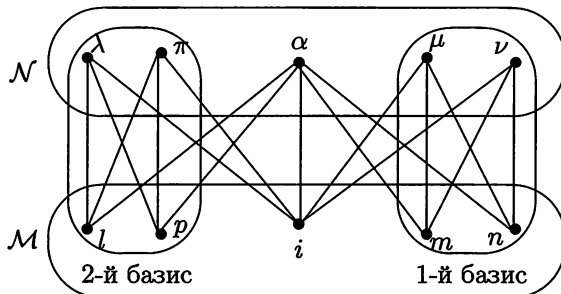


Рис. 4.3. Переход от одного базиса к другому в рамках БСКО ранга (3,3)

тогда условия (4.2.17) переходят в следующие три комплексных соотношения:

$$C_1^1 C_1^* + C_1^2 C_1^* = 1; \quad C_2^1 C_2^* + C_2^2 C_2^* = 1; \quad C_1^1 C_2^* + C_1^2 C_2^* = 0. \quad (4.2.19)$$

Это четыре условия на 8 вещественных параметров. Линейные преобразования (4.2.15) с условиями (4.2.19) образуют *унитарную* (4-параметрическую) *группу* $U(2)$ ¹⁾. Очевидно, что при таких преобразованиях фундаментальные 2×2 -отношения (4.2.3) остаются инвариантными.

4. *Группа унитарных преобразований $U(2)$ описывает переходы между различными собственными базисами одной и той же БСКО ранга (3,3).*

Продemonстрируем это. Пусть параметры произвольных элементов i и α определены в собственном базисе элементов m, n, μ, ν согласно формулам (4.2.9). Возьмем в качестве второго базиса пару сопряженных элементов $l, \lambda; p, \pi$ (см. рис. 4.3). Пусть второй базис также является собственным данной БСКО ранга (3,3), т. е., согласно (4.2.9), отношения между этими элементами удовлетворяют условиям:

$$\tilde{u}_{l\lambda} = \tilde{u}_{p\pi} = \acute{y}_0; \quad \tilde{u}_{l\pi} = \tilde{u}_{p\lambda} = 0, \quad (4.2.20)$$

где \acute{y}_0 — константа, характеризующая второй базис. Тогда парное отношение $u_{i\alpha}$ можно переписать в новом базисе посредством формулы типа (4.2.11):

$$u'_{i\alpha} = \frac{\tilde{u}_{l\lambda}}{\Delta_2} (u_{i\lambda} u_{l\alpha} + u_{i\pi} u_{p\alpha}) = i'^1 \alpha'^1 + i'^2 \alpha'^2, \quad (4.2.21)$$

¹⁾ Термин «унитарная группа» обусловлен тем, что ее преобразования описываются унитарными матрицами. Напомним, что *унитарными* называются матрицы C , удовлетворяющие условию $C^+ C = I$, где C^+ — матрица, получающаяся из C процедурами комплексного сопряжения и транспонирования. Легко видеть, что для матрицы

$$C = \begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 \\ C_1^2 & C_2^2 \end{pmatrix}$$

условия (4.2.19) означают унитарность.

где, как и в (4.2.12),

$$i'^1 = \pm \frac{u_{i\lambda}}{\sqrt{y_0}}; \quad i'^2 = \pm \frac{u_{i\pi}}{\sqrt{y_0}}; \quad \alpha'^1 = \pm \frac{u_{l\alpha}}{\sqrt{y_0}}; \quad \alpha'^2 = \pm \frac{u_{r\alpha}}{\sqrt{y_0}}. \quad (4.2.22)$$

5. Парные отношения элементов i и α к элементам 2-го базиса можно выразить через отношения этих элементов к элементам 1-го базиса посредством закона (4.2.1). Так, чтобы найти $u_{i\lambda}$, запишем закон БСКО ранга (3,3) для элементов: $i, m, n; \lambda, \mu, \nu$:

$$\Phi_{(3,3)} = \begin{vmatrix} u_{i\lambda} & u_{i\mu} & u_{i\nu} \\ u_{m\lambda} & \tilde{u}_{m\mu} & \tilde{u}_{m\nu} \\ u_{n\lambda} & \tilde{u}_{n\mu} & \tilde{u}_{n\nu} \end{vmatrix} = 0. \quad (4.2.23)$$

Из этого выражения находим

$$u_{i\lambda} = \frac{y_0}{\Delta_1} (u_{i\mu}u_{m\lambda} + u_{i\nu}u_{n\lambda}) \rightarrow i'^1 \equiv \pm \frac{u_{i\lambda}}{\sqrt{y_0}} = C_1^1 i^1 + C_2^1 i^2, \quad (4.2.24)$$

где $\Delta_1 = y_0^2$; i^1 и i^2 определены в (4.2.11), а коэффициенты C_1^1 и C_2^1 выражаются через отношения элементов 2-го базиса к элементам 1-го:

$$C_1^1 = \frac{u_{m\lambda}}{\sqrt{y_0 y_0}}; \quad C_2^1 = \frac{u_{n\lambda}}{\sqrt{y_0 y_0}}. \quad (4.2.25)$$

Аналогично находится отношение

$$u_{i\pi} = \frac{y_0}{\Delta_1} (u_{i\mu}u_{m\pi} + u_{i\nu}u_{n\pi}) \rightarrow i'^2 \equiv \pm \frac{u_{i\pi}}{\sqrt{y_0}} = C_1^2 i^1 + C_2^2 i^2, \quad (4.2.26)$$

где

$$C_1^2 = \frac{u_{m\pi}}{\sqrt{y_0 y_0}}; \quad C_2^2 = \frac{u_{n\pi}}{\sqrt{y_0 y_0}}. \quad (4.2.27)$$

Точно так же находятся выражения для отношений $u_{l\alpha}$ и $u_{r\alpha}$.

6. Соотношения (4.2.24) и (4.2.26) представляют собой линейные преобразования параметров элементов вида (4.2.15), а условия на отношения элементов (4.2.20) во втором базисе, выраженные через отношения к элементам 1-го базиса, соответствуют условиям на коэффициенты линейных преобразований (4.2.19). Действительно,

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{i\lambda} &= \frac{1}{y_0} (u_{l\mu}u_{m\lambda} + u_{l\nu}u_{n\lambda}) = y_0 \rightarrow C_1^1 \overset{*}{C}_1^1 + C_2^1 \overset{*}{C}_2^1 = 1; \\ \tilde{u}_{r\pi} &= \frac{1}{y_0} (u_{r\mu}u_{m\pi} + u_{r\nu}u_{n\pi}) = y_0 \rightarrow C_1^2 \overset{*}{C}_1^2 + C_2^2 \overset{*}{C}_2^2 = 1; \\ \tilde{u}_{l\pi} &= \frac{1}{y_0} (u_{l\mu}u_{m\pi} + u_{l\nu}u_{n\pi}) = 0 \rightarrow C_1^2 \overset{*}{C}_1^1 + C_2^2 \overset{*}{C}_2^1 = 0; \\ \tilde{u}_{r\lambda} &= \frac{1}{y_0} (u_{r\mu}u_{m\lambda} + u_{r\nu}u_{n\lambda}) = 0 \rightarrow C_1^1 \overset{*}{C}_1^2 + C_2^1 \overset{*}{C}_2^2 = 0. \end{aligned} \quad (4.2.28)$$

Следует учесть, что из условий (4.2.19) вытекают соотношения:

$$C_1^1 \overset{*}{C}_1^1 = C_2^2 \overset{*}{C}_2^2; \quad C_1^2 \overset{*}{C}_1^2 = C_2^1 \overset{*}{C}_2^1. \quad (4.2.29)$$

Таким образом, в рамках одной и той же БСКО ранга (3,3) имеется множество собственных базисов. Переходы между этими базисами описываются группой унитарных преобразований $U(2)$. Другими словами, можно утверждать, что *группа унитарных преобразований $U(2)$ не выводит за пределы одной и той же БСКО ранга (3,3)*. В классической теории относительности такие преобразования соответствуют преобразованиям координат в рамках одной и той же системы отсчета¹⁾. Выбор различных собственных базисов соответствует использованию разных координатных систем.

4.3. Спиноры как проявление БСКО ранга (3,3)

Широко используемые в современной теоретической физике 2-компонентные спиноры можно понимать как проявления БСКО ранга (3,3). Продемонстрируем это.

4.3.1. Двухкомпонентные спиноры

1. Формально рассмотрим такие линейные преобразования параметров элементов в каждом множестве, которые оставляют инвариантными соответствующие определители справа в (4.2.3). В частности, для элементов множества \mathcal{M} при произвольных линейных преобразованиях $i'^s = C_r^s i^r$, где $s, r = 1, 2$, определитель из (4.2.3) преобразуется по закону

$$\begin{vmatrix} i'^1 & k'^1 \\ i'^2 & k'^2 \end{vmatrix} = (C_1^1 C_2^2 - C_2^1 C_1^2) \cdot \begin{vmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{vmatrix}. \quad (4.3.1)$$

Следовательно, для инвариантности определителя необходимо, чтобы коэффициенты преобразования удовлетворяли условию

$$C_1^1 C_2^2 - C_2^1 C_1^2 = 1. \quad (4.3.2)$$

Это два условия на 8 вещественных коэффициентов, составляющих C_r^s . Линейные преобразования (4.2.15) с условием (4.3.2) составляют *унимодулярную (6-параметрическую) группу $SL(2, C)$* . Во втором множестве следует рассматривать комплексно сопряженные преобразования. Они также составляют группу $SL(2, C)$.

2. Условия инвариантности каждого из определителей, образованных из параметров элементов отдельных множеств, позволяют говорить о парных отношениях (метрике) в каждом из множеств \mathcal{M} и \mathcal{N} . Так,

¹⁾Следует напомнить, что в теории относительности имеется принципиальное различие между понятиями системы отсчета и координатной системы (см., например, [18, 28]).

в множестве \mathcal{M} двум элементам i и k оказывается поставленным в соответствие парное отношение

$$b_{(ik)} \equiv \begin{vmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{vmatrix} = i^1 k^2 - i^2 k^1. \quad (4.3.3)$$

Известно, что 2-мерные комплексные векторы, для которых определена антисимметричная метрика вида (4.3.3), инвариантная относительно линейных преобразований (4.2.15), называются *2-компонентными (комплексными) спинорами*. Таким образом, теория БСКО ранга (3,3) естественным образом приводит к 2-компонентным спинорам [24, 25]. Это другой подход к определению столь важного в математике и физике понятия.

3. Рассмотренные в предыдущем разделе унитарные преобразования $U(2)$ оставляют инвариантным фундаментальное 2×2 -отношение (4.2.3), однако в общем случае отдельные определители справа не являются инвариантными при этих преобразованиях. Обсудим частный случай унитарных преобразований, при которых коэффициенты удовлетворяют как условиям (4.2.19), так и (4.3.2). Такие преобразования составляют *унимодулярную унитарную (3-параметрическую) группу $SU(2)$* .

Выделяя из третьего из соотношений (4.2.19) коэффициент $C_2^2 = - C_1^* C_1^2 / C_2^* C_1^1$ и подставляя его в (4.3.2), приходим с учетом первого соотношения из (4.2.19) к условиям на коэффициенты:

$$C_2^1 = - C_1^* C_2^2; \quad C_1^1 = C_2^* C_2^1. \quad (4.3.4)$$

Представим C_2^1 и C_1^1 через вещественные параметры a_0, a_1, a_2, a_3 так, что

$$C_2^1 = a_2 + ia_1; \quad C_1^1 = a_0 + ia_3,$$

тогда матрица унимодулярных унитарных преобразований приводится к виду

$$\begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 \\ C_1^2 & C_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 \\ - C_2^* C_1^2 & C_1^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 + ia_3 & a_2 + ia_1 \\ -a_2 + ia_1 & a_0 - ia_3 \end{pmatrix}, \quad (4.3.5)$$

где, вследствие (4.3.2), вещественные параметры удовлетворяют соотношению

$$C_1^1 C_2^2 - C_2^1 C_1^2 = a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1, \quad (4.3.6)$$

т. е. независимыми остаются только три из них.

Очевидно, что преобразования из группы $SU(2)$ не выводят за пределы одной и той же БСКО ранга (3,3).

4. Матрицу коэффициентов $\{C_s^r\}$ произвольного $SL(2, C)$ -преобразования можно представить в виде произведения положительно определенной эрмитовой матрицы¹⁾ на унитарную:

$$\begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 \\ C_1^2 & C_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0 + b_3 & b_1 - ib_2 \\ b_1 + ib_2 & b_0 - b_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_0 + ia_3 & a_2 + ia_1 \\ -a_2 + ia_1 & a_0 - ia_3 \end{pmatrix}. \quad (4.3.7)$$

Данное утверждение можно обосновать, опираясь на соответствующие теоремы из теории матриц, а можно доказать и непосредственно²⁾. Следовательно, можно утверждать, что *преобразования, дополняющие 3-параметрическую группу $SU(2)$ до полной 6-параметрической группы $SL(2, C)$, характеризуются эрмитовыми матрицами вида*

$$\begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 \\ C_1^2 & C_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0 + b_3 & b_1 - ib_2 \\ b_1 + ib_2 & b_0 - b_3 \end{pmatrix}, \quad (4.3.8)$$

где b_0, b_1, b_2, b_3 — четыре вещественных параметра, удовлетворяющих условию

$$C_1^1 C_2^2 - C_2^1 C_1^2 = b_0^2 - b_1^2 - b_2^2 - b_3^2 = 1, \quad (4.3.9)$$

т. е. независимыми являются только три. Такие преобразования не образуют подгруппу. В литературе они часто называются *бустами*.

5. При этих преобразованиях парные отношения $u_{i\alpha}$ не являются инвариантами. Они изменяются. Однако после таких преобразований измененные $u'_{i\alpha}$ образуют новую БСКО ранга (3,3), в которой фундаментальные 2×2 -отношения точно такие же, что и в исходной БСКО ранга (3,3). Можно показать, что для любой четверки из двух пар сопряженных элементов с парными отношениями вида (4.2.2) имеется такой

¹⁾Напомним, что *эрмитовыми* называются матрицы B , удовлетворяющие условию

$$B = B^\dagger,$$

где B^\dagger — матрица, получающаяся из B процедурами комплексного сопряжения и транспонирования.

²⁾Для этого матрицу $\{C_s^r\}$ следует представить в виде

$$\begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 \\ C_1^2 & C_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 + ic_2 & c_3 + ic_4 \\ c_5 + ic_6 & c_7 + ic_8 \end{pmatrix},$$

где, вследствие (4.3.2), вещественные параметры c_l ($l = 1, 2, \dots, 8$) удовлетворяют условиям:

$$c_1 c_7 - c_2 c_8 - c_3 c_5 + c_4 c_6 = 1; \quad c_2 c_7 + c_1 c_8 - c_3 c_6 - c_4 c_5 = 0.$$

Из (4.3.7) можно получить 8 вещественных уравнений на 8 неизвестных коэффициентов: b_0, b_1, b_2, b_3 и a_0, a_1, a_2, a_3 . Легко показать, что в случае

$$2 + \sum_{l=1}^8 c_l^2 \neq 0$$

семь неизвестных b_1, b_2, b_3 и a_0, a_1, a_2, a_3 выражаются через $b_0 \neq 0$ и параметры c_l .

набор коэффициентов C_r^s преобразований буста, что полученная новая БСКО ранга (3,3) для них будет *собственной системой отношений*.

4.3.2. Алгебра 2-компонентных спиноров

1. В связи с важностью для всего дальнейшего кратко напомним основные положения теории 2-компонентных спиноров [78]. Спиноры можно обозначать как в векторном (\vec{i}, \vec{k}) , так и в тензорном виде. В предыдущих разделах этой главы фактически уже использовались тензорные обозначения (i^s, k^s) . Еще раз запишем скалярное произведение (антисимметричную метрику) для двух векторов (спиноров) в разных обозначениях:

$$(\vec{i}\vec{k}) = g_{sr}i^s k^r = b_{(ik)}, \tag{4.3.10}$$

где s и r принимают значения 1 и 2; g_{sr} является *антисимметричным 2-мерным метрическим тензором*

$$g_{sr} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.3.11}$$

Метрический тензор совпадает с 2-мерным символом Леви—Чивиты

$$g_{sr} = \varepsilon_{sr} = \begin{cases} 0, & \text{если } s = r; \\ +1, & \text{если } sr = 12; \\ -1, & \text{если } sr = 21 \end{cases}. \tag{4.3.12}$$

2. Величины с верхними индексами называются *контравариантными*, а с нижними — *ковариантными*. Напомним, что по одинаковым индексам, встречающимся сверху и снизу, подразумевается суммирование (в данном случае от 1 до 2). Метрический тензор в формулах (4.3.10)–(4.3.12) является ковариантным. Ему можно соотнести контравариантный метрический тензор g^{sr} по обычным тензорным правилам

$$g^{sr} = \frac{\text{Алгебр. дополн. } g_{sr}}{|g_{sr}|} \rightarrow g^{sr} = \begin{pmatrix} g^{11} & g^{12} \\ g^{21} & g^{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.3.13}$$

Имеют место соотношения:

$$g_{sr}g^{sr} = 2; \quad g_{sr}g^{rl} = \delta_s^l, \tag{4.3.14}$$

где

$$\delta_s^l = \begin{cases} 1, & \text{если } s = l; \\ 0, & \text{если } s \neq l \end{cases}$$

— символ Кронекера. С помощью компонент метрического тензора можно ввести ковариантные компоненты спиноров (ковариантные параметры элементов):

$$i_s = g_{sr}i^r. \tag{4.3.15}$$

Особо следует подчеркнуть, что «немой» индекс у g_{sr} , по которому производится суммирование, — второй. Можно записать и обратное соотношение

$$i^s = g^{rs} i_r. \quad (4.3.16)$$

При поднятии индексов «немой» индекс у g^{rs} должен быть первым. Из формулы (4.3.15) следует

$$i_1 = g_{12} i^2 = i^2; \quad i_2 = g_{21} i^1 = -i^1. \quad (4.3.17)$$

Совершенно аналогично вводится метрический тензор во втором множестве (пространстве) \mathcal{N} . Всякий раз, когда будет необходимо подчеркнуть принадлежность компонент пространствам \mathcal{M} или \mathcal{N} , будем для пространства \mathcal{N} индексы писать с точками сверху, тогда как для пространства \mathcal{M} — без точек. Компоненты $g_{s\dot{r}}$ и $g^{\dot{s}r}$ имеют в точности те же значения, что g_{sr} и g^{sr} , так что имеют место аналогичные соотношения между ковариантными и контравариантными компонентами спиноров во втором пространстве.

3. Поскольку в теории спиноров исходными являются метрика и группа преобразований, то ключевую роль в такой теории играют объекты, преобразующиеся по различным представлениям группы. Таковыми являются всевозможные *смешанные спинтензоры* — величины, преобразующиеся как произведения произвольного числа спиноров из двух пространств. Так, спинтензор ранга $m+n$ преобразуется по закону

$$B^{sr\dots i\dot{p}\dots} \sim i^s k^r \dots \beta^i \gamma^{\dot{p}} \dots, \quad (4.3.18)$$

т. е.

$$B^{sr\dots i\dot{p}\dots} = C_a^s C_b^r \dots C_c^i C_{\dot{d}}^{\dot{p}} \dots B^{ab\dots c\dot{d}\dots}. \quad (4.3.19)$$

Очевидно, что можно писать смешанные спинтензоры и с ковариантными индексами, например

$$B_{s\dot{r}} = B^{l\dot{p}} g_{sl} g_{\dot{r}\dot{p}}. \quad (4.3.20)$$

При преобразованиях из группы $SL(2, C)$ остаются инвариантными комбинации типа

$$B_{s\dot{r}} B^{s\dot{r}}, \quad B_{s\dot{r}\dot{p}} B^{s\dot{r}\dot{p}}, \dots$$

4.4. Конформные преобразования и БСКО ранга (2,2)

1. Закон БСКО ранга (3,3) в (4.2.1) позволяет перейти от одного набора параметров элементов к другому согласно соотношениям:

$$\begin{aligned} i^s &\rightarrow \tilde{i}^s = C_i i^s; & k^s &\rightarrow \tilde{k}^s = C_k k^s; & j^s &\rightarrow \tilde{j}^s = C_j j^s; \\ \alpha^s &\rightarrow \tilde{\alpha}^s = C_\alpha \alpha^s; & \beta^s &\rightarrow \tilde{\beta}^s = C_\beta \beta^s; & \gamma^s &\rightarrow \tilde{\gamma}^s = C_\gamma \gamma^s, \end{aligned} \quad (4.4.1)$$

так что, например,

$$\tilde{u}_{i\alpha} = \tilde{i}^1 \tilde{\alpha}^1 + \tilde{i}^2 \tilde{\alpha}^2 = C_i C_\alpha u_{i\alpha}, \quad (4.4.2)$$

где C_i, \dots, C_γ — произвольные комплексные числа, сопоставляемые соответствующим элементам. Действительно, для новых параметров закон БСКО ранга (3,3) можно переписать в виде

$$\Phi = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{i\alpha} & \tilde{u}_{i\beta} & \tilde{u}_{i\gamma} \\ \tilde{u}_{k\alpha} & \tilde{u}_{k\beta} & \tilde{u}_{k\gamma} \\ \tilde{u}_{j\alpha} & \tilde{u}_{j\beta} & \tilde{u}_{j\gamma} \end{vmatrix} = C_i C_k C_j C_\alpha C_\beta C_\gamma \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} \end{vmatrix} = 0. \quad (4.4.3)$$

Закон выполняется, если он имеет место для прежних параметров.

2. Легко убедиться, что из комплексных коэффициентов конформного преобразования типа C_i и C_α можно образовать новые (комплексные) парные отношения между элементами вида

$$\hat{u}_{i\alpha} = C_i C_\alpha \equiv \hat{i}^1 \hat{\alpha}^1, \quad (4.4.4)$$

для которых, очевидно, будет выполняться самостоятельный закон

$$\Phi_{(2,2)} = \begin{vmatrix} \hat{u}_{i\alpha} & \hat{u}_{i\beta} \\ \hat{u}_{k\alpha} & \hat{u}_{k\beta} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.4.5)$$

аналогичный закону (4.2.1), но еще меньшего ранга (2,2). Таким образом, мировой закон БСКО ранга (3,3), названного ранее по некоторым признакам минимальным (как закон первого невырожденного ранга), допускает существование еще одного закона — самого малого ранга (2,2). БСКО ранга (2,2) можно рассматривать как подсистему БСКО ранга (3,3) аналогично тому, как в теории групп имеются подгруппы более общих групп.

3. БСКО ранга (2,2), в отличие от БСКО ранга (3,3) и более высоких рангов, является **вырожденной** в том смысле, что представляется в двух эквивалентных видах. Чтобы это показать, перепишем закон (4.4.5) в форме

$$\hat{u}_{i\alpha} \hat{u}_{k\beta} = \hat{u}_{k\alpha} \hat{u}_{i\beta}$$

и прологарифмируем его. В итоге будем иметь

$$\ln \hat{u}_{i\alpha} + \ln \hat{u}_{k\beta} - \ln \hat{u}_{k\alpha} - \ln \hat{u}_{i\beta} = 0 \rightarrow a_{i\alpha} + a_{k\beta} - a_{k\alpha} - a_{i\beta} = 0, \quad (4.4.6)$$

где введены обозначения:

$$C a_{i\alpha} = \ln \hat{u}_{i\alpha}; \quad C a_{k\beta} = \ln \hat{u}_{k\beta}; \dots \quad (4.4.7)$$

Здесь C — произвольная универсальная константа. Вспоминая вид $\hat{u}_{i\alpha}$, т. е. (4.4.4), приходим к представлению $a_{i\alpha}$ через новые параметры:

$$a_{i\alpha} = \frac{1}{C} (\ln \hat{i}^1 + \ln \hat{\alpha}^1) \equiv i_0 + \alpha_0, \quad (4.4.8)$$

где

$$i_0 = \frac{1}{C} \ln \hat{i}^1; \quad \alpha_0 = \frac{1}{C} \ln \hat{\alpha}^1.$$

Очевидно, соотношение (4.4.6) для новых параметров можно переписать в форме

$$\tilde{\Phi}_{(2,2;a)} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & a_{i\alpha} & a_{i\beta} \\ 1 & a_{k\alpha} & a_{k\beta} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.4.9)$$

похожей на запись законов унарных систем вещественных отношений вида (2.6.1), записываемых через окаймленные определители. БСКО с законом (4.4.9) будем обозначать, аналогично случаю унарных систем, введением в ранг буквы a , т. е. это будет БСКО ранга (2,2; a).

Таким образом, две формы БСКО минимального ранга (2,2), являющиеся эквивалентными, можно расценивать как две стороны одной медали, которые, как будет показано ниже, описывают разные аспекты физической реальности.

4. В связи с тем что парные отношения комплексные, напомним определение натурального логарифма от комплексного числа $z = \rho e^{i\varphi}$:

$$\ln z = \ln \rho + i(\varphi + 2n\pi), \quad (4.4.10)$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Эта функция многозначная, поэтому часто ограничиваются главным значением φ , когда $0 < \varphi \leq 2\pi$.

Исходя из этого можно утверждать, что закон (4.4.9) БСКО ранга (2,2; a) распадается на два закона БСКО рангов (2,2; a)

$$\tilde{\Phi} = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Re \tilde{\Phi} = a_{i\alpha}^{(1)} + a_{k\beta}^{(1)} - a_{k\alpha}^{(1)} - a_{i\beta}^{(1)} = 0; \\ Im \tilde{\Phi} = a_{i\alpha}^{(2)} + a_{k\beta}^{(2)} - a_{k\alpha}^{(2)} - a_{i\beta}^{(2)} = 0 \end{array} \right\}, \quad (4.4.11)$$

где для первой БСКО имеем

$$\begin{aligned} a_{i\alpha}^{(1)} &= Re \left(\frac{\ln u_{i\alpha}}{C} \right) = Re \left(\frac{\ln i^1}{C} \right) + Re \left(\frac{\ln \alpha^1}{C} \right) = \\ &= \frac{1}{C} (\ln \rho_i + \ln \rho_\alpha) \equiv i_0^{(1)} + \alpha_0^{(1)}. \end{aligned} \quad (4.4.12)$$

Здесь положено, что константа C вещественная.

Для второй БСКО имеем аналогично

$$\begin{aligned} a_{i\alpha}^{(2)} &= Im \left(\frac{\ln u_{i\alpha}}{C} \right) = Im \left(\frac{\ln i^1}{C} \right) + Im \left(\frac{\ln \alpha^1}{C} \right) = \\ &= \frac{1}{C} (\varphi_i + \varphi_\alpha) \equiv i_0^{(2)} + \alpha_0^{(2)}, \end{aligned} \quad (4.4.13)$$

где фазы понимаются в своих главных значениях.

5. В теории БСКО ранга (2,2) отсутствуют фундаментальные 2×2 -отношения, поскольку их формальное определение совпадает с видом закона этого ранга. Вместо них следует рассматривать базовые 2×2 -отношения. Для невырожденной БСКО ранга (2,2) базовое 2×2 -отношение имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & u_{i\alpha} & u_{i\beta} \\ 1 & u_{k\alpha} & u_{k\beta} \end{vmatrix} = (i^1 - k^1)(\beta^1 - \alpha^1) \equiv \begin{pmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{pmatrix}. \quad (4.4.14)$$

Для случая ранга (2,2;a) базовое 2×2 -отношение следует определить в виде:

$$\begin{vmatrix} a_{i\alpha} & a_{i\beta} \\ a_{k\alpha} & a_{k\beta} \end{vmatrix} = (i_0 - k_0)(\beta_0 - \alpha_0) \equiv \begin{pmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{pmatrix}_0, \quad (4.4.15)$$

которое опять распадается на произведение однородных комбинаций из параметров элементов одного сорта.

6. Поскольку 2×2 -отношения (4.4.14) и (4.4.15) расщепляются на произведения комбинаций параметров из разных множеств, то можно говорить о преобразованиях параметров в каждом множестве в отдельности, сохраняющих 2×2 -отношения. Легко видеть, (4.4.14) и (4.4.15) остаются инвариантными соответственно при преобразованиях:

$$i'^1 = i^1 + a^1; \quad \alpha'^1 = \alpha^1 + \tilde{a}^1; \quad (4.4.16)$$

$$i'_0 = i_0 + a_0; \quad \alpha'_0 = \alpha_0 + \tilde{a}_0, \quad (4.4.17)$$

где $a_0, \tilde{a}_0, a^1, \tilde{a}^1$ — произвольные комплексные параметры, одинаковые для преобразований всех элементов соответствующих множеств. Такие преобразования естественно назвать *глобальными трансляциями*.

4.5. Бинарные структуры (бинарные системы вещественных отношений)

Исходя из принципиально иных взглядов и соображений, в работах Ю. И. Кулакова и его учеников [46, 53, 61] под названием *физические структуры на двух множествах элементов* были введены и изучались бинарные системы вещественных отношений (БСВО). Задача ставилась таким же образом, как и в случае УСВО (см. разд. 2.6), только теперь на двух непрерывных множествах элементов \mathcal{M} и \mathcal{N} . Между элементами противоположных множеств вводились *вещественные* парные отношения $u_{i\alpha}$ и постулировалось существование закона в виде равенства нулю некой функции $\Phi_{(r,s)} = 0$ от всех возможных парных отношений между r элементами множества \mathcal{M} и s элементами множества \mathcal{N} . Кроме того,

постулировалось наличие феноменологической (фундаментальной) симметрии между элементами, что вместе с предположением о непрерывности позволяло записать систему функционально-дифференциальных уравнений. Из них находились возможные виды как самой функции $\Phi_{(r,s)}$, так и парных отношений $u_{i\alpha}$.

4.5.1. Виды бинарных структур

Отсылая за подробной информацией к оригинальным работам [49, 61–63], отметим лишь тот примечательный факт, что, вопреки ожиданиям, решение данной задачи на двух множествах элементов оказалось значительно проще, нежели на одном множестве элементов. Было показано, что для случая вещественных парных отношений решения (БСВО) существуют далеко не для всех мыслимых рангов. Возможные БСВО рангов (s, r) изображены на рис. 4.4, где по вертикальной оси отложены значения s , а по горизонтальной оси r . Как видно из рисунка, существуют следующие БСВО:

- 1) на главной диагонали БСВО рангов (r, r) , где $r \geq 2$;
- 2) на двух побочных диагоналях БСВО рангов $(r \pm 1, r)$;
- 3) исключительная БСВО ранга $(4, 2)$ и эквивалентная ей БСВО ранга $(2, 4)$.

Другие БСВО отсутствуют.

Эта ситуация существенно отличается от случая УСВО, где решение искались последовательно для рангов $r = 3, 4, 5$ и где продвигаться не

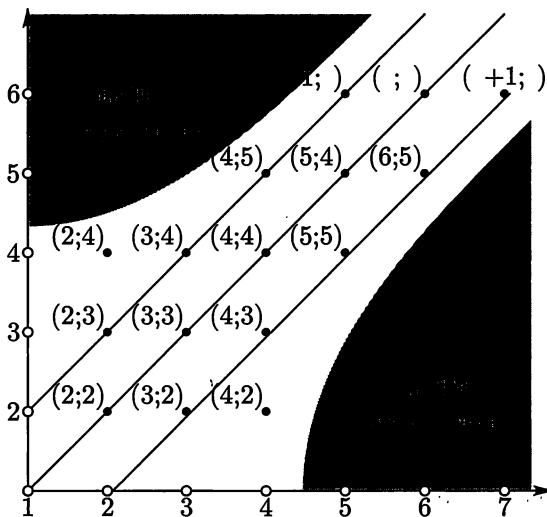


Рис. 4.4. Существующие бинарные системы вещественных отношений

удалось выше ранга (5) (в доказательстве отсутствия иных решений) из-за значительных технических сложностей.

Приведем законы и парные отношения для возможных БСВО.

1. Доказано, что все **диагональные БСВО** могут быть только двух типов. Их ранги будем обозначать посредством (r, r) и $(r, r; a)$.

1) Для диагональных *невыврожденных* БСВО рангов (r, r) закон записывается через неокаймленные определители:

$$\Phi_{(r,r)} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.5.1)$$

где парные отношения $u_{i\alpha}$ между элементами противоположных множеств \mathcal{M} и \mathcal{N} представляются в виде

$$u_{i\alpha} = \sum_{l=1}^{r-1} i^l \alpha^l. \quad (4.5.2)$$

Здесь i^l параметры, сопоставляемые произвольному элементу i множества \mathcal{M} , а α^l параметры, сопоставляемые элементу α из множества \mathcal{N} .

Рассмотренные в этой главе теории БСКО рангов (3,3) и (2,2) соответствуют именно таким диагональным БСВО. В следующих частях этой книги будут рассматриваться аналогичные бинарные системы, но комплексных отношений более высоких рангов (4,4) и (6,6). Именно они положены в основу бинарной геометрофизики.

2) Для диагональных *вырожденных* БСВО рангов $(r, r; a)$ закон записывается через окаймленные определители:

$$\Phi_{(r,r;a)} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a_{i\alpha} & a_{i\beta} & a_{i\gamma} \\ 1 & a_{k\alpha} & a_{k\beta} & a_{k\gamma} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a_{j\alpha} & a_{j\beta} & a_{j\gamma} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.5.3)$$

где парные отношения $a_{i\alpha}$ представляются в виде

$$a_{i\alpha} = \sum_{l=1}^{r-2} i^l \alpha^l + i_0 + \alpha_0. \quad (4.5.4)$$

Здесь i^l , i_0 также $r - 1$ параметров, сопоставляемых элементу i , а α^l , α_0 — параметры, характеризующие элемент α .

К данному виду вырожденных бинарных систем отношений принадлежит рассмотренная выше вторая форма БСКО ранга $(2,2;a)$.

Недиагональные бинарные системы отношений в бинарной геометро-физике не используются, тем не менее приведем законы и вид парных отношений и для этих структур.

2. БСВО, изображенные на **побочных диагоналях** рис. 4.4, образуют два зеркально сопряженных вида.

1) Для БСВО ранга $(r+1, r)$ закон записывается в виде

$$\Phi_{(r+1,r)} = \begin{vmatrix} 1 & a_{i\alpha} & a_{i\beta} & a_{i\gamma} \\ 1 & a_{k\alpha} & a_{k\beta} & a_{k\gamma} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a_{j\alpha} & a_{j\beta} & a_{j\gamma} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.5.5)$$

где парное отношение представляется в форме

$$a_{i\alpha} = \sum_{l=1}^{r-1} i^l \alpha^l + \alpha_0. \quad (4.5.6)$$

2) Для БСВО ранга $(r-1, r)$ закон записывается в зеркально сопряженной форме

$$\Phi_{(r-1,r)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a_{i\alpha} & a_{i\beta} & a_{i\gamma} \\ a_{k\alpha} & a_{k\beta} & a_{k\gamma} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{j\alpha} & a_{j\beta} & a_{j\gamma} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.5.7)$$

где парное отношение имеет вид

$$a_{i\alpha} = \sum_{l=1}^{r-2} i^l \alpha^l + i_0. \quad (4.5.8)$$

Для того типа элементов, которых в законе меньше, число параметров оказывается на единицу больше, причем дополнительный параметр входит в парное отношение аддитивным образом.

3. Особый вид — **исключительных БСВО** представлен двумя зеркально сопряженными решениями.

1) Для исключительной БСВО ранга $(4,2)$ закон

$$\Phi_{(4,2)} = \begin{vmatrix} 1 & a_{i\alpha} & a_{i\beta} & (a_{i\alpha}a_{i\beta}) \\ 1 & a_{k\alpha} & a_{k\beta} & (a_{k\alpha}a_{k\beta}) \\ 1 & a_{j\alpha} & a_{j\beta} & (a_{j\alpha}a_{j\beta}) \\ 1 & a_{s\alpha} & a_{s\beta} & (a_{s\alpha}a_{s\beta}) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.5.9)$$

тождественно удовлетворяется парным отношением вида

$$a_{i\alpha} = \frac{i\alpha^1 + \alpha^2}{i + \alpha^3}. \quad (4.5.10)$$

2) Для исключительной БСВО ранга (2,4) закону

$$\Phi_{(2,4)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_{i\alpha} & a_{i\beta} & a_{i\gamma} & a_{i\delta} \\ a_{k\alpha} & a_{k\beta} & a_{k\gamma} & a_{k\delta} \\ (a_{i\alpha}a_{k\alpha}) & (a_{i\beta}a_{k\beta}) & (a_{i\gamma}a_{k\gamma}) & (a_{i\delta}a_{k\delta}) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.5.11)$$

соответствует парное отношение

$$a_{i\alpha} = \frac{\alpha i^1 + i^2}{\alpha + i^3}. \quad (4.5.12)$$

В исключительных структурах те элементы, которых в законе меньше, характеризуются тремя параметрами, а те, которых больше, — только одним параметром. БСВО этого ранга, оказывается, соответствуют проективной геометрии.

Легко показать, что данные законы и парные отношения могут быть распространены и на случай комплексных парных отношений, а также на случай дискретных множеств элементов.

4.5.2. Уравнения движения в терминах БСВО

1. Следует отметить, что уже в классической физике можно усмотреть проявления бинарных систем вещественных отношений (БСВО), главным образом это относится к многочисленным проявлениям БСВО ранга (2,2). В частности, оказывается [49], второй закон Ньютона можно представить в виде закона БСВО ранга (2,2), если в качестве одного множества элементов рассматривать ускоряемые тела (будем их обозначать латинскими буквами), в качестве второго множества элементов — ускорители (пружинки или иные источники ускорения, которые будем обозначать греческими буквами), а в качестве парных отношений — ускорение $a_{i\beta}$, которые приобретают ускоряемые тела (i) под действием ускорителя (β). Остается только проинтерпретировать единственные параметры элементов двух множеств в парном отношении вида (4.5.2) через обратную массу для элементов первого множества и силу — для другого множества:

$$i \equiv \frac{1}{m_i}; \quad \beta \equiv F_\beta \rightarrow a_{i\beta} = \frac{F_\beta}{m_i} \rightarrow m_i a_{i\beta} = F_\beta \rightarrow ma = F. \quad (4.5.13)$$

2. Можно сделать обратный ход — непосредственно перейти от стандартной записи второго закона Ньютона к его реляционной форме, содержащей лишь отношения (ускорения) между телами и ускорителями. Чтобы это сделать, возьмем две произвольные массы m_i и m_k и две произвольные силы F_α и F_β и запишем 4 уравнения Ньютона для всех

комбинаций из этих двух масс и сил:

$$\begin{aligned} m_i a_{i\alpha} &= F_\alpha; & m_k a_{k\alpha} &= F_\alpha; \\ m_i a_{i\beta} &= F_\beta; & m_k a_{k\beta} &= F_\beta. \end{aligned} \quad (4.5.14)$$

Вычитая в каждой строке одно уравнение из другого и затем исключая массы из оставшихся двух выражений, приходим к искомому выражению:

$$a_{i\alpha} a_{k\beta} - a_{i\beta} a_{k\alpha} = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} a_{i\alpha} & a_{i\beta} \\ a_{k\alpha} & a_{k\beta} \end{vmatrix} = 0. \quad (4.5.15)$$

Очевидно, что полученное соотношение обладает фундаментальной симметрией, т. е. оно справедливо для любого набора из двух масс m_i и m_k и любого набора из двух ускорителей (сил) F_α и F_β .

3. В связи с этим следует напомнить, что еще Эрнст Мах в своих работах неоднократно подчеркивал, что в механике определяющую роль играют не массы и силы, а ускорения тел: «Мы видим, что как те массы, которые, согласно обычному выражению, действуют друг на друга, так и те, которые друг на друга не действуют, находятся в совершенно однородных друг к другу отношениях ускорения, и именно можно считать, что все массы находятся в связи друг с другом. То, что в отношениях масс ускорения их играют выдающуюся роль, мы должны принять как факт опыта» [58, с. 200].

4. Бинарную реляционную форму 2-го закона Ньютона можно обобщить на случай релятивистски инвариантного уравнения движения электрически заряженной частицы. Для этого нужно взглянуть на вид уравнения движения частицы (3.1.20) как на парное отношение БСВО ранга (5,5), т. е. как на скалярное произведение 4-мерных величин. В этом случае параметры ускоряемой частицы первого множества должны представляться в виде произведения отношения заряда к массе частицы на компоненты ее 4-скорости, а параметры ускорителя — через компоненты тензора электромагнитной напряженности:

$$i^s \rightarrow \frac{q_i}{m_i} u_{(i)}^\mu; \quad \beta^s \rightarrow F_{\mu(\beta)}^\nu. \quad (4.5.16)$$

Очевидно, что в этом случае парное отношение (4.5.2), т. е. 4-мерное ускорение $a_{(i\beta)}^\nu$, принимает вид:

$$a_{(i\beta)} = i^s \beta^s \rightarrow a_{(i\beta)}^\nu = \frac{q_i}{m_i} u_{(i)}^\mu F_{\mu(\beta)}^\nu. \quad (4.5.17)$$

Легко видеть, что в этом случае закон БСВО ранга (5,5) записывается в виде:

$$\Phi_{(5,5)}^\nu = \begin{vmatrix} a_{(i\alpha)}^\nu & a_{(i\beta)}^\nu & a_{(i\gamma)}^\nu & a_{(i\lambda)}^\nu & a_{(i\delta)}^\nu \\ a_{(k\alpha)}^\nu & a_{(k\beta)}^\nu & a_{(k\gamma)}^\nu & a_{(k\lambda)}^\nu & a_{(k\delta)}^\nu \\ a_{(j\alpha)}^\nu & a_{(j\beta)}^\nu & a_{(j\gamma)}^\nu & a_{(j\lambda)}^\nu & a_{(j\delta)}^\nu \\ a_{(l\alpha)}^\nu & a_{(l\beta)}^\nu & a_{(l\gamma)}^\nu & a_{(l\lambda)}^\nu & a_{(l\delta)}^\nu \\ a_{(n\alpha)}^\nu & a_{(n\beta)}^\nu & a_{(n\gamma)}^\nu & a_{(n\lambda)}^\nu & a_{(n\delta)}^\nu \end{vmatrix} = 0. \quad (4.5.18)$$

Отличие от (4.5.15) состоит в том, что, кроме увеличения ранга, вместо одного закона записываются 4 закона — по числу компонент ускорения.

Запись уравнений движения в форме бинарных законов представляет собой не только перепись, а фактически также замену вариационного принципа, который в унарном подходе добавлялся к реляционной записи действия взаимодействия двух частиц.

4.6. От бинарной геометрии к бинарной геометрофизике

Из изложенного в данной главе материала можно сделать следующие выводы.

1. *К бинарным системам отношений можно подойти с двух сторон: сверху и снизу.* В бинарной геометрофизике используется путь сверху, — исходной является мировая матрица отношений между состояниями мировой системы в прошлом и будущем, из которой выделяются миноры, определяющие бинарный мировой закон, обладающий свойством фундаментальной симметрии. В теории физических структур развивается путь снизу, — ставится задача нахождения возможных законов отношений между парами элементов двух непрерывных множеств элементов, удовлетворяющих фундаментальной (феноменологической) симметрии.

Второй путь подкрепляет первый в математическом плане, однако эти два пути исследований нацелены на решения принципиально различных задач. Если первый путь (сверху) сразу же предопределяет замену унарной статики (предопределенности) классических отношений на эволюцию, развитие мировой системы, то второй путь нацелен (в работах ее авторов) на описание абстрактных бинарных оппозиций в природе, таких как женское и мужское начала, Инь и Ян в восточной философии и т. д. Во всяком случае, второй путь не связывался с идеей развития.

2. Независимо от использования того или иного пути исследований из изложенного следует, что наряду с унарными системами отношений имеется содержательная теория бинарных систем отношений, в значительной степени строящаяся по образу и подобию теории унарных

систем отношений. Поскольку, как было показано в предшествующей части, унарные системы отношений соответствуют общепринятым геометриям с симметриями, то имеется достаточно оснований трактовать бинарные системы отношений как *новый класс геометрий — бинарных*.

3. В теории физических структур (в рамках систем вещественных отношений) было доказано, что *отсутствуют нетривиальные, т. е. содержательные теории тернарных, тетрадных и т. д. систем отношений*. Следовательно, природа ограничилась случаями бинарных и унарных систем отношений (геометрий). Этот факт имеет чрезвычайно важный, можно сказать, метафизический характер.

4. Теория бинарных структур (бинарных систем вещественных отношений) оказалась значительно проще теории унарных систем отношений. Если в теории унарных структур сложность решения функционально-дифференциальных уравнений быстро возрастает при увеличении ранга и удалось их решить в общем виде лишь для ранга (5), то для бинарных структур (бинарных систем вещественных отношений) задача нахождения всех законов сразу же решается для произвольных рангов (r, s) . Более того, как будет показано в следующей главе, унарные системы отношений можно получить из бинарных систем отношений специальной «склеивкой» элементов из двух множеств в новые элементы уже одного нового множества.

Все это дает достаточные основания полагать, что *бинарные системы отношений описывают более глубокие основы мироздания, нежели общепринятые (унарные) геометрии*.

5. В XX веке значительное внимание уделялось развитию геометрического миропонимания (геометрической парадигмы), т. е. попыткам геометризации ключевых понятий и соотношений физики. Среди теорий такого рода важное место занимают многомерные геометрические модели физических взаимодействий типа теорий Калуцы и Клейна. Подчеркнем, что эти модели строились на основе классических, т. е. унарных геометрий. Однако поскольку открыты более элементарные бинарные геометрии, то естественно возникает мысль — *положить в основу программы геометризации физики именно бинарные системы отношений*. Так это и делается в бинарной геометрофизике, развиваемой в этой книге.

6. В этой главе сделан существенный шаг в этом направлении: показано, что *2-компонентные спиноры, которыми описываются элементарные частицы, можно трактовать как проявления бинарной геометрии (БСКО ранга (3,3))*. Это обстоятельство упрощает восприятие спиноров как математической основы для описания физики микромира. Более того, этот результат открывает новый канал обобщения теории 2-компонентных спиноров, который будет использован в следующих частях книги при рассмотрении БСКО более высоких рангов.

7. Примечательно, что 2-компонентные спиноры возникли при рассмотрении БСКО минимального невырожденного ранга $(3,3)$, что свидетельствует о наличии своеобразного *принципа минимальности ранга мирового бинарного закона*. В рамках теории БСКО ранга $(3,3)$ естественным образом возникает 6-параметрическая группа $SL(2, C)$, характерная для 4-мерных пространственно-временных отношений. Это и ряд других обстоятельств позволяют сделать вывод, что *4-мерность и сигнатура классических пространственно-временных отношений в конечном счете обусловлены именно принципом минимальности невырожденного ранга $(3,3)$ бинарного мирового закона*.

8. Наличие бинарного мирового закона ранга $(3,3)$ предопределяет существование еще одного мирового закона — ранга $(2,2)$, следующего из возможности конформных преобразований параметров элементов в законе БСКО ранга $(3,3)$. Этот факт играет чрезвычайно важную роль в бинарной геометрофизике. Как будет показано ниже, параметры этой системы отношений описывают фазовые составляющие волновых функций и в конце концов ответственны за волновые свойства элементарных частиц.

Таким образом, имеется достаточно оснований утверждать, что переход от унарных систем вещественных отношений к бинарным системам комплексных отношений действительно отражает глубинные свойства физического мироздания.

Происхождение классических токовых и пространственно-временных отношений



В данной главе делается шаг на пути от понятий и закономерностей бинарной геометрии (БСКО) ранга (3,3) к классическим представлениям — вводятся **прообразы** классических пространственно-временных и токовых отношений. Особо подчеркнем термин «прообраз», поскольку, как уже отмечалось, понятия и закономерности БСКО ранга (3,3) имеют место в физике микромира, — ими описывается элементарное звено процесса перехода системы из одного состояния в другое. Нельзя также забывать, что элементы системы характеризуются параметрами, определяемыми относительно элементарных базисов, каковыми являются элементарные частицы (или простейшие образования из них). Классические же пространственно-временные отношения имеют место не «внутри» элементарных процессов, а при описании отношений между состоявшимися процессами, каждый из которых трактуется как классическое (точечное) событие. Более того, («внешние») отношения между событиями описываются не относительно элементарных базисов, а относительно гигантских ансамблей из них — макроприборов. В 5-й части будет показано, что формирование классических пространственно-временных отношений достигается наложением вкладов от большого количества БСКО ранга (3,3), соответствующих процессам в окружающем мире. Отмеченные факторы имеют принципиальное значение, так как без их учета построить классические пространственно-временные отношения невозможно.

Однако уже на самом элементарном уровне («внутри» звена процесса) можно определить прообраз классических пространственно-временных отношений, используя идеализированную связь начальных и конечных состояний через комплексное сопряжение, что соответствует эволюции «свободных», т. е. невзаимодействующих частиц.

Проблема перехода от некоторых более первичных понятий к классическим не нова. Близкие по смыслу задачи решаются как в общепринятой квантовой теории, так и в общей теории относительности.

В квантовой теории переход от комплексных волновых функций к классическим наблюдаемым величинам (импульсам, координатам и т. д.) осуществляется с помощью эрмитовых операторов, имеющих вещественные собственные значения. В общей теории относительности переход от тензорных величин, зависящих от произвола в выборе координатной системы, к наблюдаемым величинам производится посредством проектирования на направления используемых систем отсчета. (В ОТО истинно наблюдаемыми являются лишь скаляры.)

В бинарной геометрофизике задача перехода к прообразу пространственно-временных понятий осуществляется своеобразной «сшивкой» элементов из двух множеств бинарной геометрии в новые элементы унарной геометрии. Это соответствует вышесказанному о необходимости перехода от «внутренности» звена к классическому понятию события, которое является элементом новой, уже унарной системы отношений. При этом должны выполняться следующие условия:

- 1) отношения между новыми элементами унарного множества определяются из отношений между элементами двух множеств бинарной системы отношений;
- 2) получающиеся унарные отношения между парами элементов должны быть вещественными, как это имеет место в классических пространственно-временных и токовых отношениях.

Если классическая реляционная физика строится на двух унарных системах отношений, то бинарная геометрия (см. предыдущую главу) опирается на одну БСКО ранга (3,3). Таким образом, от одной и той же БСКО ранга (3,3) можно перейти к прообразам двух классических унарных систем вещественных отношений *двумя разными способами «сшивки» элементов.*

5.1. Четырехмерные векторы

Переход от спиноров к прообразам классических отношений фактически хорошо известен: он осуществляется построением вещественных векторов из комплексных компонент спиноров. Остановимся на основных положениях этого перехода, используя понятия БСКО. Наиболее часто векторы вводятся через смешанные спинтензоры второго ранга $B^{s\bar{r}}$ и спинтензорные инварианты $B_{s\bar{r}}B^{s\bar{r}}$.

5.1.1. Изотропные векторы

1. Введем спинтензор $B^{s\bar{r}}$, построенный по правилу (4.3.18) из двух сопряженных, согласно (4.2.14), элементов i и α . Комплексная сопряженность здесь соответствует специальному выбору «сшиваемых» эле-

ментов из двух множеств. Вследствие этих условий компоненты B^{11} и B^{22} вещественны, а B^{12} и B^{21} — комплексно сопряжены друг другу. Матрицу из компонент B^{sr} можно представить в виде

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} B^{11} & B^{12} \\ B^{21} & B^{22} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} i^1 \alpha^1 & i^1 \alpha^2 \\ i^2 \alpha^1 & i^2 \alpha^2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} k^0 + k^3 & k^1 - ik^2 \\ k^1 + ik^2 & k^0 - k^3 \end{pmatrix} = k^0 I_2 + \sum_{l=1}^3 k^l \sigma_l, \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

где k^0, k^1, k^2, k^3 — четверка вещественных чисел, I_2 — единичная 2×2 -матрица, σ_l — три 2×2 -матрицы Паули:

$$\begin{aligned} I_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \\ \sigma_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

удовлетворяющие известным соотношениям¹⁾:

$$S\rho\sigma_l = 0; \quad \sigma_i\sigma_l + \sigma_l\sigma_i = 2\delta_{il}I_2; \quad \sigma_i\sigma_l = i\varepsilon_{ilj}\sigma_j + \delta_{il}. \quad (5.1.3)$$

Здесь δ_{il} — символы Кронекера, ε_{ilj} — 3-мерный символ Леви—Чивиты.

2. Легко убедиться, что спинтензорный инвариант $B_{sr}B^{sr}$ из B^{sr} , образованных согласно (5.1.1), тождественно равен нулю:

$$\frac{1}{2}B_{sr}B^{sr} = \begin{vmatrix} k^0 + k^3 & k^1 - ik^2 \\ k^1 + ik^2 & k^0 - k^3 \end{vmatrix} = (k^0)^2 - (k^1)^2 - (k^2)^2 - (k^3)^2 = 0. \quad (5.1.4)$$

3. Из (5.1.1) можно выразить обратно k^μ через параметры сопряженных элементов:

$$\begin{aligned} k^0(i\alpha) &= \frac{1}{2}(B^{11} + B^{22}) = \frac{1}{2}(i^1\alpha^1 + i^2\alpha^2); \\ k^1(i\alpha) &= \frac{1}{2}(B^{12} + B^{21}) = \frac{1}{2}(i^1\alpha^2 + i^2\alpha^1); \\ k^2(i\alpha) &= \frac{i}{2}(B^{12} - B^{21}) = \frac{i}{2}(i^1\alpha^2 - i^2\alpha^1); \\ k^3(i\alpha) &= \frac{1}{2}(B^{11} - B^{22}) = \frac{1}{2}(i^1\alpha^1 - i^2\alpha^2). \end{aligned} \quad (5.1.5)$$

Очевидно, эти четыре компоненты $k^\mu(i\alpha)$ не являются независимыми. Они связаны условием (5.1.4), соответствующим свойствам изотропных векторов в 4-мерном пространстве Минковского. Таким образом, сопряженным парам элементов i, α можно поставить в соответствие

¹⁾Можно также сказать, что матрицы Паули являются образующими алгебры Клиффорда $C(3, 0)$.

изотропную величину с компонентами (5.1.5) в некотором 4-мерном многообразии с сигнатурой $(+ - - -)$. (Забегаая вперед, до обсуждения трансформационных свойств, будем называть такие величины векторами.)

5.1.2. Неизотропные 4-мерные векторы

Перейдем к случаю *двух сопряженных пар*. Очевидно, для каждой четверки разноименных элементов i, α, k, β также можно определить смешанный спинтензор второго ранга, причем это можно сделать несколькими способами. Выделим два из них, соответствующие симметричной и антисимметричной комбинациям из двух пар сопряженных элементов.

Симметричная комбинация означает, что спинтензор $B^{s\dot{r}}$ выбирается в виде

$$B_{(2)}^{s\dot{r}} = i^s \alpha^{\dot{r}} + k^s \beta^{\dot{r}}, \tag{5.1.6}$$

где индекс (2) здесь и далее означает определение величины для двух пар элементов. Тогда матрицу из компонент $B^{s\dot{r}}$ для *сопряженных элементов* можно представить в следующих видах:

$$\begin{pmatrix} B^{1\dot{1}} & B^{1\dot{2}} \\ B^{2\dot{2}} & B^{2\dot{1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{(2)}^0 + B_{(2)}^3 & B_{(2)}^1 - iB_{(2)}^2 \\ B_{(2)}^1 + iB_{(2)}^2 & B_{(2)}^0 - B_{(2)}^3 \end{pmatrix} = B_{(2)}^0 I_2 + \sum_{l=1}^3 B_{(2)}^l \sigma_l, \tag{5.1.7}$$

где $B_{(2)}^\mu$ — четыре вещественных числа, σ_l — матрицы Паули.

Построим спинтензорный инвариант

$$\frac{1}{2} B_{s\dot{r}} B^{s\dot{r}} = (B_{(2)}^0)^2 - (B_{(2)}^1)^2 - (B_{(2)}^2)^2 - (B_{(2)}^3)^2 = \eta_{\mu\nu} B_{(2)}^\mu B_{(2)}^\nu, \tag{5.1.8}$$

где $\eta_{\mu\nu}$ — компоненты метрического тензора в пространстве-времени Минковского. Легко показать, что этот инвариант в общем случае отличен от нуля и представляется в следующих видах:

$$\eta_{\mu\nu} B_{(2)}^\mu B_{(2)}^\nu = 2k_\mu (i\alpha) k^\mu (k\beta) = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} \equiv B_{(ik)}^2. \tag{5.1.9}$$

Эта формула лишней раз подчеркивает особую значимость в теории спиноров именно смешанных спинтензоров второго ранга: построенный из них инвариант совпадает с фундаментальным 2×2 -отношением в теории БСКО ранга (3,3).

Аналогично (5.1.5) выразим компоненты $B_{(2)}^\mu$ через параметры четырех элементов:

$$\begin{aligned} B_{(2)}^0(ik) &= \frac{1}{2} \left(i^1 \alpha^1 + i^2 \alpha^2 + k^1 \beta^1 + k^2 \beta^2 \right); \\ B_{(2)}^1(ik) &= \frac{1}{2} \left(i^1 \alpha^2 + i^2 \alpha^1 + k^1 \beta^2 + k^2 \beta^1 \right); \\ B_{(2)}^2(ik) &= \frac{i}{2} \left(i^1 \alpha^2 - i^2 \alpha^1 + k^1 \beta^2 - k^2 \beta^1 \right); \\ B_{(2)}^3(ik) &= \frac{1}{2} \left(i^1 \alpha^1 - i^2 \alpha^2 + k^1 \beta^1 - k^2 \beta^2 \right). \end{aligned} \quad (5.1.10)$$

Здесь в виде аргумента указаны для простоты лишь элементы одного множества \mathcal{M} .

Формула (5.1.10) позволяет сопоставлять двум парам сопряженных элементов i, α и k, β неизотропный вектор $B_{(2)}^\mu \equiv B^\mu(ik)$, являющийся геометрической суммой двух изотропных векторов в 4-мерном многообразии (см. рис. 5.1, а).

Отметим, что 4-мерные векторы можно определить также на трех¹⁾ (и более) парах сопряженных элементов:

$$\begin{aligned} B_{(3)}^0 &= \frac{1}{2} \left(i^1 \alpha^1 + i^2 \alpha^2 + k^1 \beta^1 + k^2 \beta^2 + j^1 \gamma^1 + j^2 \gamma^2 \right); \\ B_{(3)}^1 &= \frac{1}{2} \left(i^1 \alpha^2 + i^2 \alpha^1 + k^1 \beta^2 + k^2 \beta^1 + j^1 \gamma^2 + j^2 \gamma^1 \right); \\ B_{(3)}^2 &= \frac{i}{2} \left(i^1 \alpha^2 - i^2 \alpha^1 + k^1 \beta^2 - k^2 \beta^1 + j^1 \gamma^2 - j^2 \gamma^1 \right); \\ B_{(3)}^3 &= \frac{1}{2} \left(i^1 \alpha^1 - i^2 \alpha^2 + k^1 \beta^1 - k^2 \beta^2 + j^1 \gamma^1 - j^2 \gamma^2 \right). \end{aligned} \quad (5.1.11)$$

Антисимметричная комбинация означает, что спинтензор $\tilde{B}^{s\dot{r}}$ выбирается в виде

$$\tilde{B}^{s\dot{r}} = i^s \alpha^{\dot{r}} - k^s \beta^{\dot{r}}. \quad (5.1.12)$$

В этом случае матрицу $\tilde{B}^{s\dot{r}}$ для двух пар сопряженных элементов можно записать аналогично (5.1.7) через четыре вещественных числа $\tilde{B}_{(2)}^l$:

$$\begin{pmatrix} \tilde{B}^{1\dot{1}} & \tilde{B}^{1\dot{2}} \\ \tilde{B}^{2\dot{1}} & \tilde{B}^{2\dot{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{B}^0 + \tilde{B}^3 & \tilde{B}^1 - i\tilde{B}^2 \\ \tilde{B}^1 + i\tilde{B}^2 & \tilde{B}^0 - \tilde{B}^3 \end{pmatrix} = \tilde{B}_{(2)}^0 I_2 + \sum_{l=1}^3 \tilde{B}_{(2)}^l \sigma_l. \quad (5.1.13)$$

¹⁾ Это будет существенно при описании барионов на основе БСКО ранга (6,6) в четвертой части книги.

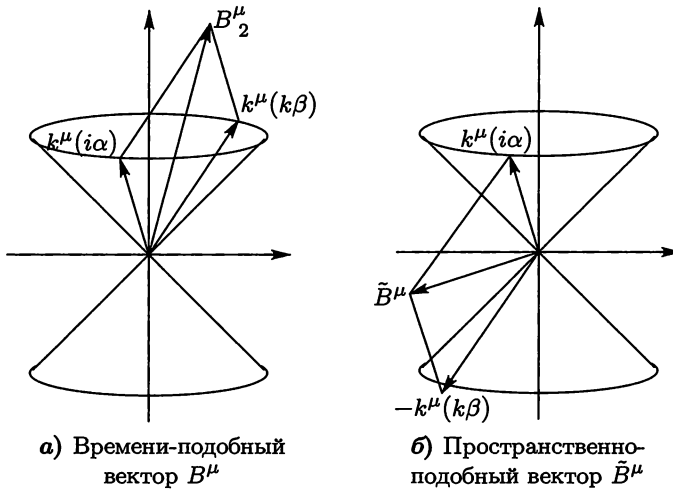


Рис. 5.1. Неизотропные векторы, образованные парой изотропных векторов $k^\mu(i\alpha)$ и $k^\mu(k\beta)$

Спинтензорный инвариант

$$\frac{1}{2} \tilde{B}_{s\dot{r}} \tilde{B}^{s\dot{r}} = \eta_{\mu\nu} \tilde{B}_{(2)}^\mu \tilde{B}_{(2)}^\nu \tag{5.1.14}$$

опять отличен от нуля и представляется через фундаментальное 2×2 -отношение, однако с обратным знаком:

$$\eta_{\mu\nu} \tilde{B}_{(2)}^\mu \tilde{B}_{(2)}^\nu = -2k_\mu(i\alpha)k^\mu(k\beta) = - \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} \equiv \tilde{B}_{(ik)}^2. \tag{5.1.15}$$

Компоненты $\tilde{B}_{(2)}^\mu$ (см. рис. 5.1, б) записываются через параметры четырех элементов следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{B}^0(ik) &= \frac{1}{2} (i^1\alpha^1 + i^2\alpha^2 - k^1\beta^1 - k^2\beta^2); \\ \tilde{B}^1(ik) &= \frac{1}{2} (i^1\alpha^2 + i^2\alpha^1 - k^1\beta^2 - k^2\beta^1); \\ \tilde{B}^2(ik) &= \frac{i}{2} (i^1\alpha^2 - i^2\alpha^1 - k^1\beta^2 + k^2\beta^1); \\ \tilde{B}^3(ik) &= \frac{1}{2} (i^1\alpha^1 - i^2\alpha^2 - k^1\beta^1 + k^2\beta^2). \end{aligned} \tag{5.1.16}$$

Таким образом, из комплексных компонент спиноров (параметров бинарной геометрии) построены некие 4-мерные величины, характеризующие элементы одного нового множества.

5.2. Преобразования Лоренца

1. Зная закон линейных преобразований параметров элементов (4.2.15), легко показать, что построенные из них квадратичные комбинации (5.1.5), (5.1.10) и (5.1.11) тоже будут преобразовываться линейным образом

$$B'^{\mu} = L^{\mu}_{\alpha} B^{\alpha}, \quad (5.2.1)$$

где B^{μ} является собирательным обозначением величин k^{μ} , B^{μ} и \tilde{B}^{μ} , а 16 коэффициентов L^{μ}_{α} являются вещественными, если коэффициенты C_r^s и \tilde{C}_r^s в (4.2.15) комплексно сопряжены.

2. Выпишем выражения для компонент L^{μ}_{α} :

$$\left. \begin{aligned} L^0_0 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_1^1 + C_2^1 \overset{*}{C}_2^1 + C_1^2 \overset{*}{C}_1^2 + C_2^2 \overset{*}{C}_2^2 \right); \\ L^0_1 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^1 + C_2^1 \overset{*}{C}_1^1 + C_1^2 \overset{*}{C}_2^2 + C_2^2 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^0_2 &= -\frac{i}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^1 - C_2^1 \overset{*}{C}_1^1 + C_1^2 \overset{*}{C}_2^2 - C_2^2 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^0_3 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_1^1 - C_2^1 \overset{*}{C}_2^1 + C_1^2 \overset{*}{C}_1^2 - C_2^2 \overset{*}{C}_2^2 \right); \\ L^1_0 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^2 + C_2^1 \overset{*}{C}_1^1 + C_1^2 \overset{*}{C}_2^1 + C_2^2 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^1_1 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^2 + C_2^1 \overset{*}{C}_2^2 + C_1^2 \overset{*}{C}_1^2 + C_2^2 \overset{*}{C}_1^1 \right); \\ L^1_2 &= \frac{i}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^2 + C_2^2 \overset{*}{C}_1^1 - C_1^2 \overset{*}{C}_2^1 - C_2^1 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^1_3 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^2 + C_2^1 \overset{*}{C}_1^1 - C_1^2 \overset{*}{C}_2^2 - C_2^2 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^2_0 &= \frac{i}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^1 - C_2^1 \overset{*}{C}_1^1 + C_1^2 \overset{*}{C}_2^2 - C_2^2 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^2_1 &= \frac{i}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^2 - C_2^1 \overset{*}{C}_2^1 + C_1^2 \overset{*}{C}_1^2 - C_2^2 \overset{*}{C}_1^1 \right); \\ L^2_2 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^2 + C_2^2 \overset{*}{C}_1^1 - C_1^2 \overset{*}{C}_2^1 - C_2^1 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^2_3 &= \frac{i}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^2 - C_2^1 \overset{*}{C}_1^1 - C_1^2 \overset{*}{C}_2^2 + C_2^2 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^3_0 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_1^1 + C_2^2 \overset{*}{C}_2^2 - C_1^2 \overset{*}{C}_1^2 - C_2^1 \overset{*}{C}_2^1 \right); \\ L^3_1 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_2^1 - C_2^1 \overset{*}{C}_2^2 + C_1^2 \overset{*}{C}_1^1 - C_2^2 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^3_2 &= \frac{i}{2} \left(C_2^2 \overset{*}{C}_2^2 + C_1^2 \overset{*}{C}_1^1 - C_1^1 \overset{*}{C}_2^1 - C_2^1 \overset{*}{C}_1^2 \right); \\ L^3_3 &= \frac{1}{2} \left(C_1^1 \overset{*}{C}_1^1 - C_2^1 \overset{*}{C}_2^2 - C_1^2 \overset{*}{C}_2^1 + C_2^2 \overset{*}{C}_1^2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.2.2)$$

3. Очевидно, что все L^μ_α , как и C_r^s для группы $SL(2, C)$, определяются 6 независимыми вещественными параметрами. Можно убедиться, что 16 коэффициентов L^μ_α удовлетворяют 10 условиям:

$$\eta_{\mu\nu} L^\mu_\alpha L^\nu_\beta = \eta_{\alpha\beta}. \quad (5.2.3)$$

Преобразования с коэффициентами L^μ_α образуют 6-параметрическую ортогональную группу $O(1, 3)$, которую принято называть *векторным представлением группы $SL(2, C)$* . Теперь имеются все основания называть величины k^μ , B^μ , \tilde{B}^μ векторами.

4. Для любой пары введенных здесь 4-мерных векторов $B^\mu(ik)$ и $B^\nu(js)$, построенных на двух парах произвольных сопряженных элементов, определена операция скалярного произведения, инвариантная относительно преобразований Лоренца. Расписав по обычным правилам скалярное произведение, легко убедиться, что оно представляется в виде суммы 4 инвариантов:

$$\begin{aligned} \eta_{\mu\nu} B^\mu(ik) B^\nu(js) &= \\ &= B^0(ik) B^0(js) - B^1(ik) B^1(js) - B^2(ik) B^2(js) - B^3(ik) B^3(js) = \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \gamma\delta \\ js \end{bmatrix} \equiv \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\delta \\ is \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ kj \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\delta \\ ks \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

В этом выражении элементы, составляющие два вектора, могут быть как различными, так и совпадать полностью или частично. Если они одинаковы, то из (5.2.4) получается квадрат вектора, а если частично (одна из сопряженных пар является общей), то правая часть упрощается до суммы 3 слагаемых. Данное определение справедливо и для случая, когда один или оба вектора построены на одной паре сопряженных элементов. Для случая векторов, определенных на трех парах сопряженных элементов, скалярное произведение будет выражаться в виде суммы из 9 фундаментальных 2×2 -отношений.

5. Как уже отмечалось, одной и той же четверке сопряженных элементов i , α и k , β можно поставить в соответствие два неизотропных вектора B^μ и \tilde{B}^μ . Из (5.2.4) следует, что эти два вектора¹⁾ ортогональны, т. е.

$$\eta_{\mu\nu} B^\mu(ik) \tilde{B}^\nu(ik) = 0. \quad (5.2.5)$$

5.2.1. Подгруппа пространственных поворотов

Отдельно рассмотрим преобразования векторов, индуцированные подгруппой преобразований $SU(2)$. В этом случае коэффициенты C_r^s

¹⁾ В дальнейшем будет показано, что \tilde{B}^μ правильнее называть псевдовектором.

удовлетворяют условиям (4.2.19) и (4.3.2). Подставляя их в (5.2.2), находим, что в этом случае

$$L_{.0}^0 = 1; \quad L_{.i}^0 = 0; \quad L_{.0}^i = 0. \quad (5.2.6)$$

Здесь и в дальнейшем латинские индексы пробегают значения: 1, 2, 3. Это означает, что времени-подобные компоненты векторов B^0 при таких преобразованиях не изменяются, а преобразуются друг через друга лишь пространственно-подобные компоненты B^i . Этот результат можно усмотреть также из того факта, что компоненты B^0 выражаются через парные отношения элементов, например, $B^0 = \frac{1}{2}(u_{i\alpha} + u_{k\beta})$, которые при преобразованиях $SU(2)$ остаются инвариантными. Такие 3-параметрические преобразования образуют группу $O(3)$.

Рассмотрим характерные случаи пространственно-подобных преобразований.

- 1) Так, поворот в плоскости (2,3), т. е. поворот вокруг *первой оси* на угол θ_1 соответствует следующим значениям параметров a_μ из (4.3.5):

$$a_0 = \cos \frac{\theta_1}{2}; \quad a_1 = \sin \frac{\theta_1}{2}; \quad a_2 = a_3 = 0. \quad (5.2.7)$$

- 2) Вращениям вокруг *второй оси* (т. е. в плоскости (3,1)) на угол θ_2 соответствуют

$$a_0 = \cos \frac{\theta_2}{2}; \quad a_1 = 0; \quad a_2 = \sin \frac{\theta_2}{2}; \quad a_3 = 0. \quad (5.2.8)$$

- 3) Вращениям вокруг *третьей оси* (т. е. в плоскости (1,2)) на угол θ_3 соответствуют

$$a_0 = \cos \frac{\theta_3}{2}; \quad a_1 = a_2 = 0; \quad a_3 = \sin \frac{\theta_3}{2}. \quad (5.2.9)$$

Подставляя, например, (5.2.9) в выражения для коэффициентов $L_{.0}^\mu$, а затем в (5.2.1), находим

$$B'^1 = B^1 \cos \theta_3 + B^2 \sin \theta_3; \quad B'^2 = -B^1 \sin \theta_3 + B^2 \cos \theta_3; \quad B'^3 = B^3. \quad (5.2.10)$$

5.2.2. Бусты

Обсудим преобразования векторов, соответствующие преобразованиям спиноров через эрмитовы матрицы (4.3.8), дополняющие подгруппу $SU(2)$ до группы $SL(2, C)$. Легко видеть, что при таких преобразованиях времени-подобные и пространственно-подобные компоненты

векторов перемешиваются. Эти векторные преобразования дополняют подгруппу $O(3)$ до группы $O(1,3)$. Известно, что именно такими преобразованиями в специальной теории относительности описываются *переходы между различными системами отсчета*. Эти преобразования определяются тремя независимыми параметрами b_μ из (4.3.8), которые соответствуют трем компонентам скорости движения одной системы отсчета относительно другой в 3-мерном пространстве.

Приведем значения параметров b_μ для трех случаев скоростей v_i второй системы отсчета вдоль соответствующих осей.

- 1) Так, для движения вдоль *первой оси* (для псевдоповорота в плоскости $(0,1)$) параметры следует выбрать в виде

$$b_0 = \cosh \frac{\theta_1}{2}; \quad b_1 = \sinh \frac{\theta_1}{2}; \quad b_2 = b_3 = 0, \quad (5.2.11)$$

где θ_1 связано со скоростью v_1 следующим образом:

$$\frac{v_1}{c} = \tanh \theta_1 = \frac{2b_0 b_1}{b_0^2 + b_1^2}. \quad (5.2.12)$$

Здесь введена скорость света c для получения безразмерных величин.

- 2) Для описания перехода к другой системе отсчета, движущейся вдоль *второй оси* (для псевдоповорота в плоскости $(0,2)$) со скоростью v_2 , параметры следует выбрать в виде

$$b_0 = \cosh \frac{\theta_2}{2}; \quad b_1 = 0; \quad b_2 = \sinh \frac{\theta_2}{2}; \quad b_3 = 0, \quad (5.2.13)$$

где

$$\frac{v_2}{c} = \tanh \theta_2 = \frac{2b_0 b_2}{b_0^2 + b_2^2}. \quad (5.2.14)$$

- 3) Аналогично, для описания *псевдоповорота в плоскости* $(0,3)$ на угол θ_3 следует взять параметры в виде

$$b_0 = \cosh \frac{\theta_3}{2}; \quad b_1 = b_2 = 0; \quad b_3 = \sinh \frac{\theta_3}{2}, \quad (5.2.15)$$

где

$$\frac{v_3}{c} = \tanh \theta_3 = \frac{2b_0 b_3}{b_0^2 + b_3^2}. \quad (5.2.16)$$

Более подробно рассмотрим, например, случай движения вдоль первой оси и продемонстрируем появление общеизвестных преобразований Лоренца. Подставляя (5.2.11) в (4.3.8), имеем для данного случая

$$\begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 \\ C_1^2 & C_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 \\ b_1 & b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \frac{\theta_1}{2} & \sinh \frac{\theta_1}{2} \\ \sinh \frac{\theta_1}{2} & \cosh \frac{\theta_1}{2} \end{pmatrix}. \quad (5.2.17)$$

Легко убедиться, что из всех коэффициентов L^μ_α остаются отличными от нуля лишь шесть:

$$\begin{aligned} L^0_0 &= L^1_1 = b_0^2 + b_1^2 = \cosh \theta_1; \\ L^0_1 &= L^1_0 = 2b_0b_1 = \sinh \theta_1; \\ L^2_2 &= L^3_3 = b_0^2 - b_1^2 = 1. \end{aligned} \quad (5.2.18)$$

Учитывая известные формулы гиперболической тригонометрии и (5.2.18):

$$\begin{aligned} \sinh \theta &= \frac{\tanh \theta}{\sqrt{1 - \tanh^2 \theta}} = \frac{v/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; \\ \cosh \theta &= \frac{1}{\sqrt{1 - \tanh^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \end{aligned}$$

приходим к известным преобразованиям Лоренца:

$$B'^0 = \frac{B^0 + (v/c)B^1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; \quad B'^1 = \frac{(v/c)B^0 + B^1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; \quad B'^2 = B^2; \quad B'^3 = B^3. \quad (5.2.19)$$

Здесь опять B^μ без нижних индексов (в скобках) имеет смысл собирательного обозначения величин, определенных в (5.1.5), (5.1.10), (5.1.11), (5.1.16).

5.3. Токовые отношения (геометрия Лобачевского)

1. В бинарной геометрофизике получение неизотропных и изотропных векторов из компонент спиноров интерпретируется как переходы к прообразам двух классических отношений, соответственно: токовых и пространственно-временных. Начнем с рассмотрения токовых отношений, которым соответствуют неизотропные векторы. Как было показано, они строятся на двух парах сопряженных элементов, что можно трактовать как «сшивку» четверок (двух пар) элементов в один элемент нового (унарного) множества. Принципиальная сторона такого перехода пояснена на рис. 5.2.

В верхней части рисунка изображены четверки сопряженных элементов из двух множеств БСКО ранга (3,3), а в нижней части — сопоставленные с ними элементы одного нового множества M' . Четверки элементов БСКО будем обозначать двумя значками соответствующих элементов одного (первого) множества M , а элементы нового множества M' — латинскими буквами, согласно:

$$(ik) \rightarrow a; \quad (js) \rightarrow b; \quad (mn) \rightarrow c; \quad (lp) \rightarrow d; \quad (rt) \rightarrow f. \quad (5.3.1)$$

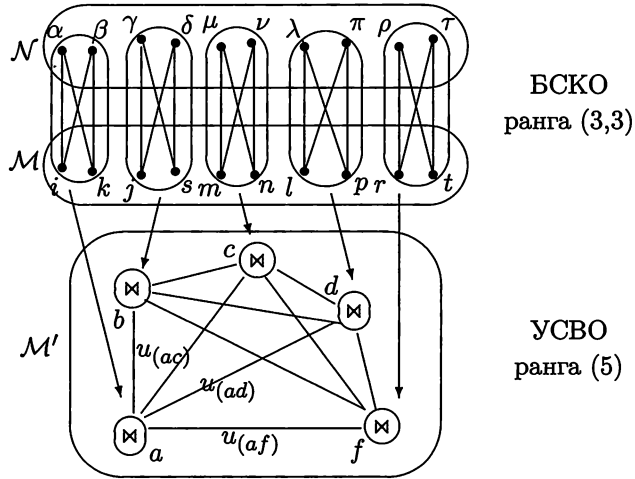


Рис. 5.2. Переход от БСКО ранга (3,3) к УСВО ранга (5)

2. Определим парные отношения между элементами нового множества через параметры элементов БСКО ранга (3,3), согласно (5.2.4):

$$u_{(ab)} = B_\mu(ik)B^\mu(js) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \gamma\delta \\ js \end{bmatrix} \equiv \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\delta \\ is \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ kj \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\delta \\ ks \end{bmatrix} \right). \quad (5.3.2)$$

Кроме того, введем внутренние отношения элементов нового множества, в качестве которых будут выступать фундаментальные 2×2 -отношения соответствующих четверок элементов БСКО ранга (3,3):

$$u_{(aa)} \equiv B^2(ik) = \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix}; \quad u_{(bb)} \equiv B^2(js) = \begin{bmatrix} \gamma\delta \\ js \end{bmatrix}; \quad (5.3.3)$$

3. Система из пяти 4-мерных векторов B^μ , соответствующих пяти наборам из четверок элементов, является линейно зависимой, т. е. для нее можно записать тождественно равный нулю определитель Грама, составленный из парных (внешних и внутренних) отношений между элементами множества \mathcal{M}' :

$$\begin{vmatrix} B^2(ik) & B_\mu(ik)B^\mu(js) & B_\mu(ik)B^\mu(mn) & B_\mu(ik)B^\mu(lp) & B_\mu(ik)B^\mu(rt) \\ B_\mu(js)B^\mu(ik) & B^2(js) & B_\mu(js)B^\mu(mn) & B_\mu(js)B^\mu(lp) & B_\mu(js)B^\mu(rt) \\ B_\mu(mn)B^\mu(ik) & B_\mu(mn)B^\mu(js) & B^2(mn) & B_\mu(mn)B^\mu(lp) & B_\mu(mn)B^\mu(rt) \\ B_\mu(lp)B^\mu(ik) & B_\mu(lp)B^\mu(js) & B_\mu(lp)B^\mu(mn) & B^2(lp) & B_\mu(lp)B^\mu(rt) \\ B_\mu(rt)B^\mu(ik) & B_\mu(rt)B^\mu(js) & B_\mu(rt)B^\mu(mn) & B_\mu(rt)B^\mu(lp) & B^2(rt) \end{vmatrix} = 0. \quad (5.3.4)$$

4. Идеализированным микроэлементам в теории токовых унарных отношений (см. гл. 3) соответствуют не все возможные, а именно такие

четверки элементов, для которых внутренние отношения одинаковы, т. е.

$$B^2(ik) = B^2(js) = \dots = e^2 \rightarrow \tilde{u}_{(aa)} = \tilde{u}_{(bb)} = \dots = \tilde{e}^2, \quad (5.3.5)$$

где \tilde{e} — константа, интерпретируемая как безразмерный элементарный электрический заряд. Заменяя в (5.3.4) скалярные произведения на перекрестные парные отношения (5.3.2), получаем

$$\Phi_{(5)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{(ab)} & \tilde{u}_{(ac)} & \tilde{u}_{(ad)} & \tilde{u}_{(ae)} \\ \tilde{u}_{(ba)} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{(bc)} & \tilde{u}_{(bd)} & \tilde{u}_{(be)} \\ \tilde{u}_{(ca)} & \tilde{u}_{(cb)} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{(cd)} & \tilde{u}_{(ce)} \\ \tilde{u}_{(da)} & \tilde{u}_{(db)} & \tilde{u}_{(dc)} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{(de)} \\ \tilde{u}_{(ea)} & \tilde{u}_{(eb)} & \tilde{u}_{(ec)} & \tilde{u}_{(ed)} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (5.3.6)$$

Если разделить все столбцы определителя на \tilde{e}^2 , то получим закон (2.6.9) для УСВО ранга (5), характеризующий 3-мерную геометрию (пространство) Лобачевского. В этом случае элементами определителя в (5.3.6) будут выступать скалярные произведения единичных векторов 4-скорости $u_{(a)}^\mu$. С учетом нормировки \tilde{u}^2 на константу \tilde{e}^2 имеем

$$\tilde{u}_{(ab)} = \sqrt{(\tilde{e}^2 + \tilde{u}_1^2(a) + \tilde{u}_2^2(a) + \tilde{u}_3^2(a)) (\tilde{e}^2 + \tilde{u}_1^2(b) + \tilde{u}_2^2(b) + \tilde{u}_3^2(b)) - \tilde{u}_1(a)\tilde{u}_1(b) - \tilde{u}_2(a)\tilde{u}_2(b) - \tilde{u}_3(a)\tilde{u}_3(b)}, \quad (5.3.7)$$

где $\tilde{u}_s(a)$ — пространственно-подобные компоненты вектора $\tilde{u}_\mu(ik) = \tilde{u}_\mu(a)$.

5. Изложенное можно пояснить с помощью рис. 5.3. На этом рисунке изображены изотропные конусы с общей вершиной O . Во внутренность изотропных конусов вписан двуполостный гиперболоид, отстоящий от вершины O на расстояние \tilde{e} . И использованные выше пять векторов \tilde{u}_μ снесены в одну точку O . Поскольку все они имеют одинаковую «длину» в псевдоевклидовом пространстве, то все они заканчиваются на поверхности двуполостного гиперболоида.

6. Заметим, что изложенные здесь рассуждения можно было бы проводить с использованием антисимметрично заданного 4-мерного вектора (псевдовектора)

$$\tilde{B}_{(2)}^\mu(ik) = k^\mu(i\alpha) - k^\mu(k\beta). \quad (5.3.8)$$

В этом случае по-прежнему можно записать определитель Грама типа (5.3.4) и ввести внутренние и перекрестные парные отношения формулами типа (5.3.2)–(5.3.3). Однако в этом случае внутренние отношения будут отрицательны

$$\tilde{u}_{(aa)} = - \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} < 0; \quad \tilde{u}_{(bb)} = - \begin{bmatrix} \gamma\delta \\ js \end{bmatrix} < 0; \dots, \quad (5.3.9)$$

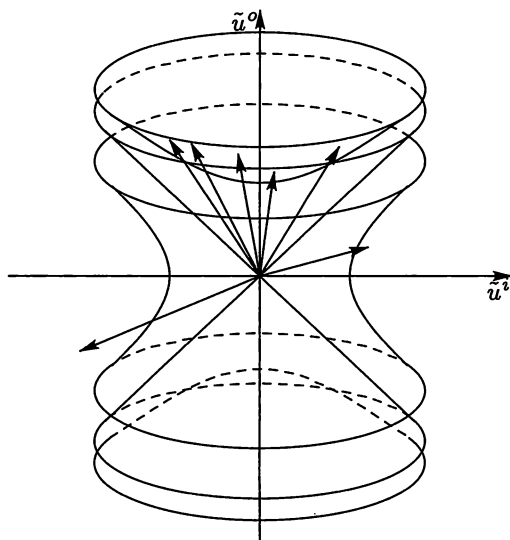


Рис. 5.3. УСВО ранга (5), соответствующая гиперболической геометрии (Лобачевского)

а перекрестные отношения имеют вид

$$\tilde{u}_{(ab)} = \tilde{B}_\mu(ik)\tilde{B}^\mu(js) = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\delta \\ is \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ kj \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\delta \\ ks \end{bmatrix} \right). \quad (5.3.10)$$

Очевидно, что для всех этих векторов условие (5.3.5) следует писать в виде

$$\tilde{u}_{(aa)} = \hat{u}_{(bb)} = \dots = -\hat{e}^2.$$

Изменяя знаки при перекрестных отношениях, опять приходим к закону (5.3.6). Этот случай следует интерпретировать как 3-мерную геометрию на однополостном гиперboloиде, асимптотически приближающемся к изотропным конусам, изображенным на рис. 5.3.

5.4. Прообраз пространственно-временных отношений

В реляционном подходе переход от спиноров к изотропным векторам интерпретируется, главным образом, как переход к прообразу классических пространственно-временных отношений¹⁾. Поскольку изотропные векторы вводятся для одной сопряженной пары элементов, то их следует

¹⁾ Другая интерпретация связана с описанием нейтрино в рамках БСКО ранга (3,3).

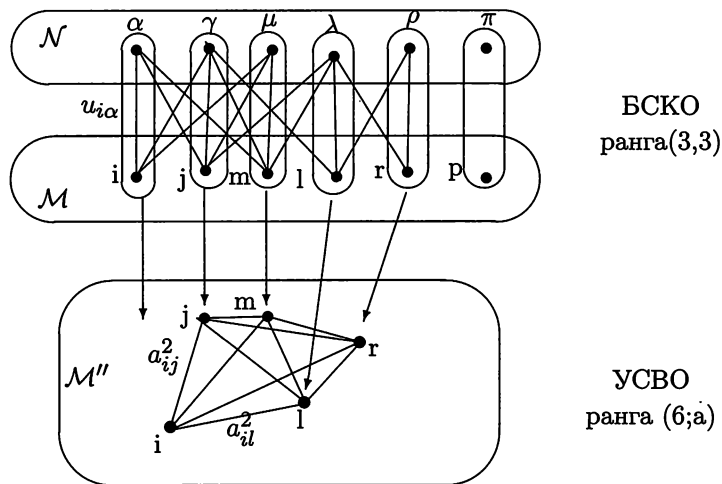


Рис. 5.4. Переход от БСКО ранга (3,3) к прообразу пространственно-временных отношений

понимать как результат «сшивки» в элементы нового множества не четверок элементов, как в предыдущем разделе, а лишь пар элементов. Принципиальная схема этого перехода изображена на рис. 5.4, где опять сверху изображены «сшитые» пары сопряженных элементов из двух множеств БСКО ранга (3,3), а снизу — соответствующие им новые элементы одного множества M'' .

В этом разделе ограничимся случаем, когда параметры БСКО ранга (2,2), являющейся подсистемой БСКО ранга (3,3), описываются вещественными числами.

5.4.1. События на изотропном конусе

1. Возьмем пять произвольных сопряженных пар элементов (i, α) , (j, γ) , (m, μ) , (l, λ) , (r, ρ) и образуем для них пять изотропных векторов, согласно формулам (5.1.5). Если построить для этих векторов определитель Грама вида (5.3.6), то, очевидно, на его диагонали будут стоять нули, что не соответствует какому-либо закону для бинарных систем. Однако ситуацию можно существенно изменить, взяв лишь пространственно-подобные части l^s этих изотропных векторов $k^\mu = \{k^0, l^s\}$, где s пробегает 3 значения: 1, 2, 3. В общем случае их квадраты будут отличны от нуля. Более того, теперь следует брать не пять, а лишь четыре пары элементов, поскольку соответствующие им 3-мерные векторы $l^s(i)$, $l^s(j)$, $l^s(m)$, $l^s(l)$, $l^s(r)$ являются линейно зависимыми. (Векторы будем обозначать с индексом в скобках соответствующего элемента из мно-

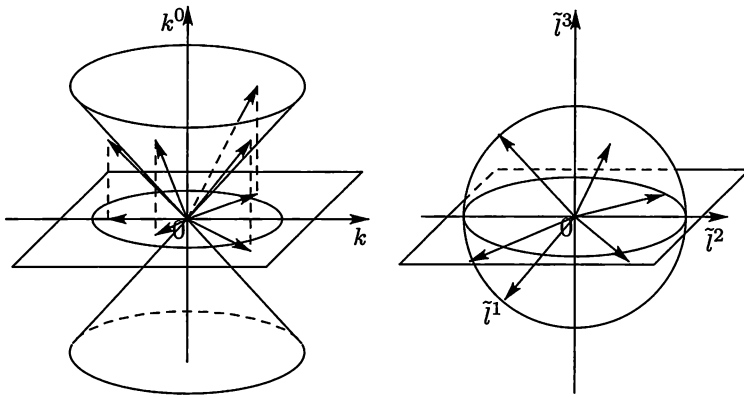


Рис. 5.5. Угловая составляющая пространственно-временных отношений

жества M .) Построенный на этих векторах определитель Грама равен нулю:

$$\begin{vmatrix} l^2(i) & l^s(i)l_s(j) & l^s(i)l_s(m) & l^s(i)l_s(l) & l^s(i)l_s(r) \\ l^s(j)l_s(i) & l^2(j) & l^s(j)l_s(m) & l^s(j)l_s(l) & l^s(j)l_s(r) \\ l^s(m)l_s(i) & l^s(m)l_s(j) & l^2(m) & l^s(m)l_s(l) & l^s(m)l_s(r) \\ l^s(l)l_s(i) & l^s(l)l_s(j) & l^s(l)l_s(m) & l^2(l) & l^s(l)l_s(r) \\ l^s(r)l_s(i) & l^s(r)l_s(j) & l^s(r)l_s(m) & l^s(r)l_s(l) & l^2(r) \end{vmatrix} = 0. \quad (5.4.1)$$

2. Для того чтобы из этого выражения получить закон геометрии, следует перейти к нормированным векторам. Это легко сделать, произведя конформные преобразования всех 3-мерных векторов вида

$$l^s(i) = l(i)\tilde{l}^s, \quad \text{где} \quad \tilde{l}^s(i)\tilde{l}_s(i) = 1. \quad (5.4.2)$$

Без ущерба для общности здесь выбрана нормировка на единицу, так что конформный фактор $l(i)$ имеет смысл длины 3-мерного вектора $l^s(i)$. В итоге получается закон УСВО ранга (4), соответствующий геометрии на 2-мерной сфере (2-мерной геометрии Римана).

3. Прделанные процедуры можно проиллюстрировать с помощью рис. 5.5. В левой части рисунка изображены изотропные 4-мерные векторы k^μ ; исходящие из единого центра O и лежащие на поверхности конуса будущего. Здесь же показаны их пространственно-подобные составляющие l^s в виде проекций на плоскость, олицетворяющую 3-мерное пространственное сечение. Очевидно, эти проекции имеют различные длины.

В правой части рисунка изображен ежик из единичных 3-мерных векторов \tilde{l}^s , исходящих из единого центра O . Концы этих векторов

лежат на поверхности 2-мерной сферы. Таким образом, можно утверждать, что изотропные векторы k^μ , в частности, определяют две угловые координаты θ и φ каждой из сопряженных пар элементов.

4. Теперь следует перекинуть мостик к переинтерпретации мирового закона (УСВО ранга (6;a)) классических пространственно-временных отношений в гл. 2, где единый закон представлен в виде двух частей: хроногеометрии, позволяющей ввести две координаты (время и расстояние), и дополнительной УСВО ранга (4), позволявшей ввести две недостающие угловые координаты. В данном случае возникает аналогичная ситуация, только в обратном порядке. Было показано, каким образом из изотропных векторов возникает УСВО ранга (4), обеспечивающая две угловые координаты, однако пока не обсуждался вопрос о происхождении прообраза двух оставшихся координат: времени и расстояния.

При наложенном условии о вещественности параметров БСКО ранга (2,2), являющейся подсистемой БСКО ранга (3,3), нет нужды говорить о внесении в данную конструкцию каких-либо дополнительных факторов. Все необходимое уже содержится в БСКО ранга (2,2). Она соответствует конформному преобразованию, позволяющему переходить от векторов \tilde{l}^s , нормированных на единицу, к не равным единице длинам l^s пространственных частей изотропного вектора k^μ и наоборот.

5. Очевидно, пучок изотропных векторов k^μ следует трактовать исходящим из базиса данной БСКО ранга (3,3). Зная пространственные компоненты этих векторов, легко дополнить их до 4-мерного вида, введя времени-подобную компоненту, равную длине пространственно-подобной части.

Для любой пары изотропных векторов можно определить неизотропный вектор, равный их разности, согласно антисимметричному по аргументам соотношению (5.1.16), что можно трактовать как определение пространственно-подобного интервала между событиями на концах изотропных векторов. Так, для пары элементов i и j унарного множества M'' , соответствующей двум парам сопряженных элементов $(i\alpha)$, $(j\gamma)$ бинарной системы отношений, будем иметь квадрат интервала:

$$s_{(ik)}^2 = \tilde{B}_{(2)}^\mu(ij)\tilde{B}_{(2)\mu}(ij) = - \begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix}. \quad (5.4.3)$$

Напомним, вследствие условий комплексного сопряжения параметров элементов двух множеств, это парное отношение является вещественным.

5.4.2. Унарный закон для событий на конусе

1. Продемонстрируем, как при указанном способе «сшивки» элементов БСКО ранга (3,3) получается УСВО ранга (6;a), соответствующая геометрии пространства-времени Минковского. Для этого возьмем шесть пар сопряженных элементов (событий): (i, α) , (j, γ) , (m, μ) , (l, λ) , (r, ρ) , (p, π) , выделим из них пару (i, α) (событие i) и построим пять векторов: $s^\mu(ij)$, $s^\mu(im)$, $s^\mu(il)$, $s^\mu(ir)$, $s^\mu(ip)$ (см. рис. 5.6). Поскольку эти векторы 4-мерные, то построенный на них определитель Грама обращается в нуль:

$$\begin{vmatrix} s_{(ij)}^2 & s_\mu(ij)s^\mu(im) & s_\mu(ij)s^\mu(ip) \\ s_\mu(im)s^\mu(ij) & s_{(im)}^2 & s_\mu(im)s^\mu(ip) \\ s_\mu(il)s^\mu(ij) & s_\mu(il)s^\mu(im) & s_\mu(il)s^\mu(ip) \\ s_\mu(ir)s^\mu(ij) & s_\mu(ir)s^\mu(im) & s_\mu(ir)s^\mu(ip) \\ s_\mu(ip)s^\mu(ij) & s_\mu(ip)s^\mu(im) & s_{(ip)}^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (5.4.4)$$

2. Возьмем три пары сопряженных элементов (i, α) , (j, γ) , (m, μ) и построим скалярное произведение двух векторов $s^\mu(ij)$ и $s^\mu(im)$ с одинаковой одной парой сопряженных элементов (i, α) (см. рис. 5.7). Согласно (5.2.4), оно представляется в виде

$$s_\mu(ij)s^\mu(im) = \frac{1}{2} \left(- \begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\mu \\ im \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\mu \\ jm \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{2} \left(s_{(ij)}^2 + s_{(im)}^2 - s_{(jm)}^2 \right). \quad (5.4.5)$$

Это выражение следует трактовать как общеизвестную *теорему косинусов* для треугольника, изображенного на рис. 5.7:

$$s_{(jm)}^2 = s_{(ij)}^2 + s_{(im)}^2 - 2s_\mu(ij)s^\mu(im). \quad (5.4.6)$$

3. Далее будем действовать по аналогии с изложенным в гл. 2. Перепишем выражение (5.4.4), учтя во всех недиагональных слагаемых теорему косинусов (5.4.5):

$$\begin{vmatrix} s_{(ij)}^2 & \frac{1}{2} \left(s_{(ij)}^2 + s_{(im)}^2 - s_{(jm)}^2 \right) \cdots \frac{1}{2} \left(s_{(ij)}^2 + s_{(ip)}^2 - s_{(jp)}^2 \right) \\ \frac{1}{2} \left(s_{(ij)}^2 + s_{(im)}^2 - s_{(jm)}^2 \right) & s_{(im)}^2 & \cdots \frac{1}{2} \left(s_{(im)}^2 + s_{(ip)}^2 - s_{(mp)}^2 \right) \\ \frac{1}{2} \left(s_{(ij)}^2 + s_{(ip)}^2 - s_{(jp)}^2 \right) & \frac{1}{2} \left(s_{(im)}^2 + s_{(ip)}^2 - s_{(mp)}^2 \right) \cdots & s_{(ip)}^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (5.4.7)$$

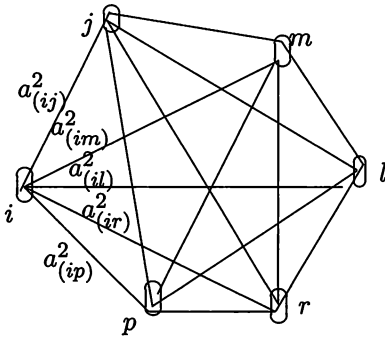


Рис. 5.6. Шесть точек-событий, выбранных для написания закона пространства-времени Минковского

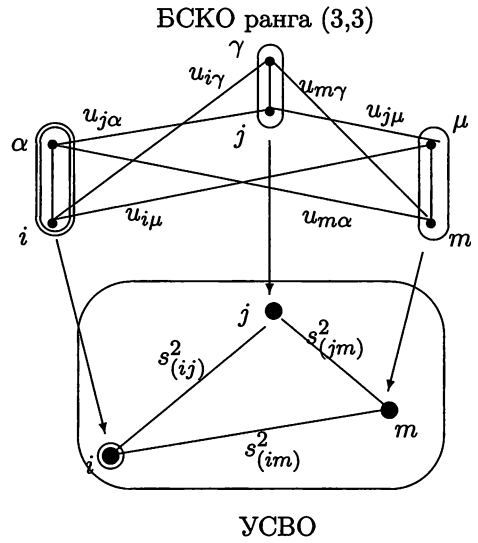


Рис. 5.7. Треугольник отношений в пространстве Минковского

4. Произведем «окаймление» получившегося определителя, т. е. сделаем тождественное преобразование, увеличив его ранг на единицу. Для этого добавим в определитель новую (первую) строку, в которой первый элемент является единицей, а все остальные элементы равны нулю. Тогда элементы добавленного (первого) столбца, кроме первой единицы, могут быть произвольными. В качестве них выберем соответствующие диагональные элементы определителя (5.4.7), умноженные на (1/2). Вычитая из второго, третьего и т. д. столбцов первый столбец и отбрасывая общие множители в строках (1/2), получим

$$\begin{vmatrix}
 1 & -1 & -1 & -1 \\
 s^2_{(ij)} & s^2_{(ij)} & s^2_{(im)} - s^2_{(jm)} & s^2_{(ip)} - s^2_{(jp)} \\
 s^2_{(im)} & s^2_{(ij)} - s^2_{(mj)} & s^2_{(im)} & s^2_{(ip)} - s^2_{(mp)} \\
 s^2_{(il)} & s^2_{(ij)} - s^2_{(lj)} & s^2_{(im)} - s^2_{(lm)} & s^2_{(ip)} - s^2_{(lp)} \\
 s^2_{(ir)} & s^2_{(ij)} - s^2_{(rj)} & s^2_{(im)} - s^2_{(rm)} & s^2_{(ip)} - s^2_{(rp)} \\
 s^2_{(ip)} & s^2_{(ij)} - s^2_{(pj)} & s^2_{(im)} - s^2_{(pm)} & s^2_{(ip)}
 \end{vmatrix} = 0. \quad (5.4.8)$$

5. Произведем второе «окаймление», теперь образовав новый (первый) столбец из единицы на первом месте и нулей на всех остальных

местах. Построим новую (первую) строку из первой единицы, второго нуля и далее из соответствующих диагональных элементов определителя в (5.4.8). После этого вычтем из третьей, четвертой и т. д. строк первую строку и, переставляя затем первую и вторую строки, получаем

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & s_{(ij)}^2 & s_{(im)}^2 & s_{(il)}^2 & s_{(ir)}^2 & s_{(ip)}^2 \\ -1 & s_{(ij)}^2 & 0 & -s_{(jm)}^2 & -s_{(jl)}^2 & -s_{(jr)}^2 & -s_{(jp)}^2 \\ -1 & s_{(im)}^2 & -s_{(mj)}^2 & 0 & -s_{(ml)}^2 & -s_{(mr)}^2 & -s_{(mp)}^2 \\ -1 & s_{(il)}^2 & -s_{(lj)}^2 & -s_{(lm)}^2 & 0 & -s_{(lr)}^2 & -s_{(lp)}^2 \\ -1 & s_{(ir)}^2 & -s_{(rj)}^2 & -s_{(rm)}^2 & -s_{(rl)}^2 & 0 & -s_{(rp)}^2 \\ -1 & s_{(ip)}^2 & -s_{(pj)}^2 & -s_{(pm)}^2 & -s_{(pl)}^2 & -s_{(pr)}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (5.4.9)$$

Умножая ряд столбцов и строк на минус единицу, получаем определитель Кэли—Менгера, построенный на шести элементах (на шести парах сопряженных элементов). Как уже отмечалось в гл. 2, это соотношение является законом УСВО ранга (6;а), а парные отношения $s_{(ij)}^2$ представляются в виде:

$$s_{(ij)}^2 = (x_j^0 - x_i^0)^2 - (x_j^1 - x_i^1)^2 - (x_j^2 - x_i^2)^2 - (x_j^3 - x_i^3)^2. \quad (5.4.10)$$

Таким образом мы пришли к отношениям, соответствующим 4-мерному пространству Минковского между пространственно-подобными элементами (событиями), расположенными на одном и том же световом конусе с вершиной в базисе системы отношений.

5.4.3. БСВО ранга (2,2) и хроногеометрия

Напомним, в гл. 2 было показано, что закон пространственно-временных отношений (УСВО ранга (6;а)) можно представить в виде композиции двух законов: антисимметричной УСВО ранга (3;б) и симметричной УСВО ранга (4). Выше было показано, что последнюю из них можно получить из БСКО ранга (3,3). Покажем, что первую из этих УСВО минимального ранга можно получить из бинарной системы *вещественных* отношений (БСВО) также минимального ранга (2,2). Это особенно важно в связи с тем, что в гл. 2 была показана связь УСВО ранга (3;б) с хроногеометрией.

1. Напомним, что хроногеометрия основана на испускании и приеме отраженных сигналов. При этом имеется различие в том, сигнал испускается или принимается. Это обстоятельство можно связать с типом элементов двух множеств. Можно положить, что испускание сигнала

помечается элементом из множества $\tilde{\mathcal{M}}$ (в данном случае элементом k), а поглощение сигнала помечается элементом множества $\tilde{\mathcal{N}}$ (в данном случае элементом γ).

2. Как уже отмечалось, кроме указания параметров «сшиваемых» элементов, необходимо сформировать парные отношения между «спитыми» совокупностями из разнородных элементов через отношения первичной бинарной системы и установить соответствующий закон УСВО. Применим данную методику к случаю, когда исходной является БСВО ранга (2,2;а).

Начнем с условия «сшивки». Постулируем, что элементы из двух множеств: i и α , k и β , j и γ , ... находятся «в парах» (т. е. являются «спитыми»), если их параметры удовлетворяют условиям:

$$i_0 = -\alpha_0; \quad k_0 = -\beta_0; \quad j_0 = -\gamma_0; \quad (5.4.11)$$

Тогда парные отношения между «спитыми» элементами обращаются в нуль

$$a_{i\alpha} = a_{k\beta} = a_{j\gamma} = \dots = 0. \quad (5.4.12)$$

Определим отношения между «спитыми» парами непосредственно через первичные парные отношения следующим образом

$$S_{ik} = a_{i\beta} = -a_{k\alpha} = -S_{ki}, \quad (5.4.13)$$

т. е. это отношение антисимметрично. Здесь и в дальнейшем «спитые» пары будем помечать латинскими индексами, т. е. индексами элементов из множества \mathcal{M} .

3. При таком условии «сшивки» бинарность системы отношений оказывается завуалированной. Получается так, что парные отношения (5.4.13) определены для элементов как из разных множеств, так и отдельно между элементами внутри множества \mathcal{M} :

$$S_{ik} = i_0 - k_0 \equiv S_i - S_k \quad (5.4.14)$$

и между элементами внутри множества \mathcal{N} :

$$S_{\alpha\beta} = \alpha_0 - \beta_0 \equiv S_\alpha - S_\beta = k_0 - i_0 = -S_{ik}, \quad (5.4.15)$$

где введены единые параметры УСВО в соответствии с условиями «сшивки» (5.4.12):

$$S_i = i_0 = -\alpha_0 = -S_\alpha; \quad S_k = k_0 = -\beta_0 = -S_\beta. \quad (5.4.16)$$

4. Рассмотрим закон (4.4.9) БСВО ранга (2,2;a) для нескольких частных наборов элементов.

- а) Пусть закон записан для двух пар «сшитых» элементов (i, α) и (k, β) , тогда имеем

$$\tilde{\Phi}_{(2,2;a)} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a_{i\beta} \\ 1 & a_{k\alpha} & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & S_{ik} \\ 1 & S_{ki} & 0 \end{vmatrix} = S_{ki} + S_{ik} = 0, \quad (5.4.17)$$

т. е. в этом случае закон означает антисимметрию парных отношений.

- б) Пусть в законе (4.4.9) одна пара элементов (i, α) «сшита», а другие два элемента j и β — нет, тогда, сопоставляя элементу β четвертый, «сшитый» с ним элемент k , имеем

$$\tilde{\Phi}_{(2,2;a)} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a_{i\beta} \\ 1 & a_{j\alpha} & a_{j\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & S_{ik} \\ 1 & S_{ji} & S_{jk} \end{vmatrix} = S_{ik} + S_{kj} + S_{ji} = 0. \quad (5.4.18)$$

Это соотношение выражает известное свойство расстояний между тремя точками на ориентированной линии.

5. Физическая интерпретация парных отношений БСВО ранга (2,2;a) опирается на свойство аддитивности

$$S_{ij} = S_{ik} + S_{kj}. \quad (5.4.19)$$

Проинтерпретируем парные отношения $a_{i\beta} \equiv S_{ik}$ БСВО ранга (2,2;a) как действие между двумя состояниями (точками, событиями) одной и той же частицы. Поскольку действие частицы с точностью до коэффициента равно длине интервала s_{ik} между двумя точками, то $a_{i\beta}$ геометрически интерпретируется как пропорциональное интервалу собственного времени t_{ik} между двумя событиями.

6. Можно сказать, теория классического пространства-времени разворачивается на основе этого числа, которое уже вводилось в хроногеометрии. Дело в том, что комбинацию (2.4.13) можно связать со значением фундаментального 2×2 -отношения БСВО ранга (2,2;a) для случая, когда одна пара элементов (i, α) связана (тильды над элементами писать не будем), а два других k и γ не связаны:

$$\begin{vmatrix} 0 & a_{i\gamma} \\ a_{k\alpha} & a_{k\gamma} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & S_{ij} \\ -S_{ik} & S_{kj} \end{vmatrix} = S_{ik}S_{ij}. \quad (5.4.20)$$

Здесь введен элемент γ , связанный с элементом j . Начало отсчета помечается сразу двумя связанными элементами i и α .

Таким образом, бинарная система отношений ранга $(2,2;a)$ соответствует УСВО ранга (3) , а, следовательно, описывает хроногеометрическое задание времени-подобной координаты (собственного времени) и расстояния между событиями.

5.5. «Корень квадратный» из геометрии

Перечислим наиболее существенные выводы из материала этой главы.

1. В связи с изложенным переходом от бинарной системы отношений к унарным следует вспомнить многократно встречающееся в физике своеобразное извлечение «квадратных корней» из привычных классических величин и соотношений. Прежде всего, следует назвать спиноры как «квадратные корни» из векторов. Аналогичным примером является введение амплитуды вероятности в квантовой механике как «квадратного корня» из классической вероятности. В общей теории относительности при описании спинорных частиц важную роль играют тетрады, которые также можно рассматривать как своеобразные «квадратные корни» из компонент метрического тензора. Открытие бинарных геометрий следует поставить в один ряд с названными примерами, т. е. **бинарную геометрию можно назвать «корнем квадратным» из обычной унарной геометрии**, в том смысле, что, «сшивая» два множества элементов бинарной системы отношений, получаем одно множество точек обычной (унарной) геометрии.

2. Имеются два способа перехода от БСКО ранга $(3,3)$ к УСВО, опирающиеся на задание новых парных отношений через фундаментальные 2×2 -отношения, которые соответствуют

- 1) переходу к вырожденной УСВО ранга $(6;a)$, описывающей пространственно-временные отношения;
- 2) переходу к УСВО ранга (5) , описывающей пространство скоростей (токовое или импульсное пространства).

Это представляется чрезвычайно важным обстоятельством, поскольку из одного и того же вида БСКО ранга $(3,3)$ можно перейти к унарным системам вещественных отношений, описывающим как прообраз 4-мерного пространства-времени Минковского, так и 3-мерное токовое пространство (геометрию Лобачевского). Отличие состоит в том, что в первом из названных случаев в качестве унарного парного отношения выступает фундаментальное 2×2 -отношение, построенное на двух парах элементов, соответствующих двум частицам (событиям),

тогда как во втором случае (при образовании токового пространства) в качестве унарного парного отношения выступает комбинация из четырех фундаментальных 2×2 -отношений, построенная на четырех парах элементов, характеризующих две частицы.

Указанная выше разница в способах перехода к двум классическим пространствам позволяет говорить о наличии единой основы координатного и импульсного представлений существующей (классической) теории.

3. Получение пространственно-временных отношений самым существенным образом связано с изотропным конусом. В общепринятой теории распространение по световым конусам интерпретируется как излучение фотонов — переносчиков электромагнитного излучения. В реляционном подходе фотоны как таковые отсутствуют, а **отношения через изотропные линии предлагается интерпретировать как свойства тех материальных частиц**, события с участием которых лежат на изотропных конусах с центром в базисе системы отношений.

В связи с этим следует еще раз напомнить, что в концепции дальнего действия бессмысленно рассматривать излучение от источника вообще, т. е. в «никуда», как это принято делать в стандартной электродинамике. Излучение всегда должно ассоциироваться с наличием приемника. В этом подходе становится естественной трактовка некоторых характеристик «излучения» как свойств частицы — приемника «излучения».

4. Особо следует подчеркнуть тот факт, что *при получении из БСКО ранга (3,3) прообраза классических пространственно-временных отношений использовалось условие вещественности конформных факторов* — параметров БСКО ранга (2,2). Как будет показано в следующей главе, в микромире это условие невыполнимо. Конформные факторы элементов оказываются комплексными числами с единичным модулем, что означает их компактифицированность. В связи с этим в бинарной геометрофизике встает принципиально важная задача получения из (компактифицированных) параметров совокупности БСКО ранга (2,2) классических величин, описываемых вещественными числами. Обсуждению этой задачи посвящена гл. 13, где **предлагается ее решение на основе статистического (макроскопического) подхода к природе классического пространства-времени.**

Элементарные частицы в терминах БСКО ранга (3,3)



При реляционном (унарном) описании классической физики в гл. 3 рассматривались идеализированные заряженные частицы, для отношений между которыми имел место унарный закон (3.1.4). Через эти частицы определялись взаимодействующие макрообъекты (с зарядом q и массой m). В этой главе (уже в рамках бинарных систем отношений) уточняется определение идеализированных частиц и перебрасывается мостик от характеристик частиц в бинарной геометрофизике к методике их описания в рамках общепринятой квантовой электродинамики. Показано, что важнейшие свойства спинорных частиц (фермионов) можно описать чисто алгебраически в терминах БСКО ранга (3,3), не опираясь на используемое в теоретико-полевого подходе координатное пространство-время и вводимые на его фоне дифференциальные полевые уравнения.

Ключевую роль в теории элементарных частиц на базе БСКО ранга (3,3) играют условия связи «по горизонтали» параметров пар элементов, определяющих массивную частицу в каждом из множеств бинарной системы отношений. На их основе строится прообраз уравнений Дирака для свободных частиц в токовом (импульсном) пространстве.

Особо следует подчеркнуть следующие обстоятельства:

- 1) в данной главе рассмотрены понятия, присущие, главным образом, идеализированным, т. е. свободным, невзаимодействующим частицам;
- 2) рассматриваемые здесь характеристики частиц наиболее соответствуют теории электромагнитных взаимодействий (после их доопределения);
- 3) 2-компонентные частицы в дальнейшем будут соответствовать (массивным) лептонам.

6.1. Частицы в рамках БСКО ранга (3,3)

1. Рассматривая токовые свойства частиц, мы полагаем, что они описываются, как минимум, парами элементов в каждом из двух множеств бинарной системы отношений. Поскольку каждый из элементов характеризуется 2-компонентным спинором, то простейшие массивные частицы в каждом из множеств описываются наборами из четверок комплексных чисел (компонент) вида:

$$B_{(2)}(ik) \rightarrow \begin{pmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{pmatrix}; \quad B_{(2)}(\alpha\beta) \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{pmatrix}. \quad (6.1.1)$$

Для полноты картины следует упомянуть, что в данном варианте теории можно также рассматривать частицы, характеризующиеся лишь одиночными элементами в каждом из множеств. Такие частицы следует интерпретировать как безмассовые лептоны, т. е. нейтрино. В будущем будет показано, что в бинарной геометрофизике все виды частиц описываются единообразно, поэтому и в данном простейшем случае БСКО ранга (3,3) нейтрино целесообразно представлять в каждом из множеств в виде 2×2 -матриц, как и (6.1.1). При этом возникают две возможности:

$$\nu(i0) \rightarrow \begin{pmatrix} i^1 & 0 \\ i^2 & 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{\nu}(0k) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & k^1 \\ 0 & k^2 \end{pmatrix}, \quad (6.1.2)$$

которые, в соответствии с общепринятой моделью электрослабых взаимодействий, можно трактовать как нейтрино и антинейтрино.

6.1.1. Биспиноры и элементарные частицы

Отметим, что способ записи параметров, характеризующих частицы, зависит от ряда обстоятельств (удобства и сложившихся традиций). Проинтерпретируем в рамках бинарной геометрофизики устоявшееся в теоретической физике описание фермионных частиц через 4-компонентные биспинорные столбцы и строки. Оно соответствует разбиению на две четверки восьми комплексных компонент из (6.1.1), характеризующих одну частицу. Одна из них записывается в виде 4-компонентного столбца Ψ , а вторая в виде строки Ψ^\dagger . Полагается, что элементы столбца и строки соответствуют друг другу по принципу определения пар элементов «по вертикали»: (i, α) , (k, β) . Для свободных частиц это означает комплексное сопряжение параметров сопоставленных элементов, согласно (4.2.14).

Столбец и строка строятся, исходя из трех условий. Первое условие состоит в том, что в них симметрично присутствуют параметры двух

сопряженных «по вертикали» пар элементов. Это условие еще оставляет произвол, так как столбец Ψ может быть составлен из параметров элементов одного или разных множеств \mathcal{M} или \mathcal{N} . Второе условие состоит в том, что столбец должен равноправно содержать элементы из начального и конечного состояний. Образует столбец из параметров элементов i и β , не состоящих друг с другом в паре «по вертикали». Третье условие конкретизирует порядок расположения элементов в столбце. Оно связано с трансформационными свойствами параметров и означает, что если i^s является контравариантным спинором, то для элемента β должен браться ковариантный спинор. Следовательно, массивную частицу можно охарактеризовать следующими 4-компонентными величинами:

$$\Psi = \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ \beta^2 \\ -\beta^1 \end{pmatrix}; \quad (6.1.3)$$

$$\Psi^\dagger = (\alpha^1, \alpha^2, k_1, k_2) = (\alpha^1, \alpha^2, k^2, -k^1).$$

2. Согласно приведенным в разд. 4.2 соотношениям между ко- и контравариантными компонентами спинора, столбец Ψ преобразуется при преобразованиях из группы $SL(2, C)$ следующим образом:

$$\Psi' = \begin{pmatrix} i'^1 \\ i'^2 \\ \beta'_1 \\ \beta'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 & 0 & 0 \\ C_1^2 & C_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2^* & -C_1^* \\ 0 & 0 & -C_2^* & C_1^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \equiv S\Psi. \quad (6.1.4)$$

Поскольку матрица преобразований S приводима к блочному виду, а Ψ составлен из двух спиноров, говорят, что Ψ является *биспинором*.

3. Как уже отмечалось, при $SL(2, C)$ преобразованиях остаются инвариантными две билинейные комбинации: $i^1 k^2 - i^2 k^1$ и $\alpha^1 \beta^2 - \alpha^2 \beta^1$. Для записанных в (6.1.3) величин можно подобрать некую матрицу, назовем ее γ_0 , такую, чтобы билинейная комбинация $\Psi^\dagger \gamma_0 \Psi$ равнялась сумме инвариантов, т. е.

$$\Psi^\dagger \gamma_0 \Psi = -(i^1 k^2 - i^2 k^1) - (\alpha^1 \beta^2 - \alpha^2 \beta^1) \equiv \bar{\Psi} \Psi. \quad (6.1.5)$$

Легко видеть, что γ_0 должно иметь вид

$$\gamma_0 = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.1.6)$$

Здесь знак минус выбран из соображений удобства. В (6.1.5) введено обозначение

$$\bar{\Psi} \equiv \Psi^\dagger \gamma_0 = -(k_1, k_2, \alpha^1, \alpha^2). \quad (6.1.7)$$

Из (6.1.5) следует, что строка $\bar{\Psi}$ преобразуется по закону

$$\bar{\Psi}' = \bar{\Psi} S^{-1}, \quad (6.1.8)$$

где S^{-1} — матрица, обратная S :

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} C_2^2 & -C_2^1 & 0 & 0 \\ -C_1^2 & C_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_1^* & C_1^* \\ 0 & 0 & C_2^* & C_2^* \end{pmatrix}. \quad (6.1.9)$$

4. Введем еще одну 4-рядную матрицу γ_5 из условия, чтобы билинейная комбинация из столбца и строки образовывала разность спинорных инвариантов:

$$\bar{\Psi} \gamma_5 \Psi = i \left[(i^1 k^2 - i^2 k^1) - (\alpha^1 \beta^2 - \alpha^2 \beta^1) \right], \quad (6.1.10)$$

где коэффициент i выбран для удобства. Легко показать, что новая матрица имеет вид

$$\gamma_5 = -i \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \quad (6.1.11)$$

и является пространственно-подобной, т. е. $\gamma_5^2 = -1$.

5. С помощью матриц γ_5 можно ввести общепринятые понятия левых (e_L) и правых (e_R) компонент массивной частицы (например, электрона) [67, 118]:

$$e_L \equiv \frac{1}{2}(1 + i\gamma_5)\Psi = \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad e_R \equiv \frac{1}{2}(1 - i\gamma_5)\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}. \quad (6.1.12)$$

Аналогично, из 4-компонентной строки получаются сопряженные компоненты:

$$\begin{aligned} \bar{e}_L &\equiv \frac{1}{2}\bar{\Psi}(1 - i\gamma_5) = (0, 0, \alpha^1, \alpha^2); \\ \bar{e}_R &\equiv \frac{1}{2}\bar{\Psi}(1 + i\gamma_5) = -(k_1, k_2, 0, 0). \end{aligned} \quad (6.1.13)$$

Таким образом, элемент i (и сопряженный ему элемент α) можно называть *левой компонентой* частицы, а элемент k (и сопряженный ему β) — *правой компонентой*. Используя определения левых и правых компонент, можно записать

$$\Psi = e_L + e_R; \quad \bar{\Psi} = \bar{e}_L + \bar{e}_R. \quad (6.1.14)$$

6.1.2. Образующие и базис алгебры Клиффорда $C(1,3)$

1. Легко показать, что компоненты $\tilde{u}_\mu \equiv B_{\mu(2)}$ в (5.1.10) записываются посредством матрицы γ_0 и трех матриц γ_i :

$$2\tilde{u}_\mu = \bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi, \quad (6.1.15)$$

где γ_i — три пространственно-подобные матрицы Дирака в стандартном представлении

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^1 \\ -\sigma^1 & 0 \end{pmatrix}; \\ \gamma_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ -\sigma^2 & 0 \end{pmatrix}; \\ \gamma_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^3 \\ -\sigma^3 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.1.16)$$

Здесь σ^i — матрицы Паули, записанные в (5.1.2).

Матрицы Дирака удовлетворяют известным соотношениям:

$$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\eta_{\mu\nu}I_4, \quad (6.1.17)$$

т. е. γ_0 времени-подобна, а матрицы γ_i — пространственно-подобны. Матрицы Дирака являются образующими алгебры Клиффорда $C(1,3)$ над полем вещественных чисел.

2. Из законов преобразований Ψ и $\bar{\Psi}$ можно другим путем убедиться, что компоненты \tilde{u}_μ преобразуются по векторному закону

$$2\tilde{u}'_\mu = \left(\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi\right)' = \bar{\Psi}S^{-1}\gamma_\mu S\Psi = 2L_\mu^\alpha\tilde{u}_\alpha, \quad (6.1.18)$$

где L_μ^α записаны в (5.2.2).

3. Собирая вместе соотношения (6.1.5), (6.1.10) и (6.1.15), получаем тождество

$$\tilde{u}_0^2 - \tilde{u}_1^2 - \tilde{u}_2^2 - \tilde{u}_3^2 - \tilde{u}_5^2 - \tilde{u}_6^2 = 0, \quad (6.1.19)$$

где $2\tilde{u}_6 = \bar{\Psi}\Psi$. Это напоминает соотношение из 6-оптики [28, с.182], аналогичной 5-оптике Румера [79].

4. Используя (6.1.14), компоненты вектора (6.1.15) можно записать в виде

$$\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi = \bar{e}_L\gamma_\mu e_L + \bar{e}_R\gamma_\mu e_R. \quad (6.1.20)$$

5. Для четырех компонент комбинаций $\bar{\Psi}\gamma_5\gamma_\mu\Psi$ имеем мнимые выражения, аналогичные (5.1.16):

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}\gamma_5\gamma_0\Psi &= i \left(i^1\alpha^1 + i^2\alpha^2 - k^1\beta^1 - k^2\beta^2 \right); \\ \bar{\Psi}\gamma_5\gamma_1\Psi &= i \left(i^1\alpha^2 + i^2\alpha^1 - k^1\beta^2 - k^2\beta^1 \right); \\ \bar{\Psi}\gamma_5\gamma_2\Psi &= -i^1\alpha^2 + i^2\alpha^1 + k^1\beta^2 - k^2\beta^1; \\ \bar{\Psi}\gamma_5\gamma_3\Psi &= i \left(i^1\alpha^1 - i^2\alpha^2 - k^1\beta^1 + k^2\beta^2 \right). \end{aligned} \quad (6.1.21)$$

6. Оставшиеся 6 возможных комбинаций $\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma_\nu\Psi$ представимы в виде

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}\gamma_0\gamma_1\Psi &= i^1k^1 - i^2k^2 - \alpha^1\beta^1 + \alpha^2\beta^2; \\ \bar{\Psi}\gamma_0\gamma_2\Psi &= i \left(i^1k^1 + i^2k^2 + \alpha^1\beta^1 + \alpha^2\beta^2 \right); \\ \bar{\Psi}\gamma_0\gamma_3\Psi &= -i^1k^2 - i^2k^1 + \alpha^1\beta^2 + \alpha^2\beta^1; \\ \bar{\Psi}\gamma_2\gamma_3\Psi &= i \left(-i^1k^1 + i^2k^2 - \alpha^1\beta^1 + \alpha^2\beta^2 \right); \\ \bar{\Psi}\gamma_3\gamma_1\Psi &= i^1k^1 + i^2k^2 - \alpha^1\beta^1 - \alpha^2\beta^2; \\ \bar{\Psi}\gamma_1\gamma_2\Psi &= i \left(i^1k^2 + i^2k^1 + \alpha^1\beta^2 + \alpha^2\beta^1 \right), \end{aligned} \quad (6.1.22)$$

т. е., в отличие от 10 предшествующих выражений, записываются через парные комбинации из параметров элементов одного сорта.

Итого, в формулах (6.1.5), (6.1.10), (6.1.15), (6.1.21) и (6.1.22) приведены 16 квадратичных комбинаций, соответствующие всем возможным произведениям четверки матриц γ_μ . Эти величины образуют базис алгебры Клиффорда $S(1,3)$ над полем вещественных чисел и являются компонентами соответствующих тензорных величин. Тензорный характер их преобразований можно доказать, используя (6.1.18). Действительно, например, для величин $\bar{\Psi}\gamma_\alpha\gamma_\beta\Psi$ имеем

$$\begin{aligned} \left(\bar{\Psi}\gamma_\alpha\gamma_\beta\Psi \right)' &= \bar{\Psi}S^{-1}\gamma_\alpha\gamma_\beta S\Psi = \bar{\Psi} \left(S^{-1}\gamma_\alpha S \right) \left(S^{-1}\gamma_\beta S \right) \Psi = \\ &= \bar{\Psi}L_\alpha^\mu \gamma_\mu L_\beta^\nu \Psi = L_\alpha^\mu L_\beta^\nu \bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma_\nu\Psi. \end{aligned} \quad (6.1.23)$$

Это закон преобразований тензора второго ранга.

6.1.3. Определение массивной частицы

1. Рассмотренные выше биспиноры и тензоры можно определить, вообще говоря, для произвольных двух пар сопряженных элементов, однако элементарные частицы (массивные лептоны) описываются не произвольными парами элементов, а специальными парами, удовлетворяющими некоторым условиям связи («по горизонтали»). В качестве такого условия используется требование, чтобы для пары элементов, образующей элементарную частицу, спинорный инвариант принимал некоторое фиксированное *вещественное* значение. В рамках данной системы отношений можно было бы без ущерба для общности положить это вещественное число равным единице. Однако не будем забывать, что здесь идет речь о введении прообраза именно токовых отношений. По этой причине положим вещественное число равным безразмерному электрическому заряду, ранее введенному в разд. 3.1:

$$\text{Im} \left(i^1 k^2 - i^2 k^1 \right) = 0 \rightarrow i^1 k^2 - i^2 k^1 = \pm \tilde{e}. \quad (6.1.24)$$

Это соотношение означает два условия на вещественные составляющие параметров. Если произвольные две пары сопряженных элементов характеризуются 4 комплексными параметрами: i^1, i^2, k^1, k^2 (8 вещественными числами), то условие (6.1.24) означает, что независимыми остаются только 6 вещественных величин.

Напомним, что в общем случае фундаментальное 2×2 -отношение для сопряженных элементов вещественно и положительно. Условия (6.1.24) выделяют два частных случая: положительного и отрицательного значения \tilde{e} . Сопоставим эти два случая с существованием двух сортов частиц: положительно и отрицательно заряженных. Таковыми могут быть протон и электрон или частица и соответствующая ей античастица (протон и антипротон или позитрон и электрон). Пусть *частица характеризуется положительным значением*

$$i^1 k^2 - i^2 k^1 = +\tilde{e}, \quad (6.1.25)$$

а античастица характеризуется отрицательным значением инварианта

$$i^1 k^2 - i^2 k^1 = -\tilde{e}. \quad (6.1.26)$$

6.2. Массивная частица в собственной системе отношений

Рассмотрим вид 4-компонентных величин, характеризующих частицы, и соответствующие им компоненты тензоров (базиса) отдельно в двух системах отношений: в собственной и произвольной. Начнем с собственной системы отношений.

6.2.1. Определение частиц в собственной системе отношений

1. Согласно определению (4.2.9), выбор собственной системы отношений означает:

$$u_{i\alpha} = u_{k\beta} = \tilde{e}; \quad u_{i\beta} = u_{k\alpha} = 0. \quad (6.2.1)$$

Обозначим параметры частицы в собственной системе отношений значком «(о)» снизу, тогда условия (6.2.1) запишутся через параметры в виде

$$\begin{aligned} i_{(o)}^1 \alpha_{(o)}^1 + i_{(o)}^2 \alpha_{(o)}^2 &= k_{(o)}^1 \beta_{(o)}^1 + k_{(o)}^2 \beta_{(o)}^2 = \tilde{e}; \\ i_{(o)}^1 \beta_{(o)}^1 + i_{(o)}^2 \beta_{(o)}^2 &= 0 \rightarrow k_{(o)}^1 \alpha_{(o)}^1 + k_{(o)}^2 \alpha_{(o)}^2 = 0, \end{aligned} \quad (6.2.2)$$

где, напомним, $\alpha_{(o)}^s = i_{(o)}^* s$; $\beta_{(o)}^s = k_{(o)}^* s$. Из (6.2.2) следует, что все параметры можно выразить через два из них. Выберем в качестве ключевых параметры $i_{(o)}^1$ и $i_{(o)}^2$.

2. Используем свойства вещественности инвариантов (6.1.25) и (6.1.26) в собственной системе отношений. Из (6.2.2) имеем

$$k_{(o)}^1 = - \frac{i_{(o)}^* 2 k_{(o)}^2}{i_{(o)}^* 1}.$$

Подставляя это выражение в значение инварианта, находим

$$i^1 k^2 - i^2 k^1 = \frac{k_{(o)}^2}{i_{(o)}^* 1} \left(i_{(o)}^1 i_{(o)}^* 1 + i_{(o)}^2 i_{(o)}^* 2 \right) = \tilde{e} \frac{k_{(o)}^2}{i_{(o)}^* 1} = \pm \tilde{e}, \quad (6.2.3)$$

где использовано (6.1.24). Это означает условия связи параметров элементов:

$$k_{(o)}^2 = \pm i_{(o)}^* 1; \quad k_{(o)}^1 = \mp i_{(o)}^* 2.$$

С учетом знака инварианта частицы и античастицы следует положить для частицы

$$i_{(o)}^1 = k_{(o)}^* 2; \quad i_{(o)}^2 = -k_{(o)}^* 1, \quad (6.2.4)$$

а для античастицы

$$i_{(o)}^1 = -k_{(o)}^* 2; \quad i_{(o)}^2 = k_{(o)}^* 1. \quad (6.2.5)$$

3. Используя (6.2.4) и (6.2.5), находим вид 4-компонентных столбцов частиц и античастиц в собственной системе отношений. Так, для

частицы имеем

$$\Psi_{(o)} = \begin{pmatrix} i_{(o)}^1 \\ i_{(o)}^2 \\ \beta_{1(o)} \\ \beta_{2(o)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{(o)}^1 \\ i_{(o)}^2 \\ i_{(o)}^1 \\ i_{(o)}^2 \end{pmatrix}. \quad (6.2.6)$$

Для античастицы получаем другое выражение

$$\bar{\Psi}_{(o)} = \begin{pmatrix} i_{(o)}^1 \\ i_{(o)}^2 \\ \beta_{1(o)} \\ \beta_{2(o)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{(o)}^1 \\ i_{(o)}^2 \\ -i_{(o)}^1 \\ -i_{(o)}^2 \end{pmatrix}. \quad (6.2.7)$$

Как уже отмечалось, эти столбцы характеризуются лишь двумя комплексными числами, связанными одним условием (6.1.24).

4. Используя условия (6.2.4) и (6.2.5), находим, что в собственной системе отношений

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{(o)}^0 &= \frac{1}{2} \bar{\Psi}_{(o)} \gamma^0 \Psi_{(o)} = i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*1} + i_{(o)}^2 i_{(o)}^{*2} = \tilde{e}; \\ \tilde{u}_{(o)}^i &= \frac{1}{2} \bar{\Psi}_{(o)} \gamma^i \Psi_{(o)} = 0, \end{aligned} \quad (6.2.8)$$

т. е. как для частицы, так и для античастицы отлична от нуля только времени-подобная компонента. Это оправдывает общепринятый в классической механике термин собственной системы (отсчета).

5. Отдельно выпишем введенные выше инварианты:

$$g \bar{\Psi} \gamma^5 \Psi = \bar{\Psi}_{(o)} \gamma^5 \Psi_{(o)} = 0; \quad (6.2.9)$$

$$\bar{\Psi} \Psi = \bar{\Psi}_{(o)} \Psi_{(o)} = \mp 2 \left(i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*1} + i_{(o)}^2 i_{(o)}^{*2} \right) = \mp 2\tilde{e}. \quad (6.2.10)$$

Можно утверждать, что условие связи «по горизонтали» (6.1.24) в определениях частицы и античастицы означает равенство нулю инварианта $\bar{\Psi} \gamma^5 \Psi$. Второй инвариант имеет разный знак для частицы и античастицы. Условимся верхний знак писать для частицы, а нижний знак — для античастицы.

6.2.2. Свойства частиц в собственной системе отношений

1. Рассмотрим преобразования параметров из группы $SU(2)$, не выводящие из используемой (собственной) системы отношений. В общем случае они характеризуются (4.3.5) и (4.3.6). Подставляя их в (6.1.9),

находим для Ψ'

$$\begin{pmatrix} i'^1 \\ i'^2 \\ \beta'_1 \\ \beta'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 + ia_3 & a_2 + ia_1 & 0 & 0 \\ -a_2 + ia_1 & a_0 - ia_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 + ia_3 & a_2 + ia_1 \\ 0 & 0 & -a_2 + ia_1 & a_0 - ia_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}, \quad (6.2.11)$$

т. е. при преобразованиях из группы $SU(2)$ контравариантные компоненты спинора i^s и ковариантные компоненты сопряженного спинора β_s преобразуются одинаково. Это обстоятельство лишней раз свидетельствует в пользу записи Ψ через два типа спиноров разной ковариантности.

2. Из параметров элементов i^s и β_s можно образовать две комбинации:

$$W(+)^s = i^s + \beta_s; \quad W(-)^s = i^s - \beta_s, \quad (6.2.12)$$

которые при $SU(2)$ -преобразованиях изменяются независимо друг от друга. Легко видеть, что данные определения частицы и античастицы соответствуют случаям:

$$W(+)^s_{(o)} \neq 0; \quad W(-)^s_{(o)} = 0 \quad (6.2.13)$$

и

$$W(+)^s_{(o)} = 0; \quad W(-)^s_{(o)} \neq 0 \quad (6.2.14)$$

в собственной системе отношений.

3. В ряде работ по квантовой электродинамике (см., например, [7]) вводится вспомогательная 4-компонентная величина

$$\psi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W(+)^s \\ W(-)^s \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} i^s + \beta_s \\ i^s - \beta_s \end{pmatrix}, \quad (6.2.15)$$

обладающая тем свойством, что в собственной системе отношений для частицы и античастицы соответственно принимает вид

$$\psi_{(1)} = \begin{pmatrix} i^1_{(o)} \\ i^2_{(o)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \psi_{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ i^1_{(o)} \\ i^2_{(o)} \end{pmatrix}. \quad (6.2.16)$$

Это показывает, что в собственной системе отношений четыре компоненты можно сопоставить двум видам частиц с двумя возможными проекциями спинов.

4. Рассмотрим компоненты введенных выше тензоров в собственной системе отношений. Так, компоненты тензора $\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^\mu\gamma^\nu\Psi_{(o)}$ находятся в виде

$$\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^0\gamma^i\Psi_{(o)} = 0; \quad (6.2.17)$$

$$\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^1\gamma^2\Psi_{(o)} = \pm 2i \left(i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*1} - i_{(o)}^2 i_{(o)}^{*2} \right) \equiv -\frac{4i\tilde{e}}{\hbar} M_{3(o)};$$

$$\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^2\gamma^3\Psi_{(o)} = \pm 2i \left(i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*2} + i_{(o)}^2 i_{(o)}^{*1} \right) \equiv -\frac{4i\tilde{e}}{\hbar} M_{1(o)}; \quad (6.2.18)$$

$$\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^3\gamma^1\Psi_{(o)} = \mp 2 \left(i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*2} - i_{(o)}^2 i_{(o)}^{*1} \right) \equiv -\frac{4i\tilde{e}}{\hbar} M_{2(o)},$$

где в (6.2.18) справа введены 3-мерные обозначения:

$$M_j = \frac{i}{8} \left(\frac{\hbar}{\tilde{e}} \right) \varepsilon_{jik} \bar{\Psi} \gamma^i \gamma^k \Psi. \quad (6.2.19)$$

Здесь ε_{jik} — 3-мерный символ Леви—Чивиты.

5. Два числа $i_{(o)}^1$ и $i_{(o)}^2$, определяющие $\Psi_{(o)}$, можно связать с понятием *спина частицы*. Легко убедиться, что в случае $i_{(o)}^2 = 0$ имеем $i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*1} = \tilde{e}$ и

$$M_{1(o)} = M_{2(o)} = 0; \quad M_{3(o)} = \mp \frac{1}{2} \hbar. \quad (6.2.20)$$

При $i_{(o)}^1 = 0$ аналогично получаем

$$M_{1(o)} = M_{2(o)} = 0; \quad M_{3(o)} = \pm \frac{1}{2} \hbar. \quad (6.2.21)$$

Это можно трактовать как выражения для значений двух возможных проекций спина частицы на направление оси x^3 .

6. Для компонент псевдовектора в собственной системе отношений имеем

$$\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^5\gamma^0\Psi_{(o)} = 0; \quad (6.2.22)$$

$$\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^5\gamma^1\Psi_{(o)} = 2i \left(i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*2} + i_{(o)}^2 i_{(o)}^{*1} \right);$$

$$\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^5\gamma^2\Psi_{(o)} = -2 \left(i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*2} - i_{(o)}^2 i_{(o)}^{*1} \right); \quad (6.2.23)$$

$$\bar{\Psi}_{(o)}\gamma^5\gamma^3\Psi_{(o)} = 2i \left(i_{(o)}^1 i_{(o)}^{*1} - i_{(o)}^2 i_{(o)}^{*2} \right).$$

Эти выражения одинаковы для частицы и античастицы.

6.3. Частицы в произвольных системах отношений

Перейдем к описанию частиц в произвольных системах отношений.

6.3.1. Переход от собственной к произвольной системе отношений

1. При преобразованиях 2-компонентных спиноров, описываемых эрмитовыми матрицами (4.3.8), компоненты биспинора Ψ' из (6.1.2) изменяются по закону

$$\begin{pmatrix} i'^1 \\ i'^2 \\ \beta'_1 \\ \beta'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0 + b_3 & b_1 - ib_2 & 0 & 0 \\ b_1 + ib_2 & b_0 - b_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 - b_3 & -b_1 + ib_2 \\ 0 & 0 & -b_1 - ib_2 & b_0 + b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}. \quad (6.3.1)$$

Это соотношение связывает между собой параметры частиц в двух произвольных системах отношений. Особое внимание обратим на случай, когда столбец справа записан для частиц (6.2.6) или античастиц (6.2.7) в собственной системе отношений.

2. Для псевдоповоротов вокруг первой оси при $v/c \ll 1$ преобразования (6.3.1) характеризуются параметрами:

$$\begin{aligned} b_0 &= \cosh \frac{\theta_1}{2} \simeq 1 + \frac{1}{8} \left(\frac{v}{c} \right)^2; \\ b_1 &= \sinh \frac{\theta_1}{2} \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right); \\ b_2 &= b_3 = 0. \end{aligned} \quad (6.3.2)$$

Отсюда следует, что для электрона

$$\Psi' = \begin{pmatrix} b_0 i^1_{(o)} + b_1 i^2_{(o)} \\ b_1 i^1_{(o)} + b_0 i^2_{(o)} \\ b_0 i^1_{(o)} - b_1 i^2_{(o)} \\ -b_1 i^1_{(o)} + b_0 i^2_{(o)} \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} i^1_{(o)} + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right) i^2_{(o)} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right) i^1_{(o)} + i^2_{(o)} \\ i^1_{(o)} - \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right) i^2_{(o)} \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right) i^1_{(o)} + i^2_{(o)} \end{pmatrix}, \quad (6.3.3)$$

т. е. при переходе к другой системе отношений компоненты i^1 и i^2 перемешиваются.

3. Введенные в (6.2.16) величины в новой системе отношений записываются следующим образом:

$$\psi'_{(1)} \simeq \begin{pmatrix} i_{(o)}^1 + \frac{1}{8} \left(\frac{v}{c}\right)^2 i_{(o)}^1 \\ i_{(o)}^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{v}{c}\right)^2 i_{(o)}^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right) i_{(o)}^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right) i_{(o)}^1 \end{pmatrix}; \quad \psi'_{(2)} \simeq \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right) i_{(o)}^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right) i_{(o)}^1 \\ i_{(o)}^1 + \frac{1}{8} \left(\frac{v}{c}\right)^2 i_{(o)}^1 \\ i_{(o)}^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{v}{c}\right)^2 i_{(o)}^2 \end{pmatrix}, \quad (6.3.4)$$

т. е. отличны от нуля все четыре компоненты.

4. Запишем компоненты псевдовектора $\bar{\Psi}\gamma^5\gamma^\mu\Psi$ в системе отношений, движущейся относительно собственной системы отношений со скоростью v_1 :

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}\gamma^5\gamma^0\Psi &= \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \bar{\Psi}_{(o)}\gamma^5\gamma^1\Psi_{(o)}; \\ \bar{\Psi}\gamma^5\gamma^1\Psi &= \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \bar{\Psi}_{(o)}\gamma^5\gamma^1\Psi_{(o)}; \\ \bar{\Psi}\gamma^5\gamma^2\Psi &= \bar{\Psi}_{(o)}\gamma^5\gamma^2\Psi_{(o)}; \\ \bar{\Psi}\gamma^5\gamma^3\Psi &= \bar{\Psi}_{(o)}\gamma^5\gamma^3\Psi_{(o)}. \end{aligned} \quad (6.3.5)$$

Отсюда видно, что при этих преобразованиях две из трех пространственно-подобных компонент псевдовектора не меняются, тогда как компонента с индексом «1» при $v/c \rightarrow 1$ становится как угодно большой. Это интерпретируется как стремление спина ультрарелятивистской частицы ориентироваться вдоль или против направления ее движения.

6.3.2. Прообраз уравнений Дирака как условия связи в произвольной системе отношений

1. Пусть i^s и β_r характеризуют одну и ту же частицу. Это означает, что в ее собственной системе отношений выполняются соотношения (6.2.6). Компоненты i^s и β_r в произвольной системе отношений выражаются через компоненты в собственной системе отношений согласно формуле (6.3.1), т. е.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} (b_0 + b_3)i_{(o)}^1 + (b_1 - ib_2)i_{(o)}^2 \\ (b_1 + ib_2)i_{(o)}^1 + (b_0 - b_3)i_{(o)}^2 \end{pmatrix}; \\ \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} (b_0 - b_3)i_{(o)}^1 - (b_1 - ib_2)i_{(o)}^2 \\ -(b_1 + ib_2)i_{(o)}^1 + (b_0 + b_3)i_{(o)}^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.3.6)$$

2. Поскольку компоненты $i_{(o)}^s$ и $\beta_{(o)}^r$ связаны в собственной системе отношений, согласно (6.2.6), то они будут связаны и в произвольной системе отношений, однако эта связь имеет иной вид. Чтобы ее найти, запишем соотношение между двумя парами компонент β_s и i^s , входящими в определение столбца Ψ (6.1.1), в общем ковариантном (спинтензорном) виде:

$$\beta_{\dot{r}} = K_{\dot{r}s} i^s \rightarrow \begin{pmatrix} \beta_{\dot{1}} \\ \beta_{\dot{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{\dot{1}1} & K_{\dot{1}2} \\ K_{\dot{2}1} & K_{\dot{2}2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \end{pmatrix}. \quad (6.3.7)$$

Пользуясь связью «по горизонтали» (6.1.24), следует найти комплексные компоненты матрицы $K_{\dot{r}s}$.

3. Подставляя в (6.3.7) выражения (6.3.6), получаем два комплексных соотношения. В каждом из них приравняем слева и справа коэффициенты отдельно при параметрах $i_{(o)}^1$ и $i_{(o)}^2$. В итоге получаем четыре уравнения для четырех компонент

$$\begin{aligned} K_{\dot{1}1}(b_0 + b_3) + K_{\dot{1}2}(b_1 + ib_2) &= b_0 - b_3; \\ K_{\dot{1}1}(b_1 - ib_2) + K_{\dot{1}2}(b_0 - b_3) &= -(b_1 - ib_2); \\ K_{\dot{2}1}(b_0 + b_3) + K_{\dot{2}2}(b_1 + ib_2) &= -(b_1 + ib_2); \\ K_{\dot{2}1}(b_1 - ib_2) + K_{\dot{2}2}(b_0 - b_3) &= b_0 + b_3. \end{aligned} \quad (6.3.8)$$

Детерминант Δ этого уравнения, согласно (4.3.9),

$$\Delta = (b_0^2 - b_1^2 - b_2^2 - b_3^2)^2 = 1. \quad (6.3.9)$$

4. Решение уравнений (6.3.8) находится в виде

$$\begin{pmatrix} K_{\dot{1}1} & K_{\dot{1}2} \\ K_{\dot{2}1} & K_{\dot{2}2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + 2b_2(b_0 - b_3) & -2b_0(b_1 - ib_2) \\ -2b_0(b_1 + ib_2) & -1 + 2b_0(b_0 + b_3) \end{pmatrix} \equiv \sigma_{(-)}^\mu u_\mu, \quad (6.3.10)$$

где $\sigma_{(-)}^\mu = \{I_2, -\sigma^i\}$ — набор из четырех 2-рядных матриц, а четыре компоненты u_μ означают

$$u_0 = 2b_0^2 - 1; \quad u_i = 2b_0 b_i. \quad (6.3.11)$$

Легко убедиться, что компоненты u_μ обладают свойством

$$u_0^2 - u_1^2 - u_2^2 - u_3^2 = 1. \quad (6.3.12)$$

5. Для частного случая псевдоповорота вокруг первой оси (5.2.11) имеем

$$\begin{aligned} u_0 &= \cosh \theta_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; \\ u_1 &= \sinh \theta_1 = \frac{v/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; \\ u_2 &= u_3 = 0. \end{aligned} \quad (6.3.13)$$

Эти формулы позволяют интерпретировать u_μ как компоненты 4-скорости собственной системы отношений частицы (т. е. ее самой) относительно используемой системы отношений.

6. Вводя 2-компонентные столбцы

$$\Psi_1 \equiv \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \end{pmatrix}; \quad \Psi_2 \equiv \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}, \quad (6.3.14)$$

имеем

$$\Psi_2 = \sigma_{(-)}^\mu u_\mu \Psi_1 \rightarrow \sigma_{(-)}^\mu u_\mu \Psi_1 - \Psi_2 = 0. \quad (6.3.15)$$

7. Совершенно аналогично можно найти коэффициенты $K^{s\dot{r}}$ для обратного к (6.3.7) соотношения

$$i^s = K^{s\dot{r}} \beta_{\dot{r}} \rightarrow \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K^{1\dot{1}} & K^{1\dot{2}} \\ K^{2\dot{1}} & K^{2\dot{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}. \quad (6.3.16)$$

Подставляя сюда выражения (6.3.6) и расписывая уравнения типа (6.3.8), находим

$$\begin{pmatrix} K^{1\dot{1}} & K^{1\dot{2}} \\ K^{2\dot{1}} & K^{2\dot{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + 2b_0(b_0 + b_3) & 2b_0(b_1 - ib_2) \\ 2b_0(b_1 + ib_2) & -1 + 2b_0(b_0 - b_3) \end{pmatrix} \equiv \sigma_{(+)}^\mu u_\mu, \quad (6.3.17)$$

где $\sigma_{(+)}^\mu = \{I_2, +\sigma^i\}$. Отсюда получаем

$$\Psi_1 = \sigma_{(+)}^\mu u_\mu \Psi_2 \rightarrow \sigma_{(+)}^\mu u_\mu \Psi_1 - \Psi_2 = 0. \quad (6.3.18)$$

8. Объединим 2-компонентные соотношения (6.3.15) и (6.3.18) в одно 4-компонентное выражение. Вспоминая представления матриц Дирака, имеем

$$u_\mu \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{(+)}^\mu \\ \sigma_{(-)}^\mu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = 0 \rightarrow (\gamma^\mu u_\mu + 1) \Psi = 0. \quad (6.3.19)$$

Легко видеть, что это выражение с точностью до постоянного коэффициента соответствует общеизвестному уравнению Дирака для свободной частицы в импульсном пространстве.

Заметим, что использование второй возможной связи двух элементов, образующих античастицу, согласно (6.2.7), приводит к тому же уравнению (6.3.19), но со знаком минус перед вторым слагаемым.

9. Умножив (6.3.12) слева на матрицу $\gamma^\mu u_\mu - 1$, получаем

$$(\eta^{\mu\nu} u_\mu u_\nu - 1) \Psi = 0 \rightarrow \left(\begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} - 1 \right) \Psi = 0, \quad (6.3.20)$$

что с точностью до постоянного коэффициента соответствует *уравнению Клейна—Фока* в импульсном пространстве, или, что эквивалентно, известному релятивистскому соотношению между компонентами 4-скорости (4-импульса) частицы.

Отметим, что здесь пока еще не было дифференциальных уравнений движения, тем не менее, опираясь на изложенный материал, можно взглянуть на смысл уравнений Дирака под новым углом зрения [24].

6.4. Учет БСКО ранга (2,2)

До сих пор рассматривались общие свойства характеристик массивных частиц в рамках БСКО ранга (3,3). Однако, как уже указывалось выше, эта система отношений имеет в качестве своей подсистемы БСКО ранга (2,2), которая играет очень важную роль в описании спинорных частиц.

6.4.1. Параметры БСКО ранга (2,2) в определении частиц

1. Прежде всего, рассмотрим, как наложенные условия связи «по горизонтали» (6.1.24) отражаются на значениях коэффициентов БСКО ранга (2,2) C_i, \dots, C_γ , если потребовать, чтобы новые параметры (с тильдой) после конформных преобразований по-прежнему удовлетворяли этим условиям. Пока будем полагать, что начальные и конечные состояния описываются комплексно сопряженными параметрами, тогда

$$\tilde{i}^s = (\tilde{\alpha}^s)^* \rightarrow C_i = C_\alpha^*; \quad \tilde{k}^s = (\tilde{\beta}^s)^* \rightarrow C_k = C_\beta^*; \dots \quad (6.4.1)$$

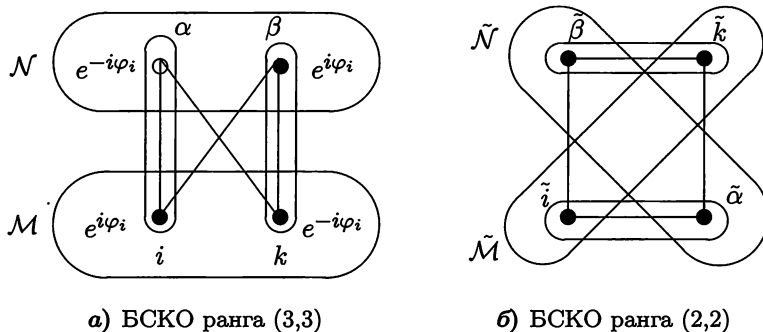
2. Положим также, что парные отношения (6.1.18) для связанных элементов (в теории БСКО ранга (3,3)) при преобразованиях (4.4.1) не меняются, тогда из (4.4.2) и (4.4.4) следует

$$C_i C_\alpha = C_i C_i^* = 1; \quad C_k C_\beta = C_k C_k^* = 1; \quad \dots, \quad (6.4.2)$$

т. е. параметры C_i, \dots, C_γ являются комплексными числами с модулем, равным единице:

$$C_i = e^{i\varphi_i}; \quad C_\alpha = e^{-i\varphi_i}; \quad C_k = e^{i\varphi_k}; \dots, \quad (6.4.3)$$

где φ_i, \dots — вещественные числа.



а) БСКО ранга (3,3)

б) БСКО ранга (2,2)

Рис. 6.1. Четверка элементов, описывающая состояния идеализированной массивной частицы, с позиций двух БСКО

3. Потребуем, чтобы условия (6.1.25) (или (6.1.26)), накладываемые на параметры, описывающие частицу (античастицу), по-прежнему удовлетворялись. Это означает

$$\tilde{i}^1 \tilde{k}^2 - \tilde{i}^2 \tilde{k}^1 = \tilde{e} C_i C_k \rightarrow C_i C_k = 1. \quad (6.4.4)$$

С учетом (6.4.3) отсюда получаем, что коэффициенты при параметрах одноименных элементов связаны между собой условиями:

$$C_i = C_k^* = e^{i\varphi_i}; \quad C_\alpha = C_\beta^* = e^{i\varphi_\alpha} = e^{-i\varphi_i}. \quad (6.4.5)$$

При этих условиях 4-компонентные величины, определенные в (6.1.3), приобретают общие экспоненциальные множители:

$$\Psi \rightarrow \Psi e^{i\varphi}; \quad \Psi^\dagger \rightarrow \Psi^\dagger e^{-i\varphi}. \quad (6.4.6)$$

Формулы (6.4.3) и (6.4.5) пояснены на рис. 6.1а, где изображены четыре элемента, описывающие идеализированную свободную частицу в начальном и конечном состояниях. Показано, что допустимые единичные по модулю коэффициенты совпадают у перекрестных элементов.

4. Соотношение (6.4.5) следует понимать как условие нахождения элементов противоположных множеств данной БСКО ранга (2,2) в парах «по вертикали», родственное условиям комплексного сопряжения (4.2.14) для элементов БСКО ранга (3,3). Это означает, что элементы i и k из одного множества \mathcal{M} БСКО ранга (3,3) (так же, как α и β из \mathcal{N}) следует отнести к разным множествам $\tilde{\mathcal{M}}$ и $\tilde{\mathcal{N}}$ БСКО ранга (2,2).

Есть все основания полагать, что находящиеся в парах «по вертикали» разноименные элементы двух множеств БСКО ранга (3,3) относятся к противоположным множествам БСКО ранга (2,2). В частности, для элементов, изображенных на рис. 6.1, элемент α отнесем

к множеству $\tilde{\mathcal{N}}$, а элемент β — к множеству $\tilde{\mathcal{M}}$ БСКО ранга (2,2). Присвоим всем элементам второй символ (с тильдой), характеризующий их принадлежность к одному из двух множеств БСКО ранга (2,2). Для изображенных на рис. 6.1 элементов это означает

$$i \rightarrow \tilde{i}; \quad k \rightarrow \tilde{\alpha}; \quad \alpha \rightarrow \tilde{\beta}; \quad \beta \rightarrow \tilde{k}. \quad (6.4.7)$$

Согласно (6.4.7), элементы \tilde{i} и $\tilde{\alpha}$, \tilde{k} и $\tilde{\beta}$ следует считать «спитыми» друг с другом. Другими словами, можно сказать, элементы БСКО ранга (3,3), находящиеся в парах с точки зрения этой же БСКО, являются элементами разных множеств с точки зрения БСКО ранга (2,2), и, наоборот, элементы БСКО ранга (2,2), находящиеся в парах с точки зрения этой же БСКО, являются элементами одного и того же множества с точки зрения БСКО ранга (3,3) (см. рис. 6.16).

Таким образом, четверка разноименных элементов, описывающих начальное и конечное состояния одной и той же частицы, оказывается как бы «зашнурованной» как «по горизонтали», так и «по вертикали» двумя БСКО рангов (3,3) и (2,2). Естественно предположить, что разделение двух элементов массивной частицы на левые и правые компоненты и наличие БСКО ранга (2,2) тесно связаны друг с другом, т. е. левые и правые компоненты описываются элементами разных множеств БСКО ранга (2,2).

6.4.2. Физическая интерпретация параметров БСКО ранга (2,2)

1. Изложенное выше можно, с одной стороны, понимать как выделение из БСКО ранга (3,3) бинарной подсистемы ранга (2,2), а с другой стороны, — как своеобразную композицию двух БСКО рангов (2,2) и (3,3). Эти две БСКО имеют принципиально различную физическую интерпретацию и играют качественно различную роль в построении фундамента физического мироздания. БСКО ранга (3,3) описывает элементарный акт перехода физической системы (совокупности различных частиц) из одного состояния в другое. Можно считать, что она характеризует мир «по горизонтали» для двух соседних моментов времени. А БСКО ранга (2,2) определяется для каждой частицы своя. Она характеризует эволюцию соответствующей частицы, т. е. описывает развертку физической системы «по вертикали». Это обстоятельство пояснено на рис. 6.1а. Теперь элементы двух множеств соответствуют различным состояниям в процессе эволюции отдельно левых и отдельно правых компонент частицы.

2. Следует особо подчеркнуть, что для *взаимодействующих* частиц условия комплексного сопряжения (4.2.14) параметров элементов в начальных и в конечных состояниях БСКО ранга (3,3) в общем случае должны быть обобщены, тогда как условия комплексного сопряжения параметров «спитых» элементов БСКО ранга (2,2) (6.4.5) имеют абсолютный характер.

3. Фазы комплексных параметров БСКО ранга (2,2) следует интерпретировать как величину, пропорциональную *физическому действию*. Поскольку действие частицы с точностью до коэффициента равно длине интервала между двумя точками, то эту величину можно также геометрически интерпретировать пропорциональной интервалу собственного времени между двумя событиями.

Между любыми двумя разноименными элементами \tilde{i} и $\tilde{\beta}$ БСКО ранга (2,2) можно определить парное отношение

$$u_{\tilde{i}\tilde{\beta}} = C_i C_\alpha. \quad (6.4.8)$$

Подставляя в него экспоненты с показателями в виде действия, находим, что парное отношение характеризуется разностью значений действия между двумя событиями

$$u_{\tilde{i}\tilde{\beta}} = \exp \left[\frac{i}{\hbar} (S_{\tilde{i}} - S_{\tilde{k}}) \right] = \exp \left[\frac{i}{\hbar} S_{ik} \right], \quad (6.4.9)$$

где вместо фазы (действия) элемента $\tilde{\beta}$ записана фаза (действие) сопряженного ему элемента \tilde{k} , для которого, согласно (6.4.5),

$$S_{\tilde{k}} = -S_{\tilde{\beta}}; \quad S_{\tilde{i}\tilde{k}} = S_{\tilde{i}} - S_{\tilde{k}}. \quad (6.4.10)$$

Поскольку в экспоненте записана размерная величина — действие S , в знаменатель введена константа такой же размерности. Помня неоднократно проводившиеся аналогии с квантовой механикой, естественно считать, что такая константа имеет смысл постоянной Планка.

4. Из-за того, что в каждый момент рассматриваются пары сопряженных элементов, можно забыть о бинарном характере БСКО ранга (2,2) и перейти к унарным отношениям между парами сопряженных элементов, причем их помечать элементами одного из множеств. Пусть это будут элементы множества \mathcal{M} , причем их будем писать без тильд. Если взять три пары таких элементов, то легко видеть, что для унарных отношений между ними имеет место мультипликативное свойство экспоненциальных факторов

$$\exp \left[\frac{i}{\hbar} S_{ij} \right] = \exp \left[\frac{i}{\hbar} S_{ik} \right] \times \exp \left[\frac{i}{\hbar} S_{kj} \right], \quad (6.4.11)$$

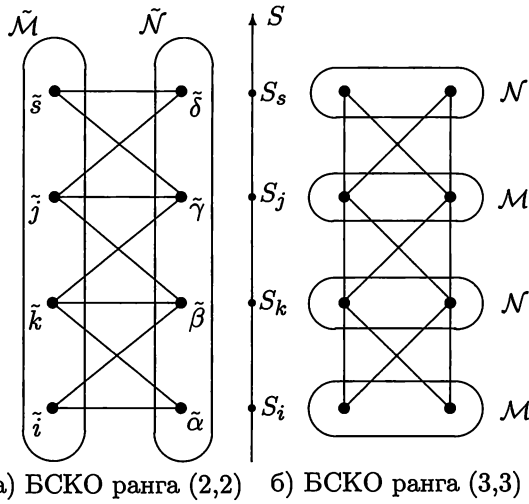


Рис. 6.2. Развертка в мировую историю процессов, описываемая БСКО ранга (2,2)

соответствующее аддитивности действия

$$S_{ij} = S_{ik} + S_{kj}. \tag{6.4.12}$$

Легко видеть, что это закон унарной системы вещественных отношений (УСВО) ранга 3, выписанный в (2.4.9). Можно утверждать, что *две формы БСКО минимального ранга соответствуют двум аспектам теории: квантовому (ранг (2,2) с мультикативным соотношением (6.4.11)) и классическому (ранг (2,2;a) с аддитивным соотношением (6.4.12)).*

5. На рис. 6.2 проиллюстрирована эволюция частицы, с одной стороны, через БСКО ранга (2,2) (рис. 6.2а), а с другой стороны — через последовательность элементарных актов, описываемых БСКО ранга (3,3) (рис. 6.2б). Однотипные элементы двух множеств БСКО ранга (2,2) на правом рисунке чередуются, занимая последовательно левое и правое положения, т. е. как бы обвивая вертикаль двумя противоположно закручивающимися лентами.

6. Поскольку из БСКО ранга (3,3) получаются прообразы как токовых, так и пространственно-временных отношений, то параметры БСКО ранга (2,2), являющейся ее подсистемой, имеют двойную интерпретацию, зависящую от того, какие рассматриваются классические системы отношений. Если имеется в виду прообраз пространственных отношений, то в этом случае показатель экспоненты характеризует процесс взаимодействия через электромагнитное «излучение» и в конкретном

базисе он представляется в виде:

$$\varphi_i = \frac{1}{\hbar} k_s \tilde{x}^s, \quad (6.4.13)$$

где k_s — 3-мерные компоненты импульса электромагнитного «излучения», \tilde{x}^s — прообраз пространственно-подобных координат.

Если имеется в виду прообраз токовых отношений, то показатель экспоненты в конкретном базисе должен интерпретироваться через классическое действие массивной частицы, согласно (6.4.9) (с некоторыми оговорками, о которых будет идти речь в гл. 13).

6.5. Уравнения Дирака

В (6.3.19) был получен прообраз уравнений Дирака свободной частицы в импульсном пространстве как следствие условий связи «по горизонтали» параметров двух элементов, образующих массивную частицу. Чтобы перейти от прообраза к общепринятым уравнениям Дирака в координатном представлении, следует учесть следующие обстоятельства.

- 1) Прежде всего, следует учесть, что в прообразе (6.3.19) содержится не биспинорная функция, а лишь столбец Ψ из четырех *комплексных чисел*, определенных относительно элементарного базиса БСКО ранга (3,3). Для получения из этих чисел биспинорной *функции* следует, во-первых, перейти от элементарного базиса к макроприбору, образованному из огромной системы элементарных базисов, во-вторых, следует ввести координатное пространство-время, а не только его прообраз, о котором шла речь в гл. 5. Имеется еще ряд факторов, о которых будет сказано позже.
- 2) Уравнения Дирака в координатном представлении являются дифференциальными уравнениями первого порядка. Необходимо указать истоки возникновения дифференцирований.
- 3) Физический интерес представляют уравнения Дирака для взаимодействующих частиц, тогда как пока речь шла об идеализированных свободных частицах.
- 4) В прообразе уравнений (6.3.19) отсутствует значение массы частиц. Пока в рамках БСКО вообще не обсуждался вопрос о происхождении масс частиц.

Следует особо подчеркнуть, что изложенное в этом разделе представляет собой лишь предварительное пояснение физического

смысла введенных на самом элементарном уровне бинарной геометрофизики соотношений. Переход к общепринятым уравнениям в рамках теоретико-полевой парадигмы будет обсужден в части 5.

6.5.1. Суть перехода к координатному представлению

1. Массу покоя m_0 элементарной частицы можно ввести, формально умножая (6.3.19) на коэффициент m_0c :

$$(\gamma^\mu p_\mu + m_0c) \Psi = 0, \quad (6.5.1)$$

где введено общепринятое обозначение для импульса

$$p_\mu \equiv m_0 c u_\mu. \quad (6.5.2)$$

Здесь c имеет смысл скорости света. Очевидно, вводимый коэффициент (масса на скорость света) может принимать произвольные значения. В итоге формально получаем алгебраический аналог уравнения Дирака в импульсном пространстве.

2. Зависимость от координат и вообще их появление можно обосновать вкладом параметра БСКО ранга (2,2), являющейся подсистемой БСКО ранга (3,3) [26]. Это можно усмотреть уже из данной выше интерпретации показателя экспоненты (6.4.5) через физическое действие.

Однако можно рассуждать и независимо, положив, что конформный фактор (6.4.5) при параметрах элементов, определяющих 4-скорость (ток или импульс) частицы, содержит в себе значение импульса. Поскольку показатель экспоненты является скаляром, то необходимо ввести четверку коэффициентов x^μ , с помощью которых можно образовать скаляр:

$$\varphi_i = \frac{1}{\hbar} p_\mu x_{(i)}^\mu; \quad \varphi_k = \frac{1}{\hbar} p_\mu x_{(k)}^\mu. \quad (6.5.3)$$

Эта процедура соответствует стандартному определению действия частицы:

$$S_{i\beta} = S_i - S_k \equiv \varphi_i - \varphi_k = \frac{1}{\hbar} p_\mu (x_{(i)}^\mu - x_{(k)}^\mu). \quad (6.5.4)$$

Очевидно, для сохранения инвариантности действия при преобразованиях Лоренца введенные коэффициенты x^μ должны преобразовываться как компоненты 4-мерного вектора:

$$p'_\mu = L^\nu_\mu p_\nu \rightarrow x'^\mu = L^\mu_\lambda x^\lambda, \quad (6.5.5)$$

где L^μ_ν — коэффициенты преобразований вектора, определенные в (5.2.2).

3. Особо подчеркнем, что выражения (6.5.3) являются определениями величин x^μ , сопоставляемых импульсу через прообраз классического действия. Ясно, что одного соотношения вида (6.5.3) недостаточно для определения всех четырех компонент x^μ , поэтому необходимы дополнительные условия, в качестве которых следует взять пропорциональность компонентам импульса.

Однако и этого недостаточно, поскольку фаза экспоненты компактифицирована, т. е. определена с точностью до $2\pi n$. Переход от компактифицированных величин к классическим (некомпактифицированным) представляет собой главную проблему построения классических пространственно-временных отношений из фазовых вкладов. Этот вопрос рассмотрен в гл. 13.

4. После указания истоков возникновения координат пространства-времени становится ясным появление дифференцирования по координатам. Оно сводится к общепринятой замене импульсов частицы на собственные значения оператора дифференцирования (с соответствующим коэффициентом) величин Ψ , теперь уже содержащих зависимость от координат в конформном факторе:

$$\hat{p}\Psi = -i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial x^\mu} = m_0 c u_\mu \Psi \equiv p_\mu \Psi. \quad (6.5.6)$$

На основании изложенного приходим к уравнениям Дирака для свободной частицы в координатном представлении

$$i\gamma^\mu \frac{\partial\Psi}{\partial x^\mu} - \frac{m_0 c}{\hbar} \Psi = 0, \quad (6.5.7)$$

однако в них величина Ψ еще не является полноценной спинорной волновой функцией, поскольку пока еще не осуществлены процедуры, названные выше, в частности, еще не произведен переход к описанию частиц относительно макроприбора.

5. Совершенно аналогично следует трактовать общепринятый лагранжиан (действие) для спинорных частиц

$$L_{(free)} = i\hbar \left(\frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial x^\mu} \gamma^\mu \Psi + \bar{\Psi} \gamma^\mu \frac{\partial\Psi}{\partial x^\mu} \right) - 2m_0 c \bar{\Psi} \Psi = 0. \quad (6.5.8)$$

По сути это выражение представляет собой общеизвестное релятивистское соотношение $u^\mu p_\mu = m_0 c$ между компонентами 4-скорости частицы, где слева один сомножитель имеет алгебраическое происхождение (в слое), а другой получается дифференцированием в координатном пространстве-времени (в базе), а масса имеет смысл коэффициента перехода между понятиями в базе и слое.

6.5.2. Электромагнитное взаимодействие в рамках БСКО ранга (3,3)

1. Строго говоря, теория в рамках БСКО ранга (3,3) представляет собой модель, предназначенную для описания идеализированных, т. е. свободных простейших элементарных частиц. Для описания электромагнитных взаимодействий частиц необходимо перейти к более совершенной модели на основе БСКО ранга (4,4) (см. гл. 7), которая представляет собой простейшее бинарное многомерие. Это будет соответствовать 5-мерной геометрической модели электромагнитного взаимодействия в рамках теории Калуцы. Однако по рецептам общепринятой 4-мерной теории можно определить взаимодействия частиц и в рамках БСКО ранга (3,3). Это делается аналогично тому, как строится классическая теория прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия типа теории Фоккера—Фейнмана.

2. Используя введенные в этой главе понятия, введем прообраз действия электромагнитного взаимодействия \tilde{S}_{int} двух частиц, помечаемых символами e_1 и e_2 , через векторное произведение их токов. Пусть первая частица e_1 описывается элементами i, k, α, β , а вторая частица e_2 — элементами j, s, γ, δ . Согласно (5.2.4), прообраз действия взаимодействия можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{em}(e_1, e_2) &\sim j_1^\mu j_{\mu 2} = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\delta \\ is \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ kj \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\delta \\ ks \end{bmatrix} \right) = \\ &= \frac{1}{2} [(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R}) + \\ &\quad + (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})] = \\ &= \frac{1}{2} [(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L}) + (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})] \times [(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})], \quad (6.5.9) \end{aligned}$$

где использованы определения левых и правых компонент частиц, согласно (6.1.12) и (6.1.13).

Прообраз действия взаимодействия двух частиц (6.5.9) необходимо добавить к слагаемым (6.5.8), описывающим свободные (невзаимодействующие) частицы.

3. Приведенное выражение можно представить в виде общепринятого произведения тока одной из частиц на электромагнитный векторный потенциал, создаваемый второй частицей ($j_1^\mu A_\mu(1, 2)$), если определить векторный потенциал пропорциональным току второй частицы:

$$A_\mu(1, 2) \sim [(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})], \quad (6.5.10)$$

что является аналогом классического выражения (3.1.16).

4. Чтобы еще более приблизиться к прообразу действия взаимодействия двух частиц, необходимо в (6.5.10) ввести вклад от системы отношений, соответствующей координатному пространству-времени. Как уже отмечалось, он определяется дельта-функцией от квадрата интервала между взаимодействующими частицами. Тогда выражение для векторного потенциала, создаваемого второй частицей в месте нахождения первой частицы, принимает вид:

$$A_\mu(1, 2) = \int [(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})] \delta(s^2(1, 2)) dS_2. \quad (6.5.11)$$

Смысл этого выражения уже обсуждался в гл. 3.

5. Отметим, что в рамках БСКО ранга (3,3) по образу и подобию электромагнитного вектор-векторного взаимодействия двух частиц можно определить также псевдовектор-псевдовекторное взаимодействия, заменив сумму вкладов двух компонент частиц на разность, согласно (5.3.10). В этом случае вместо (6.5.9) имеем

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{weak}(e_1, e_2) &\sim \tilde{j}_1^\mu \tilde{j}_{\mu 2} = \frac{g_1 g_2}{2} \left(\begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\delta \\ is \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ kj \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\delta \\ ks \end{bmatrix} \right) = \\ &= \frac{g_1 g_2}{2} [(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) - (\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R}) - \\ &\quad - (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})] = \\ &= \frac{g_1 g_2}{2} [(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L}) - (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})] \times [(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) - (\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})], \quad (6.5.12) \end{aligned}$$

где в общем случае следует писать вместо электрических зарядов e_i некие иные заряды g_i , которые, забегая вперед, назовем зарядами слабых взаимодействий лептонов.

7. Опять по аналогии с электромагнитным векторным потенциалом можно ввести псевдовекторный потенциал, соответствующий нейтральному Z -бозону в электрослабых взаимодействиях:

$$Z_\mu(1, 2) \sim g_2 [(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) - (\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})]. \quad (6.5.13)$$

Заметим, что при учете пространственно-временных отношений в этом случае отнюдь не следует появление дельта-функции, как в случае электромагнетизма.

6.6. Бинарная геометрофизика и твисторная программа Пенроуза

1. В современной литературе довольно широко представлены исследования по твисторной программе Р. Пенроуза [70, 71, 88]. Как уже отмечалось, эта программа в ряде аспектов пересекается с развиваемой здесь бинарной геометрофизикой. Это относится как к идеологической части теорий, так и к ряду технических средств, используемых для их построения. Близость этих двух программ проявляется, во-первых, в одинаковом понимании классического пространства-времени как некой вторичной конструкции, которую нужно получить из более первичных понятий, используемых в физике микромира. Во-вторых, в обеих программах в качестве более первичных понятий выступают 2-компонентные (комплексные) спиноры, более того, именно пары 2-компонентных спиноров. В программе Пенроуза специфическая комбинация из них называется *твистором*.

Вместе с тем имеются и существенные различия как в исходных положениях, так и в содержании двух программ. Отсылая читателя к оригинальным работам Р. Пенроуза и его сторонников [70, 88], где изложены мотивы и основные результаты теории твисторов, ограничимся лишь кратким сопоставлением некоторых понятий в двух теориях, показывающих, что язык твисторов, в отличие от биспиноров, определенных в (6.1.3), нацелен на описание, главным образом, пространственно-временных (координатных) отношений.

2. *Твистор* Z^α в теории Пенроуза образован парой 2-компонентных величин, которые, не вдаваясь пока в используемую автором интерпретацию, обозначим контравариантным спинором i^s и ковариантным спинором $\beta_{\dot{s}}$ из сопряженного пространства, т. е.

$$Z^\alpha = \{i^1, i^2; \beta_1, \beta_2\}. \quad (6.6.1)$$

3. Принципиально важным моментом в этой теории является предложенный в ней переход от твисторов к координатному пространству-времени. Это делается с помощью так называемого *основного соотношения теории твисторов*

$$i^s = ix^{s\dot{r}} \beta_{\dot{r}}, \quad (6.6.2)$$

где $x^{s\dot{r}}$ — смешанный спинтензор второго ранга, компоненты которого трактуются как комбинации из прообразов четырех координат \tilde{x}^μ классического пространства-времени

$$x^{s\dot{r}} = \begin{pmatrix} \tilde{x}^0 + \tilde{x}^3 & \tilde{x}^1 - i\tilde{x}^2 \\ \tilde{x}^1 + i\tilde{x}^2 & \tilde{x}^0 - \tilde{x}^3 \end{pmatrix} \equiv \sigma_{(+)\mu} \tilde{x}^\mu. \quad (6.6.3)$$

Обратим внимание на близость соотношений (6.3.16) в бинарной геометрофизике, приводящих к прообразу уравнений Дирака (для токовых отношений), и основного соотношения теории твисторов (6.6.2), нацеленных на введение пространственно-временных отношений. Особо подчеркнем, что в (6.6.2) не используется условие связи «по вертикали» (6.2.4).

4. Решим основное соотношение теории твисторов (6.6.2), предполагая известными компоненты двух спиноров, которые распишем через восемь вещественных параметров

$$\begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 - iz_2 \\ z_3 - iz_4 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + iy_2 \\ y_3 + iy_4 \end{pmatrix}, \quad (6.6.4)$$

тогда имеем два комплексных уравнения:

$$\begin{pmatrix} z_1 - iz_2 \\ z_3 - iz_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}^0 + \tilde{x}^3 & \tilde{x}^1 - i\tilde{x}^2 \\ \tilde{x}^1 + i\tilde{x}^2 & \tilde{x}^0 - \tilde{x}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} iy_1 - y_2 \\ iy_3 - y_4 \end{pmatrix}. \quad (6.6.5)$$

5. Приравнивая в каждом из этих уравнений слева и справа отдельно вещественные и мнимые части, получим 4 вещественных уравнения для 4 неизвестных. Легко убедиться, что детерминант этой системы тождественно равен нулю. Нетривиальные решения существуют при выполнении условия

$$z_1y_1 - z_2y_2 + z_3y_3 - z_4y_4 = 0. \quad (6.6.6)$$

Введя элементы α и k с параметрами, комплексно сопряженными соответствующим параметрам i^s и β^s , можно убедиться, что в бинарной геометрофизике соотношение (6.6.6) означает обращение в нуль инварианта

$$\bar{\Psi}\gamma^5\Psi = 0. \quad (6.6.7)$$

На языке теории твисторов соотношение (6.6.6) означает равенство нулю твисторного инварианта

$$\bar{Z}_\alpha Z^\alpha = i^s \beta_s + k^s \alpha_s \equiv 2s = 0, \quad (6.6.8)$$

которое трактуется также как условие обращения в нуль спиральности $s = 0$.

6. Пусть условие (6.6.6) выполнено. Тогда из (6.6.5) можно найти три компоненты \tilde{x}^1 , \tilde{x}^2 и \tilde{x}^3 как функции четвертой компоненты \tilde{x}^0 :

$$\tilde{x}^1 = -\frac{\tilde{x}^0 k^1(k\beta) - M^1}{k^0(k\beta)}; \quad \tilde{x}^2 = \frac{\tilde{x}^0 k^2(k\beta) - M^2}{k^0(k\beta)}; \quad \tilde{x}^3 = \frac{-\tilde{x}^0 k^3(k\beta) - M^3}{k^0(k\beta)}, \quad (6.6.9)$$

где использованы введенные в (5.1.5) обозначения для компонент 4-мерного изотропного вектора $k^\mu(k\beta)$, построенного на сопряженной паре элементов k и β , и 3-мерные величины M^i , определяемые через смешанные комбинации двух спиноров.

7. Переобозначим компоненту $x^0 = \tilde{x}^0$, а оставшиеся три компоненты в (6.6.9) представим в виде:

$$\tilde{x}^1 = x^1 - \frac{M^1}{x^0}; \quad \tilde{x}^2 = x^2 - \frac{M^2}{x^0}; \quad \tilde{x}^3 = x^3 - \frac{M^3}{x^0}. \quad (6.6.10)$$

Поскольку вектор $k^\mu(k\beta)$ изотропен, то введенные таким образом величины (координаты) x^μ удовлетворяют условию:

$$(x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 = 0, \quad (6.6.11)$$

т. е. совокупность величин x^μ можно трактовать как изотропную линию в 4-мерном координатном пространстве-времени.

В рамках бинарной геометрофизики так введенные координаты соответствуют второму способу перехода от бинарной геометрии к унарной, т. е. на основе сшивки не двух, а одной пары элементов из противоположных множеств. Определенные в (6.6.11) величины $x^i = x^0 l^i$ строятся из единичных 3-мерных векторов $l^i = k^i(k, \beta)/k^0(k, \beta)$, умноженных на конформный фактор (длину), в качестве которого выступает независимая компонента x^0 .

В рамках теории твисторов говорят, что решение (6.6.11) определяет «флаг», «древко» которого направлено вдоль изотропного луча x^μ , а «полотнище» ориентировано вдоль M^i , характеризующего ориентацию спина.

8. Легко убедиться, что, беря вместо (6.6.3) обратное ему соотношение типа $\beta_{\hat{r}} = iK_{rs}i^s$, будем иметь обратную картину, т. е. получится изотропный вектор $k^\mu(i\alpha)$, сопоставленный с другой парой элементов (i, α) , величина же M^i по-прежнему будет определяться всей четверкой элементов: i, α, k, β .

6.7. Некоторые выводы и замечания

1. Завершая данную главу, особо подчеркнем следующие обстоятельства.

- 1) В бинарной геометрофизике простейшие массивные (заряженные) частицы описываются в каждом множестве элементов двумя элементами, что соответствует описанию частиц (в каждом множестве) в виде 2×2 -матрицы (6.1.1) из двух пар комплексных параметров.

От матричного представления частиц (6.1.1) можно перейти к двум иным формам представления частиц в виде 4-компонентных величин: а) в форме биспинорных столбцов и строк (6.1.3), нацеленных на описание токовых отношений, и б) в твисторной форме, нацеленной на описание пространственно-временных отношений (на изотропном конусе).

- 2) При описании токовых отношений ключевой характер приобретает условие связи двух элементов, определяющих частицу, «по горизонтали» (6.1.24). Именно это свойство лежит в основе прообраза уравнений Дирака в импульсном (токовом) пространстве.
- 3) Условия связи по вертикали диктуют специальный вид конформных факторов, являющихся параметрами БСКО ранга (2,2) — подсистемы отношений БСКО ранга (3,3). В итоге параметры массивной частицы оказываются «зашнурованными» двумя системами отношений «по горизонтали» и «по вертикали»¹⁾.

¹⁾ Это в какой-то степени напоминает спирали ДНК в органическом мире. Можно высказать гипотезу, что за этой аналогией кроется нечто большее — тесная связь свойств микромира на самом элементарном уровне с основаниями теории биосистем.

- 4) При твисторном описании частиц условия связи по «горизонтали» не используются. Вместо него вводится условие (6.6.6), позволяющее ввести времени-подобный параметр x^0 , фактически обусловленный параметрам БСКО ранга (2,2).
- 5) Самое важное различие бинарной геометрофизики и теории твисторов состоит в исходных посылах теорий. В теории Пенроуза твистор постулируется, а в бинарной геометрофизике исходными являются БСКО, среди которых ключевую роль играют БСКО ранга (3,3). В их рамках понятия спиноров и биспиноров возникают автоматически.

2. В этой главе, как и в двух предыдущих, рассматривались понятия, являющиеся прообразами общепринятых понятий классической физики и геометрии. Для окончательного перехода к ним необходимо привлечение иных методов, которые будут рассмотрены в части 5. Главной задачей на этом пути является переход от ансамбля компактифицированных параметров БСКО рангов (2,2) и (3,3) к вещественным классическим величинам.

3. Изложенной в этой части теории БСКО минимального невырожденного ранга (3,3) недостаточно для решения на ее основе ряда актуальных проблем современной фундаментальной теоретической физики. Среди них важнейшими являются следующие:

- 1) Построение теорий других видов фундаментальных физических взаимодействий: слабых (электрослабых) и сильных. Как уже подчеркивалось, на базе БСКО ранга (3,3) описываются токовые отношения, соответствующие электромагнитному взаимодействию. Электрический заряд в теории возникал фактически как некий конформный фактор, что отражалось условиями нормировки как в бинарных, так и в унарных системах отношений. Возможности этого способа исчерпаны и не позволяют непосредственно перейти к иным зарядам частиц, характеризующим слабые и сильные взаимодействия.
- 2) Кроме описания других видов фундаментальных взаимодействий в современной физике стоит еще более важная проблема — построения объединенной (единой) теории фундаментальных физических взаимодействий, для решения которой в рамках БСКО ранга (3,3) недостаточно степеней свободы.
- 3) В современной теоретической физике остро стоит вопрос о способе введения масс элементарных частиц. В изложенной выше теории на базе БСКО ранга (3,3) массы выступали в роли произвольного коэффициента, на который умножался прообраз урав-

нений Дирака в токовом пространстве. Этого явно недостаточно для решения вопроса о причинах существования различных масс элементарных частиц. Отметим также, что используемый ныне в калибровочной теории поля механизм Хиггса также вызывает множество нареканий. Ведется поиск других способов введения в теорию масс элементарных частиц.

Необходимо найти такую математическую конструкцию, которая бы позволяла на единой основе описывать как взаимодействия, так и массы взаимодействующих элементарных частиц. Напомним, что в разд. 6.5 использован прием суммирования слагаемых, описывающих взаимодействие и свободную часть прообраза действия.

В бинарной геометрофизике предлагается решать названные проблемы, а также ряд других, на основе перехода к БСКО более высоких рангов. Забегая вперед, отметим, что это достигается в рамках БСКО ранга (6,6), причем изложенный в этой главе материал оказывается существенной составной частью строящейся на этой основе объединенной теории физических взаимодействий. Однако прежде, чем перейти к такой теории, в следующей части книги будет рассмотрен промежуточный вариант теории на базе БСКО ранга (4,4).

Простейшее бинарное многомерие



Поскольку БСКО ранга (3,3) соответствует 4-мерию классической геометрии и физики, то простейшее бинарное многомерие означает использование БСКО ранга (4,4). В бинарной геометрофизике БСКО ранга (4,4) выступает в нескольких ролях. Во-первых, на основе математического аппарата БСКО ранга (4,4) строится простейший реляционный вариант теории электромагнитных взаимодействий элементарных частиц. Это позволяет говорить об аналогии с 5-мерной теорией Калуцы в рамках многомерных (унарных) геометрических моделей физических взаимодействий. Как известно, в унарной геометрофизике увеличение размерности с четырех до пяти приводит к появлению дополнительных компонент метрики и импульса, которые отождествляются с электромагнитными характеристиками. То же характерно и для случая перехода от БСКО ранга (3,3) к БСКО ранга (4,4). Исходя из этого, в этой части предлагается программа реляционного описания фундаментальных взаимодействий на основе увеличения ранга БСКО.

Во-вторых, БСКО ранга (4,4) позволяет взглянуть на привычные в 4-мерии понятия с более общих позиций. Предпринятый на ее основе анализ показывает, что принятое в унарной геометрии квадратичное мероопределение обусловлено именно рангом (3,3), тогда как более высокие ранги диктуют кубичное, четвертой степени и т. д. мероопределения, которые обычно связываются с финслеровой геометрией.

В-третьих, БСКО ранга (4,4) является своеобразной подсистемой БСКО ранга (6,6), характеризующей *зарядовые свойства* элементарных частиц. В этой роли она соответствует «внутреннему» или изотопическому пространству частиц в стандартной теории поля.

В-четвертых, БСКО ранга (4,4) можно понимать как усеченный (до учета лишь электромагнитного взаимодействия) вариант объединенной реляционной теории физических взаимодействий, строящейся на основе БСКО ранга (6,6), аналогично тому, как в унарной геометрофизике 5-мерную теорию Калуцы можно получить своеобразным усечением (до случая электромагнетизма) 8-мерной геометрической модели, описывающей также сильные и электрослабые взаимодействия (см. следующую часть).

В этой части подробно рассмотрены первые две и частично третья из названных ролей БСКО ранга (4,4).

Бинарный аналог 5-мерной теории Калуцы



В простейшей бинарной модели физических взаимодействий на базе БСКО ранга (4,4) достаточно полно описываются электромагнитные взаимодействия лептонов (без учета барионов). Из тройки параметров элементов этой системы отношений строятся внешние (4-мерные) и внутренние характеристики элементарных частиц по образу и подобию 5-мерной теории Калуцы, где электрические заряды частиц описываются дополнительной компонентой 5-скорости. Теперь таковыми являются дополнительные параметры элементов с номером 3. Оказывается, в этой бинарной модели удастся описать не только электромагнитные, но и ряд свойств электрослабых взаимодействий лептонов.

Излагаемая в этой главе теория имеет характер вспомогательной, промежуточной модели объединенной реляционной теории, строящейся в рамках БСКО ранга (6,6). На ее примере отрабатываются понятия и методы описания физических взаимодействий в бинарной геометрофизике. (Аналогичным образом в «Геометрофизике» [28] перед изложением единой 8-мерной геометрической теории физических взаимодействий рассматривались ключевые понятия многомерия в рамках 5-мерной теории Калуцы.)

В бинарной геометрофизике, позволим себе еще раз это подчеркнуть, в отличие от теорий геометрического и теоретико-полевого миропониманий, отсутствуют поля переносчиков взаимодействий. Их роль играют непосредственные характеристики взаимодействующих частиц, которые в данной главе строятся из параметров БСКО ранга (4,4).

7.1. Бинарная система комплексных отношений ранга (4,4)

Произведем обобщение бинарного закона (4.2.1), положив, что его следует записывать не для трех, а для четырех элементов в каждом из двух множеств бинарной системы отношений. Сохраняя ранее ис-

пользовавшийся порядок изложения теории БСКО ранга (3,3), обратим внимание на ряд новых моментов, обусловленных повышением ранга до (4,4).

7.1.1. Основные понятия бинарных систем комплексных отношений ранга (4,4)

1. **Закон и парные отношения.** Согласно общей формуле (4.5.1), закон БСКО ранга (4,4) записывается в виде равенства нулю определителя, составленного из 16 парных отношений между двумя четверками элементов i, k, j, l и $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ из двух разных множеств

$$\Phi_{(4,4)} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & u_{i\lambda} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & u_{k\lambda} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & u_{j\lambda} \\ u_{l\alpha} & u_{l\beta} & u_{l\gamma} & u_{l\lambda} \end{vmatrix} = 0, \quad (7.1.1)$$

где парные отношения $u_{i\alpha}$ задаются формулой (4.5.2)

$$u_{i\alpha} = i^1 \alpha^1 + i^2 \alpha^2 + i^3 \alpha^3. \quad (7.1.2)$$

Здесь i^1, i^2, i^3 — три комплексных параметра элемента $i \in \mathcal{M}$, а $\alpha^1, \alpha^2, \alpha^3$ — комплексные параметры элемента $\alpha \in \mathcal{N}$. Это парное отношение можно рассматривать как скалярное произведение двух 3-мерных векторов из двух разных пространств.

2. **Фундаментальное 3×3-отношение**, согласно общим правилам, определяется как минор максимального порядка из определителя в законе (7.1.1):

$$\begin{bmatrix} \alpha\beta\gamma \\ ikj \end{bmatrix} \equiv \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i^1 & k^1 & j^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 \\ i^3 & k^3 & j^3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 & \gamma^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \\ \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 \end{vmatrix}, \quad (7.1.3)$$

т. е. аналогично (4.2.3) записывается через произведение двух определителей отдельно из параметров элементов множеств \mathcal{M} и \mathcal{N} . Для него принято обозначение через элементы в квадратных скобках, как и для случая фундаментального 2×2-отношения в теории БСКО ранга (3,3). Оно играет ключевую роль в общей теории БСКО ранга (4,4) и в определении 3-компонентных спиноров.

3. **Базис БСКО ранга (4,4)** (система эталонных элементов) определяется двумя тройками элементов из двух разных множеств данной системы отношений. Как и ранее, параметры элементов можно трактовать через отношения произвольных элементов к эталонным элементам противоположного множества.

Базис характеризуется, во-первых, фундаментальным 3×3 -отношением из составляющих его элементов и, во-вторых, видом самих парных отношений между ними. Опять будем выделять системы преимущественных базисов, в рамках которых будут рассматриваться элементы.

4. **Условия «сшивки»** параметров элементов при переходах от этой системы отношений к соответствующим ей унарным системам отношений опять определяются через операцию комплексного сопряжения (4.2.14). Эти же условия определяют сопряжения элементов обобщенных частиц по вертикали.

5. **Переходы между выделенными базисами** определяют допустимые линейные преобразования параметров элементов в двух множествах:

$$i'^s = C_r^{s'} i^r; \quad \alpha'^s = C_r^{s'} \alpha^r. \quad (7.1.4)$$

Преобразования параметров в каждом из множеств в самом общем случае характеризуются 9 комплексными коэффициентами $C_r^{s'}$ (или 18 вещественными числами). Подчеркнем тот факт, что преобразования элементов в двух множествах определяются комплексно сопряженными коэффициентами. Ниже будет показано, что в теории БСКО ранга (4,4) в самом общем случае рассматриваются преобразования из группы $SL(3, C)$. Для построения бинарного аналога 5-мерной теории Калуцы ключевую роль играет подгруппа этой группы $SL(2, C)$, присущая теории БСКО ранга (3,3).

7.1.2. Определение 2-компонентных частиц

1. В гл. 6 было показано, что в рамках математического аппарата БСКО ранга (3,3) имеются два варианта определения частиц: 2-компонентный, которым описываются массивные частицы, и 1-компонентный, которым можно описать безмассовые частицы (нейтрино). В теории на базе БСКО ранга (4,4) возникает еще 3-компонентный вариант определения частицы, однако в этой главе будет использоваться именно 2-компонентный вариант, как это было в рамках БСКО ранга (3,3). Это означает, что частица, образованная элементами i и k , теперь будет характеризоваться 2×3 -матрицей из 6 параметров:

$$L(ik) \rightarrow \begin{pmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \\ i^3 & k^3 \end{pmatrix}, \quad (7.1.5)$$

где горизонтальной чертой отделена пара (внешних) параметров, соответствующих БСКО ранга (3,3), от дополнительных (внутренних) параметров с индексом 3.

2. Забегая вперед, обоснуем причины использования в рамках теории БСКО ранга (4,4) именно 2-компонентного определения частиц.

- 1) Главной задачей теории является описание взаимодействий однотипных частиц. Для этой цели необходимо некое выражение (конструкция), соответствующее S -матрице (действию, лагранжиану или гамильтониану) общепринятой теории в том смысле, что оно, во-первых, должно симметричным образом содержать характеристики двух взаимодействующих частиц и, во-вторых, быть инвариантным относительно характерной для данной БСКО ранга (4,4) группы преобразований $SL(3, C)$. Таким выражением является базовое 4×4 -отношение, строящееся на двух четверках элементов. Отсюда следует, что каждую из частиц можно сопоставить с парой элементов в каждом из множеств БСКО ранга (4,4).
- 2) В этой главе в центре внимания будет именно электромагнитное взаимодействие, а в рамках более общей теории БСКО ранга (6,6) будет показано, что в этом виде взаимодействий оказываются задействованными именно пары верхних (внешних) 2-компонентных столбцов в определении частицы.
- 3) В следующей части книги будет показано, что массивные лептоны характеризуются именно двумя отличными от нуля внешними 2-компонентными столбцами.

3. Особое внимание следует обратить на разделение параметров частицы в (7.1.5) на пару внешних параметров и на третий — внутренний параметр. Это обстоятельство аналогично случаю 5-мерной теории Калуцы (и вообще унарных многомерных геометрических моделей физических взаимодействий), где производится отделение четырех классических координат от дополнительных компактифицированных координат. Последние описывают заряды частиц. Аналогичная процедура разделения используется и в бинарной геометрофизике. Пара верхних параметров, соответствующих БСКО ранга (3,3), т. е. унарному 4-мерию, отделяется от третьего, дополнительного параметра, который в данной бинарной теории также характеризует зарядовые свойства элементарных частиц.

В унарных геометрических моделях необходимость разделения координат на классические и дополнительные, компактифицированные, до сих пор представляется загадочной. В реляционной теории подобное разделение обусловлено выбором более сложной системы эталонных элементов (элементарного базиса), относительно которых устанавливаются значения параметров всех других элементов. В качестве эталонных элементов можно использовать как целые элементарные частицы и комплексы из них, так и отдельные элементы, составляющие частицы. Представления об окружающем нас мире строятся на основе частиц

и более сложных образований из них. Будем полагать, что верхние, внешние параметры задаются относительно пар частиц и более сложных комбинаций из них, тогда как дополнительный, внутренний параметр будем определять относительно отдельных элементов, составляющих элементарные частицы.

Производимое таким образом 2+1-расщепление параметров означает выделение из группы $SL(3, C)$, характерной для БСКО ранга (4,4), подгруппы преобразований $SL(2, C)$, соответствующей БСКО ранга (3,3).

4. Другая существенная особенность данной теории состоит в определении нейтрино. Анализ возможных вариантов взаимодействия нейтрино с массивными лептонами и их сравнение с известной моделью Вайнберга—Салама—Глэшоу заставляют положить, что в рассматриваемой модели *нейтрино, так же как и массивный лептон, должно описываться двумя компонентами: левой и правой*, однако левая компонента характеризуется двумя внешними параметрами (с номерами 1 и 2) при неопределенном третьем, а правая компонента характеризуется элементом, у которого два внешних параметра равны нулю, а третий имеет отличное от нуля значение. Это означает, что в данной упрощенной теории нейтрино характеризуется 2×3 -матрицей типа (7.1.5), но специального вида:

$$\nu(ik) \rightarrow \begin{pmatrix} i^1 & 0 \\ i^2 & 0 \\ i^3 & k^3 \end{pmatrix}. \quad (7.1.6)$$

Заметим, что такое определение нейтрино является инвариантным относительно выделенной группы $SL(2, C)$ (лоренц-инвариантным). Действительно, при этих линейных преобразованиях изначально нулевые значения внешних параметров правой компоненты остаются нулевыми.

7.2. Базовое 4×4 -отношение

В бинарной геометрофизике матричные элементы процессов взаимодействия двух частиц описываются так называемыми базовыми $r \times r$ -отношениями, представляющими собой своеобразные объемы в бинарной геометрии (см. определение унарного объема в (2.3.3)). В теории, основанной на БСКО ранга (4,4), таковым является базовое 4×4 -отношение, симметричным образом содержащее две четверки элементов двух частиц (лептонов) в начальных и конечных состояниях. В теоретико-полевым подходе базовые отношения соответствуют S -матрицам.

7.2.1. Базовое 4×4 -отношение как парное отношение двух частиц

1. Пусть состояния двух частиц описываются двумя четверками элементов $(i, k; j, s)$ и $(\alpha, \beta; \gamma, \delta)$, тогда базовое 4×4 -отношение имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{c} \alpha\beta\gamma\delta \\ ikjs \end{array} \right\} \equiv - \frac{\left| \begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 1 & \\ 1 & u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & u_{i\delta} \\ 1 & u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & u_{k\delta} \\ \hline 1 & u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & u_{j\delta} \\ 1 & u_{s\alpha} & u_{s\beta} & u_{s\gamma} & u_{s\delta} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ i^1 & k^1 & j^1 & s^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 & s^2 \\ \hline i^3 & k^3 & j^3 & s^3 \end{array} \right|} \times \frac{\left| \begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \alpha^1 & \beta^1 & \gamma^1 & \delta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 & \delta^2 \\ \hline \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 & \delta^3 \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \alpha^1 & \beta^1 & \gamma^1 & \delta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 & \delta^2 \\ \hline \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 & \delta^3 \end{array} \right|}. \quad (7.2.1)$$

В записанных определителях горизонтальные и вертикальные линии, во-первых, разделяют элементы, соответствующие двум взаимодействующим частицам, и, во-вторых, в нижней строке отделяют дополнительные параметры (с индексом 3) от внешних параметров, соответствующих БСКО ранга (3,3). Здесь и далее для базовых отношений будут использоваться обозначения, аналогичные ранее введенным для фундаментальных отношений, однако отличающиеся от них фигурными скобками (вместо квадратных). Обратим также внимание на тот примечательный факт, что базовое отношение, как и фундаментальное, представляется в виде произведения двух определителей, составленных из параметров элементов одного множества.

2. Поскольку в базовое 4×4 -отношение входят 4 элемента в «начальном» состоянии и 4 элемента в «конечном» состоянии, которые характеризуют две взаимодействующие частицы, то 4×4 -отношение можно графически проиллюстрировать 8-хвосткой (см. рис. 7.1а). Объединяя элементы парами, соответствующими двум частицам в «начальных» и в «конечных» состояниях, приходим еще к двум диаграммам, иллюстрирующим взаимодействие двух массивных лептонов (см. рис. 7.1б и 7.1в). На рис. 7.1а элементы i и k описывают первый лептон (e_1) в «начальном» состоянии, а элементы j и s — второй лептон (e_2) в «начальном» состоянии. Аналогично, α и β описывают первый лептон в «конечном» состоянии, а элементы γ и δ — второй лептон в «конечном» состоянии (см. рис. 7.1б). На рис. 7.1в изображена стандартная диаграмма фейнмановского типа, описывающая рассеяние двух массивных лептонов из-за взаимодействия через промежуточные электромагнитное поле A_μ или поле Z -бозонов.

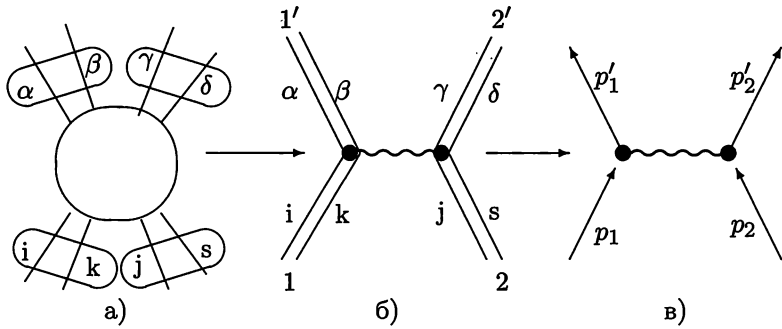


Рис. 7.1. Физическая иллюстрация базового 4×4 -отношения

Данная здесь интерпретация обосновывает принятый в (7.1.5) принцип описания частиц через пару элементов БСКО ранга (4,4). Этим выделяются БСКО четных симметричных рангов. По аналогичной причине в следующей части книги, опирающейся на БСКО ранга (6,6), постулируется, что элементарные частицы описываются тройками элементов в каждом из состояний.

3. Расписывая окаймленный определитель из парных отношений в (7.2.1) по первой строке или первому столбцу, легко убедиться, что базовое 4×4 -отношение представляется через сумму из 16 фундаментальных 3×3 -отношений, введенных в (7.1.3):

$$\begin{aligned}
 \left\{ \begin{matrix} \alpha\beta\gamma\delta \\ ikjs \end{matrix} \right\} &= \begin{bmatrix} \beta\gamma\delta \\ kjs \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\gamma\delta \\ kjs \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\beta\delta \\ kjs \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\beta\gamma \\ kjs \end{bmatrix} - \\
 &- \begin{bmatrix} \beta\gamma\delta \\ ijs \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\gamma\delta \\ ijs \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\beta\delta \\ ijs \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\beta\gamma \\ ijs \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \beta\gamma\delta \\ iks \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\gamma\delta \\ iks \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\beta\delta \\ iks \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\beta\gamma \\ iks \end{bmatrix} - \\
 &- \begin{bmatrix} \beta\gamma\delta \\ ikj \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\gamma\delta \\ ikj \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha\beta\delta \\ ikj \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\beta\gamma \\ iks \end{bmatrix}. \tag{7.2.2}
 \end{aligned}$$

Они образованы из всевозможных выборок 3 элементов из 4 в каждом из двух множеств. Очевидно, базовое 4×4 -отношение, как и все его отдельные части в (7.2.2), инвариантны относительно преобразований из группы $SL(3, C)$.

7.2.2. Преобраз S -матрицы процесса взаимодействия двух лептонов

1. Будем полагать, что пара параметров с номерами 1 и 2 определяют компоненты 4-скоростей частиц u^μ , а третий параметр (с номером 3) ответственен за появление заряда частицы. Предлагаемая интерпретация заряда через третью компоненту означает существенное отличие данной теории от рассмотренного в предыдущей части простейшего варианта теории на базе БСКО ранга (3,3), где электрический заряд вводился в виде конформного фактора, т. е. посредством нормировки диагональных элементов в законе (5.3.6) на квадрат электрического заряда. Теперь везде через первые два параметра элементов будут определяться не токи, а скорости.

2. Редуцирование теории БСКО ранга (4,4) на теорию БСКО ранга (3,3) в данном случае диктует представление базового 4×4 -отношения через явно выделенные комбинации из внешних параметров (с индексами 1 и 2) и комбинации из «внутренних» параметров. Для этого достаточно расписать определители справа в (7.2.1) по последним строкам [25]. В итоге находим комбинацию из 36 слагаемых:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{c} \alpha\beta\gamma\delta \\ ikjs \end{array} \right\} = \\
 & = + \left[\begin{array}{c} \alpha\beta \\ ik \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \gamma\delta \\ js \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \alpha\beta \\ ij \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \gamma\delta \\ ks \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \alpha\beta \\ is \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \gamma\delta \\ kj \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \alpha\beta \\ kj \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \gamma\delta \\ is \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \alpha\beta \\ ks \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \gamma\delta \\ ij \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \alpha\beta \\ js \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \gamma\delta \\ ik \end{array} \right) \\
 & - \left[\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ ik \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\delta \\ js \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ ij \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\delta \\ ks \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ is \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\delta \\ kj \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ kj \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\delta \\ is \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ ks \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\delta \\ ij \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ js \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\delta \\ ik \end{array} \right) \\
 & + \left[\begin{array}{c} \alpha\delta \\ ik \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\gamma \\ js \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \alpha\delta \\ ij \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\gamma \\ ks \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \alpha\delta \\ is \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\gamma \\ kj \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \alpha\delta \\ kj \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\gamma \\ is \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \alpha\delta \\ ks \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\gamma \\ ij \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \alpha\delta \\ js \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \beta\gamma \\ ik \end{array} \right) \\
 & + \left[\begin{array}{c} \beta\gamma \\ ik \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\delta \\ js \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \beta\gamma \\ ij \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\delta \\ ks \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \beta\gamma \\ is \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\delta \\ kj \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \beta\gamma \\ kj \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\delta \\ is \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \beta\gamma \\ ks \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\delta \\ ij \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \beta\gamma \\ js \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\delta \\ ik \end{array} \right) \\
 & - \left[\begin{array}{c} \beta\delta \\ ik \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ js \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \beta\delta \\ ij \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ ks \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \beta\delta \\ is \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ kj \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \beta\delta \\ kj \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ is \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \beta\delta \\ ks \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ ij \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \beta\delta \\ js \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\gamma \\ ik \end{array} \right) \\
 & + \left[\begin{array}{c} \gamma\delta \\ ik \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\beta \\ js \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \gamma\delta \\ ij \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\beta \\ ks \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \gamma\delta \\ is \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\beta \\ kj \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \gamma\delta \\ kj \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\beta \\ is \end{array} \right) - \left[\begin{array}{c} \gamma\delta \\ ks \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\beta \\ ij \end{array} \right) + \left[\begin{array}{c} \gamma\delta \\ js \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \alpha\beta \\ ik \end{array} \right), \tag{7.2.3}
 \end{aligned}$$

где использованы обозначения:

$$\left(\begin{array}{c} \alpha\beta \\ ik \end{array} \right) = \left| \begin{array}{cc} i^3 & k^3 \\ 1 & 1 \end{array} \right| \times \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ \alpha^3 & \beta^3 \end{array} \right| = (i^3 - k^3)(\beta^3 - \alpha^3). \tag{7.2.4}$$

Данное выражение специально представлено в виде 6×6 -таблицы так, что строки различаются перестановками четырех индексов: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, а столбцы — перестановками индексов i, k, j, s .

3. Выписанная сумма из 36 слагаемых разбивается горизонтальными и вертикальными линиями на 9 частей, которые можно симво-

лически представить в виде блоков:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{cccc} \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ i & k & j & s \end{array} \right\} = \\ = \left(\begin{array}{c|cccc|c} * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * \\ \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot \\ \hline * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{c|c|c} M(4,0) & +M(3,1) & +M[(2)(2)]+ \\ \hline +M(3,1) & +M(2,2) & +M(1,3)+ \\ \hline +M[(2),(2)] & +M(1,3) & +M(0,4) \end{array} \right), \end{aligned} \tag{7.2.5}$$

где отдельные слагаемые обозначены точками или звездочками. Последними отмечены слагаемые, представляющие наибольший интерес в данной теории (при специальном порядке слагаемых).

Блоки различаются характером фундаментальных 2×2 -отношений, что отражает их физический смысл. Средний блок назван *блоком вектор-векторных взаимодействий*, верхний левый и нижний правый названы *индивидуальными блоками*, верхний правый и левый нижний — *массовыми*, а остальные — «лишними». Ниже они охарактеризованы более подробно.

4. Для описания физических взаимодействий наиболее важен 4×4 -блок вектор-векторных взаимодействий $M(2, 2)$ поскольку содержит слагаемые вида $\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$, где вертикальная черта разделяет параметры, характеризующие две частицы. Как будет показано ниже, эти слагаемые (в терминах теории поля) характеризуют взаимодействия двух лептонов «через промежуточные нейтральные векторные бозоны». Обозначим символом (L) элементы i и α , а символом (R) — элементы k и β первой частицы (лептона) e_1 . Аналогично в порядке, как изображено на рис. 7.1, двумя индексами обозначим элементы второй частицы e_2 . В согласии с такой интерпретацией введем новые (промежуточные) обозначения для вектор-векторных («внешних») частей слагаемых: $\begin{bmatrix} s & k \\ r & l \end{bmatrix}$, где индексы принимают значения L, R ; в левом столбце снизу записан символ элемента в начальном состоянии первой частицы, сверху в том же левом столбце — символ элемента в конечном состоянии первой частицы, а во втором столбце то же самое, но для второй частицы. В итоге блок $M(2, 2)$ можно охарактеризовать следующим образом:

$$M(2, 2) \sim \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} L & L \\ L & L \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L & L \\ L & R \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L & L \\ R & L \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L & L \\ R & R \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L & R \\ L & L \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L & R \\ L & R \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L & R \\ R & L \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L & R \\ R & R \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} R & L \\ L & L \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R & L \\ L & R \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R & L \\ R & L \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R & L \\ R & R \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} R & R \\ L & L \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R & R \\ L & R \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R & R \\ R & L \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R & R \\ R & R \end{bmatrix} \end{pmatrix}. \tag{7.2.6}$$

5. Отметим, что в стандартной квантовой теории поля (см., например, [7]) матричные элементы процессов рассеяния частиц строятся, исходя из вида классического действия (плотности лагранжиана) взаимодействия соответствующих полей. В данном случае поступим противоположным образом: от прообраза матричного элемента перейдем к прообразу (аналогу) классического действия (лагранжиана) взаимодействующих частиц. Это достигается тем, что элементы из двух множеств, описывающие частицы в начальном и конечном состояниях, будем полагать комплексно сопряженными друг другу, согласно (4.2.14). Особо подчеркнем, что в общем случае, соответствующем S -матрице, элементы из двух множеств \mathcal{M} и \mathcal{N} , описывающие одну частицу, не являются комплексно сопряженными.

Прообраз S -матрицы процесса взаимодействия двух лептонов образуют слагаемые, содержащие одинаковые символы по вертикали, т. е. выражения вида $\begin{bmatrix} s & k \\ s & k \end{bmatrix}$. Их четыре, и они расположены на главной диагонали матрицы (7.3.1):

$$\tilde{S}_{int}(e_1, e_2) = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \\ i & j \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \beta & \delta \\ k & s \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha & \delta \\ i & s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \beta & \gamma \\ k & j \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & \gamma \\ k & j \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \delta \\ i & s \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & \delta \\ k & s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ i & j \end{pmatrix}. \quad (7.2.7)$$

В последующем изложении главное внимание будет сосредоточено на интерпретации базовых $r \times r$ -отношений именно в качестве прообраза S -матрицы процесса взаимодействия двух частиц.

6. Фигурирующие в (7.2.7) комбинации в квадратных скобках можно представить в стандартных обозначениях на основе формул (6.5.9):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha \gamma \\ i j \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} LL \\ LL \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}); \\ \begin{bmatrix} \alpha \delta \\ i s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} LR \\ LR \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R}); \\ \begin{bmatrix} \beta \gamma \\ k j \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} RL \\ RL \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}); \\ \begin{bmatrix} \beta \delta \\ k s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} RR \\ RR \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R}). \end{aligned} \quad (7.2.8)$$

Собирая все 4 слагаемые вместе, получаем прообраз S -матрицы процесса взаимодействия двух частиц e_1 и e_2 «через нейтральные бозоны».

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}(e_1, e_2) &= \frac{1}{2}(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) \begin{pmatrix} \beta & \gamma \\ k & j \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R}) \begin{pmatrix} \beta & \gamma \\ k & j \end{pmatrix} + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L}) \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ i & j \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R}) \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ i & j \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (7.2.9)$$

Все остальные слагаемые являются «лишними».

7.3. Электромагнитное взаимодействие

1. Изменим обозначения дополнительных («внутренних», т. е. с индексом 3) параметров лептонов, введя для них единую коренную букву c для обозначения через c_1 параметров первого лептона, а через c_2 — параметров второго лептона:

$$\begin{aligned} i^3 &\equiv c_{1L}; & k^3 &\equiv c_{1R}; & \alpha^3 &\equiv \tilde{c}_{1L}; & \beta^3 &\equiv \tilde{c}_{1R}; \\ j^3 &\equiv c_{2L}; & s^3 &\equiv c_{2R}; & \gamma^3 &\equiv \tilde{c}_{2L}; & \delta^3 &\equiv \tilde{c}_{2R}. \end{aligned} \quad (7.3.1)$$

В новых обозначениях прообраз S -матрицы взаимодействия (7.2.9) записывается в виде

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}(e_1, e_2) &= \frac{1}{2}(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L})(c_{1R} - c_{2R})(\tilde{c}_{2R} - \tilde{c}_{1R}) + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})(c_{1L} - c_{2L})(\tilde{c}_{2L} - \tilde{c}_{1L}) + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})(c_{1R} - c_{2L})(\tilde{c}_{2L} - \tilde{c}_{1R}) + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L})(c_{1L} - c_{2R})(\tilde{c}_{2R} - \tilde{c}_{1L}). \end{aligned} \quad (7.3.2)$$

2. Из (7.3.2) видно, что взаимодействие возможно только для частиц, отличающихся значениями внутренних параметров. Это чрезвычайно важное обстоятельство обосновывает введение постулата об обменном характере физических взаимодействий (пока по внутренним параметрам). Согласно этому постулату, будем считать, что взаимодействие двух однотипных частиц сопровождается обменом значениями дополнительных параметров. Положим, что частицы могут находиться, как минимум, в двух состояниях: в некоем (нормальном) U -состоянии и в другом (возбужденном) V -состоянии.

3. Для случая электромагнитного взаимодействия значения внутренних параметров в U - и в V -состояниях определяются условием одинаковости (с высокой степенью точности) всех слагаемых из них в (7.3.2). Это означает, во-первых, что для левых и для правых компонент в каждом из этих состояний третьи параметры (примерно) одинаковы, и, во-вторых, что состояния характеризуются разными значениями, т. е. имеем для U -состояния

$$c_L \sim c_R \equiv A_1. \quad (7.3.3)$$

Забегая вперед, отметим, что из ряда дополнительных соображений, вскрывающихся, в частности, в более общей теории на основе БСКО ранга (6,6), следует положить, что c_L примерно равно c_R , так, что их разность на много порядков меньше каждого из этих значений. Это

означает, что при рассмотрении взаимодействий этой разностью можно пренебречь.

Для V -состояния следует положить строгое равенство третьих параметров:

$$c'_L = c'_R \equiv A_2. \quad (7.3.4)$$

Заметим, что это определение соответствует условию вырожденности (обращения в нуль) одного из определителей в (7.2.4), построенного из дополнительных, третьих параметров элементов в V -состоянии:

$$D_V \equiv c'_L - c'_R = 0. \quad (7.3.5)$$

Таким образом, U_A - и V_A -состояния в электромагнитном взаимодействии характеризуются, соответственно, ненулевым и нулевым значениями определителей из внутренних параметров в (7.2.4), однако их отличия настолько малы, что при описании взаимодействий оба детерминанта можно полагать равными нулю.

4. Пусть первая частица находилась в U -состоянии и в результате взаимодействия перешла в V_A -состояние, т. е. для нее будем полагать:

$$c_{1L} = c_{1R} = A_1; \quad \tilde{c}_{1L} = \tilde{c}_{1R} = A_2, \quad (7.3.6)$$

а вторая частица пусть, наоборот, из V_A -состояния перешла в U -состояние, т. е. ее параметры имеют вид:

$$c_{2L} = c_{2R} = A_2; \quad \tilde{c}_{2L} = \tilde{c}_{2R} = A_1. \quad (7.3.7)$$

Вводя в данной модели обозначение для безразмерного значения электрического заряда

$$\tilde{e}^2 = (A_1 - A_2)^2 \rightarrow \tilde{e} = \pm(A_1 - A_2) \quad (7.3.8)$$

и подставляя это выражение в (7.3.2), находим прообраз S -матрицы процесса электромагнитного взаимодействия двух частиц (лептонов):

$$\tilde{S}_{int}^{(A)}(e_1, e_2) = \frac{\tilde{e}^2}{2} [(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L}) + (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})] \times [(\bar{e}_{2L}\gamma^\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R}\gamma^\mu e_{2R})]. \quad (7.3.9)$$

7.4. Прообраз слабого Z -взаимодействия лептонов

В рамках простейшего бинарного многомерия можно описать не только электромагнитное взаимодействие, как в случае простейшего унарного многомерия (в 5-мерной теории Калуцы), но и важные элементы слабого взаимодействия «через промежуточные нейтральные Z -бозоны». Важно отметить, что этот вид слабых взаимодействий описывается теми же слагаемыми, что и электромагнитные взаимодействия.

Отличие состоит в том, что теперь на V_Z -состояние не наложено условие вырожденности (7.3.5), тогда как U -состояние оставлено прежним, т. е. для Z -взаимодействия имеем

$$D_U \equiv - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ c_L & c_R \end{vmatrix} = c_L - c_R \sim 0; \quad D_V \equiv c'_L - c'_R = Z_L - Z_R \neq 0. \quad (7.4.1)$$

Таким образом, в принципиальном плане отличие слабого Z -взаимодействия от электромагнитного состоит в том, что для него оба детерминанта (7.4.1) невырождены, т. е. отличны от нуля, тогда как для электромагнитного взаимодействия детерминант V_A -состояния оказывается вырожденным.

7.4.1. Прообраз Z -взаимодействия массивных лептонов

Пусть опять первый лептон сначала находился в U -состоянии и перешел в новое V_Z -состояние, отличное от случая электромагнитного взаимодействия, т. е. его параметры имеют значения:

$$c_{1L} = c_{1R} = A_1; \quad \tilde{c}_{1L} = Z_L; \quad \tilde{c}_{1R} = Z_R, \quad (7.4.2)$$

где $Z_L \neq Z_R$. Для второй частицы пусть имеет место обратный переход, т. е. ее параметры имеют значения:

$$c_{2L} = Z_L; \quad c_{2R} = Z_R; \quad \tilde{c}_{2L} = \tilde{c}_{2R} = A_1. \quad (7.4.3)$$

Подставляя (7.4.2) и (7.4.3) в (7.3.2), находим Z -заряды массивного лептона в данной модели:

$$\tilde{g}_{eL} = A_1 - Z_R; \quad \tilde{g}_{eR} = A_1 - Z_L. \quad (7.4.4)$$

Обратим внимание, что Z -заряд левой компоненты лептона определяется значением 3-го параметра правой компоненты и наоборот.

Подставляя найденные значения зарядов в (7.3.2), находим прообраз S -матрицы процесса взаимодействия двух массивных лептонов «через Z -бозоны» в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(Z)}(e_1, e_2) &= \\ &= \frac{1}{2} [(\bar{e}_{1L} \gamma^\mu e_{1L}) \tilde{g}_{eL} + (\bar{e}_{1R} \gamma^\mu e_{1R}) \tilde{g}_{eR}] \times [(\bar{e}_{2L} \gamma^\mu e_{2L}) \tilde{g}_{eL} + (\bar{e}_{2R} \gamma^\mu e_{2R}) \tilde{g}_{eR}]. \end{aligned} \quad (7.4.5)$$

Отметим, что вследствие $Z_L \neq Z_R$ это выражение в общем случае содержит как симметричные по левым и правым компонентам комбинации, так и антисимметричные.

7.4.2. Z -Взаимодействия нейтрино

Процесс Z -взаимодействия нейтрино как с массивным лептоном, так и друг с другом описывается тем же самым базовым 4×4 -отношением (7.2.1).

1. Начнем с рассмотрения взаимодействия нейтрино с массивным лептоном. Пусть массивный лептон, как и ранее, характеризуется элементами i, k, α, β , а нейтрино — элементами j, γ (левая компонента) и s, δ (правая компонента). Напомним, что нейтрино, как и массивный лептон, описывается 2×3 -матрицей вида (7.1.6), у которой отличны от нуля лишь внешние компоненты левого столбца, т. е. $s^1 = s^2 = 0$. По-прежнему взаимодействие описывается внутренними диагональными слагаемыми в (7.2.6), однако из-за равенства нулю внешних параметров правой компоненты нейтрино два из них обращаются в нуль. Остаются только два слагаемых:

$$\tilde{S}_Z(e, \nu) = \begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \beta\delta \\ ks \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ kj \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha\delta \\ is \end{pmatrix}. \quad (7.4.6)$$

2. Перейдем к общепринятым обозначениям для нейтрино. Согласно данному выше определению нейтрино в 4-мерных обозначениях, его следует считать левым, т. е. при записи его в виде 4-столбца отличные от нуля невырожденные параметры следует писать сверху. Аналогично (6.1.15) определим для нейтрино компоненты изотропного 4-мерного вектора:

$$(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L) = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\nu}_L \gamma_0 \nu_L = j^1 \gamma^1 + j^2 \gamma^2; \\ \bar{\nu}_L \gamma_1 \nu_L = j^1 \gamma^2 + j^2 \gamma^1; \\ \bar{\nu}_L \gamma_2 \nu_L = i(j^1 \gamma^2 - j^2 \gamma^1); \\ \bar{\nu}_L \gamma_3 \nu_L = j^1 \gamma^1 - j^2 \gamma^2. \end{array} \right\} \quad (7.4.7)$$

Здесь справа γ^s означают не компоненты дираковской γ -матрицы, а параметры нейтрино. С учетом этих соотношений вектор-векторные комбинации в (7.4.6) можно записать следующим образом

$$\begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L)(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L); \quad \begin{bmatrix} \beta\gamma \\ kj \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L). \quad (7.4.8)$$

Во введенных обозначениях (7.4.6) принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{S}_Z(e, \nu) &= \frac{1}{2}(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L)(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L)(c_R - c_{\nu R})(\tilde{c}_{\nu R} - \tilde{c}_R) + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L)(c_L - c_{\nu R})(\tilde{c}_{\nu R} - \tilde{c}_L), \end{aligned} \quad (7.4.9)$$

где опять символы c_L и c_R обозначают параметры массивного лептона, а $c_{\nu R}$ — параметр нейтрино.

3. Поскольку теперь рассматривается взаимодействие не однотипных частиц (нейтрино и массивного лептона), то необходимо доопределить характер «обменного взаимодействия» по внутренним параметрам. Будем полагать, что для массивного лептона справедливо все определенное выше для Z -взаимодействия, т. е. пусть массивный лептон сначала находился в U -состоянии и в результате взаимодействия с нейтрино перешел в V_Z -состояние, описанное в предыдущем разделе, т. е. для него имеем (7.4.2).

Новое возникает лишь в определении переходов для нейтрино. Пусть нейтрино находилось в некоем V -состоянии с дополнительным параметром Z'_ν и перешло в U -состояние со значением параметра Z_ν , т. е.

$$c_{\nu R} = Z'_\nu; \quad \tilde{c}_{\nu R} = Z_\nu. \quad (7.4.10)$$

Для нахождения параметров потребуем, чтобы выражение (7.4.9) содержало произведения Z -зарядов взаимодействующих частиц, т. е. чтобы коэффициенты в последних двух строках имели вид:

$$(A_1 - Z'_\nu)(Z_\nu - Z_L) = \tilde{g}_{eR}\tilde{g}_{\nu L}; \quad (A_1 - Z'_\nu)(Z_\nu - Z_R) = \tilde{g}_{eL}\tilde{g}_{\nu L}. \quad (7.4.11)$$

Решая эти уравнения относительно Z_ν и Z'_ν , находим

$$(A_1 - Z'_\nu) = \tilde{g}_{\nu L} \rightarrow Z'_\nu = A_1 - \tilde{g}_{\nu L}; \quad Z_\nu = \tilde{g}_{eL} + Z_R = \tilde{g}_{eR} + Z_L = A_1, \quad (7.4.12)$$

т. е. U_Z -состояние нейтрино характеризуется тем же значением дополнительного параметра A_1 , что и нормальное U -состояние массивного лептона.

Заметим, что дополнительный параметр левой компоненты нейтрино оказывается несущественным из-за отсутствия внешних параметров правой компоненты.

4. Взаимодействие двух нейтрино определяется лишь одним слагаемым из среднего блока базового 4×4 -отношения, которое имеет вид:

$$\tilde{\mathcal{S}}_Z(\nu_1, \nu_2) = \begin{bmatrix} \alpha\gamma \\ ij \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \beta\delta \\ ks \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{\nu}_{1L}\gamma^\mu\nu_{1L})(\bar{\nu}_{2L}\gamma_\mu\nu_{2L})(c_{\nu 1R} - c_{\nu 2R})(\tilde{c}_{\nu 2R} - \tilde{c}_{\nu 1R}), \quad (7.4.13)$$

где цифрами 1 и 2 снизу помечены два взаимодействующих нейтрино. Из этого выражения видно, что два нейтрино в одинаковых состояниях не взаимодействуют. Подставляя сюда найденные выше значения третьих параметров нейтрино в двух состояниях, получаем, как и должно быть,

$$(A_1 - Z'_\nu)(A_1 - Z'_\nu) = \tilde{g}_{\nu L}^2. \quad (7.4.14)$$

7.5. Сравнение с описаниями взаимодействий в иных теориях

Произведем сравнение полученных результатов в данном варианте реляционной теории с ранее уже сложившимися вариантами теории электромагнитных и электрослабых взаимодействий.

7.5.1. Теория прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия Фоккера—Фейнмана

1. Прежде всего, полученные выше результаты следует сопоставить с родственной реляционной теорией, каковой является рассмотренная ранее теория прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия Фоккера—Фейнмана.

Сравнивая выражения (7.3.9) с (3.1.13.), находим, что из среднего блока базового 4×4 -отношения получается вклад, соответствующий парному отношению из системы токовых отношений. Именно по этой причине выражение (7.3.9) было названо *прообразом S-матрицы процесса электромагнитного взаимодействия*.

2. Особое внимание следует обратить на то, что в рамках данной модели на базе БСКО ранга (4,4) получается естественное обоснование зарядового (нормирующего) множителя в токовом пространстве. Напомним, что в рамках унарной модели имелся произвол в выборе конформного фактора, в качестве которого можно было выбрать единицу, тогда получалось бы пространство скоростей; можно было выбрать массу частиц, что привело бы к импульсному пространству выделенного сорта частиц, а можно было выбрать нормировку на электрический заряд. В данной же модели следует говорить о нормировке внешних параметров на единицу (они определяют пространство скоростей), а проявляющаяся в классической теории нормировка на электрический заряд обусловлена наличием третьих параметров элементов.

3. В полученном выражении прообраза S-матрицы процесса электромагнитного взаимодействия (или прообраза действия) отсутствует вклад от второго — пространственно-временного отношения. Его нужно ввести, как и в унарной теории, т. е. представить прообраз действия в виде

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(A)}(e_1, e_2) &= \\ &= \frac{\tilde{e}^2}{2} [(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L}) + (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})] \times [(\bar{e}_{2L}\gamma^\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R}\gamma^\mu e_{2R})] \delta(s^2(1, 2)). \end{aligned} \quad (7.5.1)$$

Отсюда можно получить прообраз электромагнитного потенциала, создаваемого второй частицы в месте нахождения первой частицы:

$$A_\mu(1, 2) = \tilde{e}[(\bar{e}_{2L}\gamma^\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R}\gamma^\mu e_{2R})]\delta(s^2(1, 2)). \quad (7.5.2)$$

4. Возникновение вклада от пространственно-временных отношений в данной модели следует трактовать как проявление обменного характера взаимодействий. Следует говорить о более глобальном пребывании частиц в двух состояниях: своеобразном (токовом) U_A -состоянии, характеризуемом отличным от нуля фундаментальным 2×2 -отношением из внешних параметров, и в вырожденном (пространственно-временном) V_A -состоянии по внешним параметрам. Это можно трактовать как отражение того факта, что в U_A -состоянии частицы характеризуются парой некомпланарных 2-компонентных спиноров, тогда как в V_A -состоянии частицы характеризуются одиночным 2-компонентным спинором (или парой компланарных спиноров). Построение ток-токовых выражений обусловлено отношениями между U -состояниями взаимодействующих частиц, тогда как появление пространственно-временных отношений (дельта-функции в (7.5.1)) можно понимать как вклад отношения между V_A -состояниями двух взаимодействующих частиц. Таким образом, процесс взаимодействия двух частиц и по внешним параметрам состоит в обмене состояниями: одна частица переходит из токового U_A -состояния в пространственно-временное V_A -состояние, а вторая частица, наоборот, переходит из пространственно-временного в токовое состояние.

5. В данной модели на базе БСКО ранга (4,4) обосновывается парное электромагнитное отношение двух взаимодействующих частиц. Для введенных ток-токовых отношений опять можно записать закон УСВО ранга (5) вида (3.1.4) и далее провести все те же рассуждения, что и в гл. 3, которые обосновывают возникновение гравитационных взаимодействий и проявления принципа Маха.

7.5.2. Сопоставление с калибровочной моделью Вайнберга—Салама—Глэшоу

Сопоставим полученные выше результаты по прообразу Z -взаимодействий лептонов в данной реляционной модели на базе БСКО ранга (4,4) с выводами калибровочной модели электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама—Глэшоу. Самые необходимые сведения из калибровочной модели приведены в Приложении А.1.

Из сравнения видно, что в обеих моделях возникают сходные комбинации из вектор-векторных, псевдовектор-векторных и псевдовектор-псевдовекторных характеристик двух взаимодействующих частиц. Основное внимание следует обратить на коэффициенты при квадратичных

слагаемых, главным образом на число независимых констант, определяющих эти коэффициенты.

В модели *бинарной геометрофизики* на базе БСКО ранга (4,4) было введено 5 констант:

$$A_1, A_2, Z_L, Z_R, Z'_{\nu L}. \quad (7.5.3)$$

Им соответствовали 4 комбинации из дополнительных параметров, определяющие заряды частиц:

$$\tilde{e} = (A_1 - A_2), \quad \tilde{g}_{eL} = (A_1 - Z_R), \quad \tilde{g}_{eR} = (A_1 - Z_L), \quad \tilde{g}_{\nu} = (A_1 - Z'_{\nu L}). \quad (7.5.4)$$

В модели *Вайнберга—Салама—Глэшоу* имеются две независимые константы g_1 и g_2 и набор из 6 постулированных значений гиперзарядов и изотопических спинов двух компонент массивного лептона и левой компоненты нейтрино.

Сравним друг с другом, с одной стороны, выражения, полученные из базового 4×4 -отношения бинарной геометрофизики, и, с другой стороны, заряды частиц в модели Вайнберга—Салама—Глэшоу.

1. Электромагнитное взаимодействие

Прежде всего, перепишем через константы калибровочной модели Вайнберга—Салама—Глэшоу электромагнитную часть плотности лагранжиана взаимодействия двух частиц:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}(e_1, e_2) &= \\ &= \frac{g_1^2 g_2^2}{g_1^2 + g_2^2} [(\bar{e}_{1L} \gamma^\mu e_{1L}) + (\bar{e}_{1R} \gamma^\mu e_{1R})] \times [(\bar{e}_{2L} \gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R} \gamma_\mu e_{2R})] D_A(1, 2), \end{aligned} \quad (7.5.5)$$

где в согласии с теорией Фоккера—Фейнмана записан электромагнитный векторный потенциал $A_\mu(1, 2)$:

$$A_\mu(1, 2) = - \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \int [(\bar{e}_{2L} \gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R} \gamma_\mu e_{2R})] D_A(1, 2) d\tilde{x}_{(2)}^4. \quad (7.5.6)$$

Здесь $D_A(1, 2)$ — пропагатор электромагнитного взаимодействия, соответствующий δ -функции в (7.5.1); $d\tilde{x}_{(2)}^4$ — символическая запись элемента 4-объема для второй частицы в теории поля.

Из сравнения формулы (7.3.9) в бинарной геометрофизике с зарядами в Приложении А.1 находим соответствие зарядов с точностью до некой размерной константы c_1 :

$$\tilde{e}^2 c_1^2 = (A_1 - A_2)^2 c_1^2 = \frac{g_1^2 g_2^2}{g_1^2 + g_2^2} \rightarrow \tilde{e} c_1 = \pm \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}. \quad (7.5.7)$$

2. Слабое взаимодействие двух массивных лептонов (через «промежуточный Z-бозон»)

Фермионную часть Z-взаимодействия двух массивных лептонов также можно представить в символическом виде (7.5.3) с введением аналогичного векторного Z-потенциала. Однако достаточно ограничиться сопоставлением зарядов (7.4.4)–(7.4.5) с найденными в калибровочной модели:

$$\tilde{g}_{eL}c_1 = (A_1 - Z_R)c_1 = \pm \frac{g_1^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}; \quad \tilde{g}_{eR}c_1 = (A_1 - Z_L)c_1 = \pm \frac{g_1^2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}. \quad (7.5.8)$$

3. Слабое Z-взаимодействие нейтрино

Из сопоставления (7.4.12) и (7.4.14) с соответствующими зарядами из калибровочной модели находим

$$\tilde{g}_{\nu L}c_1 = (A_1 - Z'_\nu)c_1 = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{2}. \quad (7.5.9)$$

Таким образом, можно утверждать, что при соответствующем выборе констант достигается соответствие реляционной и калибровочной моделей электрослабых взаимодействий (без учета вкладов заряженных W-бозонов).

7.6. Массовые и индивидуальные блоки базового 4 × 4-отношения

Рассмотрим оставшиеся блоки базового 4 × 4-отношения (7.2.3) (или (7.2.5)): массовые, индивидуальные и «лишние».

1. Массовые левый нижний и правый верхний члены (блоки) содержат слагаемые вида $\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$, где горизонтальная черта разделяет параметры, характеризующие две частицы. Такие выражения описывают скалярные взаимодействия двух частиц. Их можно сопоставить со слагаемыми в калибровочных моделях физических взаимодействий, вводимыми при помощи так называемого механизма Хиггса, т. е. трактуемыми как проявления взаимодействий с хиггсовскими скалярными бозонами. По этой причине эти блоки названы массовыми. Их можно записать через произведения скаляров соответствующих лептонов:

$$\begin{bmatrix} \alpha\beta \\ js \end{bmatrix} = (\bar{e}_{1L}e_{1R})(\bar{e}_{2R}e_{2L}); \quad \begin{bmatrix} \gamma\delta \\ ik \end{bmatrix} = (\bar{e}_{1R}e_{1L})(\bar{e}_{2L}e_{2R}), \quad (7.6.1)$$

где учтено, что инварианты (например, для первой частицы) представляются в виде

$$\alpha^1\beta^2 - \alpha^2\beta^1 = -(\bar{e}_{1L}e_{1R}); \quad i^1k^2 - i^2k^1 = -(\bar{e}_{1R}e_{1L}). \quad (7.6.2)$$

Эти слагаемые дают вклад в прообраз действия взаимодействия вида:

$$S_{(m)}(e_1, e_2) = (\bar{e}_{1L}e_{1R})(\bar{e}_{2R}e_{2L}) \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ i & k \end{pmatrix} + (\bar{e}_{1R}e_{1L})(\bar{e}_{2L}e_{2R}) \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ j & s \end{pmatrix}. \quad (7.6.3)$$

Подставляя в это выражение найденные выше значения внутренних параметров, убеждаемся, что для случая *слабых Z-взаимодействий* для верхнего правого блока получаем отличный от нуля результат:

$$S_{(m)}(e_1, e_2) = -(Z_L - Z_R)^2 (\bar{e}_{1R}e_{1L})(\bar{e}_{2L}e_{2R}), \quad (7.6.4)$$

где комбинация внутренних параметров $(Z_L - Z_R)^2$ с точностью до размерной константы соответствует вкладу в значение массы элементарных частиц, обусловленному взаимодействием двух частиц.

Для случая *электромагнитного взаимодействия* для получения отличного от нуля результата было положено, что детерминант из внутренних параметров (7.3.3) «слегка» отличается от нуля. Представление массы через квадратичную комбинацию из внутренних параметров в определенном смысле соответствует выводам, сделанным в гл. 3, где рассматривались теории прямого межчастичного гравитационного и электромагнитного взаимодействий. (Было показано, что в классической теории массу можно трактовать обусловленной суммой квадратов электрических зарядов частиц.)

2. Индивидуальные (диагональные) левый верхний $M(4, 0)$ и правый нижний блоки $M(0, 4)$ состоят из слагаемых, содержащих внешние параметры лишь одной из частиц. Во введенных обозначениях эти комбинации представляются в виде

$$\begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{1R}\gamma_\mu e_{1R}); \quad \begin{bmatrix} \gamma\delta \\ js \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_{2L}\gamma^\mu e_{2L})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R}). \quad (7.6.5)$$

Вклад этих слагаемых в прообраз действия записывается следующим образом

$$\begin{aligned} S_{\text{indiv}}(e_1, e_2) &= \\ &= \frac{1}{2}(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})(\bar{e}_{1R}\gamma_\mu e_{1R}) \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ j & s \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(\bar{e}_{2L}\gamma^\mu e_{2L})(\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R}) \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ i & k \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (7.6.6)$$

Подставляя в эти выражения найденные выше значения внутренних параметров, находим, что для случая *слабых Z-взаимодействий* комбинации из них имеют отличные от нуля, но малые по сравнению

с квадратами зарядов значения. Для случая электромагнитных взаимодействий индивидуальные слагаемые обращаются в нуль вследствие условия вырожденности V_A -состояния, т. е. из-за условия (7.3.5). Тем не менее эти слагаемые оказываются существенными вследствие необходимости учета принципа Маха, о чем будет речь ниже (см. разд. 7.7).

3. «Лишние» блоки. В оставшихся четырех крайних 1×4 - и 4×1 -блоках находятся слагаемые, содержащие по три параметра одной частицы и один параметр другой частицы. Легко убедиться, что для случая *электромагнитного взаимодействия*, вследствие условий вырожденности на значения внутренних параметров (7.3.5), эти слагаемые оказываются несущественными.

Для случая *слабых Z-взаимодействий* «лишние» блоки также вносят малый вклад по сравнению со слагаемыми внутреннего блока.

7.7. Соотношение базового 4×4 -отношения с лагранжианом спинорной частицы

Как уже отмечалось, базовое 4×4 -отношение является образом S -матрицы (действия) взаимодействующих частиц в теории поля. Прежде чем это обосновать, напомним, что в общепринятой теории лагранжиан строится, во-первых, в уже заданном классическом пространстве-времени, во-вторых, лагранжиан пишется для волновой функции, зависящей от координат, в-третьих, предполагается, что частица обладает индивидуальными характеристиками в виде заряда и массы. В данном же случае ничего этого нет. Пространство-время не сформировано, вместо волновой функции пока используются параметры элементов относительно элементарного базиса, а сами частицы проявляются через относительные параметры в процессе взаимодействия. Переход от таких абстрактных понятий к общепринятым обсужден в 5-й части книги, однако здесь, забегаая вперед, покажем, что действительно, базовое 4×4 -отношение приводит к общепринятому лагранжиану для спинорных частиц, электромагнитным образом взаимодействующих с окружающим миром.

7.7.1. Суммирование по окружающему миру

1. Для перехода к общепринятым выражениям, прежде всего, необходимо учесть, что в реляционном подходе действие (лагранжиан) пишется не исключительно для парного взаимодействия избранной частицы с какой-то другой, также избранной, а для частицы, окруженной частицами (событиями) всего окружающего мира. Это диктует необходимость ряда суммирований, в частности, по частицам окружающего

мира. Это означает, что в качестве прообраза действия (лагранжиана) должна рассматриваться сумма всех возможных базовых 4×4 -отношений с участием характеристик избранной частицы (их четверичных комбинаций):

$$\tilde{\mathcal{L}}(ik; \alpha\beta) = \sum_{(js; \gamma\delta)} \left\{ \begin{array}{c} \alpha\beta\gamma\delta \\ ikjs \end{array} \right\}, \quad (7.7.1)$$

где i, k, α, β — параметры выделенной частицы, а суммирование производится по всем частицам (событиям) окружающего мира. Напомним, что аналогичное суммирование производилось в гл. 3 при рассмотрении классической физики в унарном реляционном подходе.

Рассмотрим результаты суммирований для отдельных слагаемых (блоков) базового 4×4 -отношения.

2. **Массовые слагаемые** получаются суммированием выражений (7.6.3). Как уже отмечалось, U_A -состояния частиц характеризуются малым, но отличным от нуля значением разности третьих параметров для левой и правой компонент:

$$c_m = c_L^3 - c_R^3 \neq 0. \quad (7.7.2)$$

Подставляя это выражение в (7.6.3) и производя суммирование, получаем вклад в массовую часть прообраза лагранжиана частицы:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}_m(ik; \alpha\beta) &= \\ &= c_m^2 [(i^1 k^2 - i^2 k^1) \sum_{(\gamma\delta)} (\gamma^1 \delta^2 - \gamma^2 \delta^1) + (\alpha^1 \beta^2 - \alpha^2 \beta^1) \sum_{(js)} (j^1 s^2 - j^2 s^1)]. \end{aligned} \quad (7.7.3)$$

3. Учтем условие нормировки (6.1.24) инвариантов частиц окружающего мира, но не на заряд, а на единицу. Тогда, вводя число частиц N_U окружающего мира в состоянии U_A , приходим к прообразу массовой части лагранжиана выделенной частицы:

$$\tilde{\mathcal{L}}_m(ik; \alpha\beta) = [(i^1 k^2 - i^2 k^1) + (\alpha^1 \beta^2 - \alpha^2 \beta^1)] c_m^2 N_U^2, \quad (7.7.4)$$

где квадрат числа N_U возник вследствие того, что внешние и внутренние параметры могут быть заимствованы от разных частиц, пребывающих в U_A -состоянии.

Очевидно, что возникшая здесь комбинация безразмерных слагаемых должна быть сопоставлена со значением (безразмерной) массы выделенной частицы

$$c_m^2 N_U^2 \rightarrow \tilde{m}. \quad (7.7.5)$$

4. Напомним, что значения инвариантов из внешних параметров, согласно (6.1.24), могут принимать как положительное значение (+1), так и отрицательное (-1). Для частиц и античастиц знаки разные. Чтобы значение массы всегда было положительным, необходимо связать значения внешних и внутренних инвариантов так, чтобы их произведение было положительным. Поскольку внутренний инвариант определяется разностью параметров (с индексом 3) левой и правой компонент, то данное условие означает, что при замене частицы на античастицу (C -преобразование) должны меняться местами левая и правая компоненты (P -преобразование). Учитывая известное утверждение, что частицы и античастицы движутся в противоположных направлениях времени (T -преобразование), приходим к необходимости выполнения CPT -теоремы.

5. Это выражение должно быть сопоставлено с определением (также безразмерной) массы частицы (3.2.5)–(3.2.8), т. е.

$$c_m^2 N_U^2 = \tilde{e}^2 \sqrt{C_2} = \sqrt{C_2} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right). \quad (7.7.6)$$

Таким образом, сделанное ранее утверждение о пропорциональности массы частицы квадрату электрического заряда заменяется на пропорциональность квадрату величины c_m , образованной из тех же параметров, которые приводят к электрическому заряду, а введенная ранее нормировочная константа C_2 определяется отношением константы c_m к электрическому заряду \tilde{e} и числом суммируемых частиц (событий) окружающего мира N_U .

6. **Индивидуальные слагаемые** из суммы базовых 4×4 -отношений определяют динамическую часть прообраза действия спинорной частицы. Чтобы в этом убедиться, прежде всего, опять необходимо произвести суммирование соответствующих слагаемых (7.6.6) по всем частицам окружающего мира:

$$\tilde{\mathcal{L}}_{\text{dynam}}(ik; \alpha\beta) = \eta^{\mu\nu} (\bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi) (\bar{\Psi} \gamma_\nu \Psi) c_m^2 \frac{N_U(N_U - 1)}{2}. \quad (7.7.7)$$

Здесь получен отличный от нуля результат вследствие того, что при суммировании по третьим частицам можно брать параметры не одной, а двух третьих частиц, пребывающих в U_A -состояниях. Подчеркнем, что пока в (7.7.7) избранная частица характеризуется параметрами относительно элементарного базиса, т. е. биспинорным столбцом и строкой, определенными в (6.1.3).

7. **Слагаемые, описывающие электромагнитное взаимодействие** выделенной частицы с окружающим миром, получаются из среднего блока слагаемых в (7.3.9). В нем также нужно заменить векторную характеристику избранной частицы на известное выражение для

плотности 4-скорости (через волновую функцию). Кроме того, сумму воздействий всех окружающих частиц теперь следует трактовать как суммарный векторный электромагнитный потенциал

$$\sum_{js;\gamma\delta} j_{\mu}(js;\gamma\delta) \rightarrow A_{\mu}. \quad (7.7.8)$$

7.7.2. Переход к волновым функциям

1. Следующим важным обстоятельством, которое нужно учесть, является тот факт, что в стандартной теории частица характеризуется не относительно элементарного базиса, а относительно макроприбора, представляющего собой некую огромную совокупность элементарных базисов. Кроме того, частицы описываются посредством не одной БСКО, а их гигантским ансамблем. Это и ряд других факторов приводит к тому, что биспинорные (числовые) столбцы и строки заменяются на 4-компонентные волновые функции, «размазанные» в 4-мерном классическом пространстве-времени:

$$\Psi \rightarrow \psi(x^{\mu}); \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\psi}(x^{\mu}). \quad (7.7.9)$$

2. Данная замена в прообразе **массового слагаемого** (7.7.4) означает переход от числового инварианта к плотности скаляра:

$$(i^1 k^2 - i^2 k^1) + (\alpha^1 \beta^2 - \alpha^2 \beta^1) \rightarrow \bar{\psi}\psi. \quad (7.7.10)$$

3. Чтобы перейти от (7.7.7) к общепринятой **динамической части** в лагранжиане спинорной частицы, необходимо, во-первых, заменить одно из векторных слагаемых в (7.7.7) на значение 4-скорости, согласно ранее данной интерпретации внешних параметров:

$$(\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\Psi) = u_{\mu}, \quad (7.7.11)$$

во-вторых, второе векторное слагаемое записать через волновую функцию в виде плотности 4-скорости частицы:

$$(\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\Psi) \rightarrow (\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi) \quad (7.7.12)$$

и, в-третьих, нужно использовать известный квантовомеханический постулат, согласно которому импульс частицы (произведение скорости на массу) представляется как собственное значение оператора дифференцирования волновой функции (в координатном представлении) по координатам:

$$m u_{\mu}\psi = i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial x^{\mu}} \quad \text{или} \quad m u_{\mu}\bar{\psi} = -i\hbar \frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x^{\mu}}. \quad (7.7.13)$$

4. Для слагаемых (7.3.9), описывающих электромагнитное взаимодействие, переход от числовых выражений к волновым функциям приводит к вкладу в лагранжиан избранной частицы:

$$\tilde{\mathcal{L}}_{int}(ik; \alpha\beta) = \frac{e}{\hbar c} \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu. \quad (7.7.14)$$

5. Собирая вместе все рассмотренные слагаемые, в итоге приходим к лагранжиану выделенной частицы, электромагнитно взаимодействующей с окружающим миром:

$$\mathcal{L} = i\hbar \left\{ \bar{\psi} \gamma^\mu \left(\frac{\partial}{\partial x^\mu} - \frac{ie}{\hbar} A_\mu \right) \psi - \left[\left(\frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{ie}{\hbar} A_\mu \right) \bar{\psi} \right] \gamma^\mu \psi \right\} - 2 \frac{mc}{\hbar} \bar{\psi} \psi. \quad (7.7.15)$$

7.8. Анализ бинарного аналога теории Калуцы

Завершая данную главу, обсудим два круга вопросов: во-первых, соотношение простейшего бинарного многомерия с 5-мерной теорией Калуцы и, во-вторых, сформулируем главные уроки, которые можно извлечь из рассмотренной теории в рамках БСКО ранга (4,4), для построения объединенной реляционной теории физических взаимодействий.

7.8.1. Теория Калуцы и ее бинарный аналог

1. Прежде всего, следует отметить, что рассмотренная здесь модель имеет значительно больше **общих черт** с теорией Калуцы, нежели реляционная теория физических взаимодействий на базе УСВО, проанализированная в гл. 3. Во-первых, в ней рассмотрен самый непосредственный аналог многомерия, основанный на увеличении бинарного прообраза геометрической размерности — от ранга (3,3) до ранга (4,4).

Во-вторых, в этой теории самым непосредственным образом использована процедура 1+2-расщепления параметров элементов, связанная с выделением из группы $SL(3, C)$ подгруппы $SL(2, C)$, соответствующей 4-мерным преобразованиям.

В-третьих, в данной модели, электрические (и иные) заряды частиц описываются дополнительными параметрами, как и в теории Калуцы, где заряд является дополнительной компонентой импульса частицы.

2. Однако имеются и **существенные различия**.

Во-первых, в 5-мерной теории Калуцы во главу угла ставится координатное пространство (база), соответствующее пространственно-временным отношениям, тогда как в бинарной геометрофизике при записи

базового 4×4 -отношения во главу угла ставилась именно токовая (импульсная) система отношений.

Во-вторых, из изложенного в этой главе следует, что в рамках БСКО ранга $(4,4)$ описываются не только электромагнитные взаимодействия, но и, сверх того, ряд свойств электрослабых взаимодействий лептонов, впервые вскрытые в рамках калибровочной модели Вайнберга—Салама—Глэшоу. На языке многомерных геометрических моделей физических взаимодействий это означает, что изложенная теория соответствует варианту 6-мерной модели, т. е. теории с двумя дополнительными размерностями.

В связи с этим напомним, что в многомерных геометрических моделях каждому заряду ставится в соответствие своя размерность. Поскольку в модели Вайнберга—Салама—Глэшоу частицы обладают двумя зарядами: электромагнитным и Z -зарядом, то необходимы две размерности. Это соответствует также тому факту, что в электрослабых взаимодействиях заряды выражаются через две константы g_1 и g_2 .

В данной реляционной модели два вида зарядов следуют не из двух новых размерностей, а из двух возможностей в обменных взаимодействиях, соответствующих либо условию вырожденности V_A -состояния (7.3.5) (случай электромагнетизма), либо условию невырожденности V_Z -состояния (7.4.1) (случай слабых Z -взаимодействий).

В-третьих, в рассмотренной модели автоматически возникают массовые слагаемые. Напомним, на получение масс в рамках унарных геометрических моделей нацелен вариант 5-мерия О. Клейна. Этот вариант отличается от 5-мерной теории Калуцы. С учетом этих замечаний можно утверждать, что рассмотренный вариант бинарного многомерия включает в себя существенные моменты не 5-мерной, а 7-мерной унарной геометрической теории.

7.8.2. Уроки бинарного аналога теории Калуцы

Но самое главное состоит в том, что изложенная простейшая модель позволила вскрыть ряд важных черт описания физических взаимодействий, которые использованы в следующей части книги при построении единой реляционной теории известных видов взаимодействий. Перечислим главные из них.

1. Простейший вариант теории на основе БСКО ранга $(4,4)$, оказавшийся прямым аналогом 5-мерной теории Калуцы, подсказывает путь построения объединенной теории физических взаимодействий посредством увеличения ранга $r > 4$ используемой БСКО.

2. В бинарном многомерии ключевым выражением, играющим роль действия (лагранжиана или гамильтониана) в теориях поля, является

базовое $r \times r$ -отношение, симметричным образом построенное из параметров элементов взаимодействующих частиц.

3. Поскольку взаимодействующие частицы равноправно участвуют в определении базового $r \times r$ -отношения, то ранг БСКО должен быть четным, т. е. $r = 2n$. Отсюда следует вывод, что следующим кандидатом на роль необходимой системы отношений является БСКО ранга (6,6).

4. В бинарной геометрофизике частицы должны определяться числом элементов $n = r/2$, т. е. их определение жестко связано с рангом используемой БСКО.

5. Для единообразного описания физических взаимодействий всех видов частиц необходимо использовать одинаковое их определение в виде $(r/2) \times (r - 1)$ -матриц из параметров элементов. В рамках простейшей модели на основе БСКО ранга (4,4) это были 2×3 -матрицы, причем через них определялись как массивные лептоны, так и нейтрино.

6. Физические взаимодействия в реляционном подходе имеют обменный характер. Это означает, что каждая частица может пребывать в нормальном U -состоянии и в одном или в нескольких V -состояниях. Процесс взаимодействия состоит в обмене состояниями двух взаимодействующих частиц. Этот принцип соответствует определению глюонных полей, меняющих цветовые состояния кварков в калибровочной теории сильных взаимодействий, и обмену фотонами и промежуточными бозонами в моделях электрослабых взаимодействий.

7. При построении теории необходимо использовать метод $2 + (r - 3)$ -расщепления параметров на два внешних и $(r - 3)$ внутренних параметра, что фактически соответствует расщеплению исходной БСКО ранга (r, r) на БСКО ранга (3,3) и БСКО ранга $(r - 2, r - 2)$. Это соответствует методу $5 = 4 + 1$ -расщепления в 5-мерной теории Калуцы или методам $n = 4 + (n - 4)$ -расщепления в многомерных (унарных) геометрических моделях физических взаимодействий.

8. Внешние параметры элементов ответственны за возникновение 4-мерных пространственно-временных (импульсных и координатных) понятий, тогда как внутренние, дополнительные параметры определяют заряды взаимодействующих частиц. Это соответствует тому, что в 5-мерной теории Калуцы дополнительная, 5-я компонента импульса физически интерпретируется как электрический заряд частицы. В унарных геометрических теориях большей размерности возникает больше дополнительных компонент импульса, которые определяют заряды электрослабых и сильных взаимодействий. Этот же принцип будет сохранен и в бинарном многомерии большей размерности.

9. В данном подходе принципиально меняется характер понятия зарядов элементарных частиц. В общепринятой теории заряды представляют собой внутреннее свойство элементарных частиц, тогда как в бинарной геометрофизике заряды оказываются относительной харак-

теристикой взаимодействующих частиц. Согласно записанным выше формулам, электрический заряд определяется в виде разности дополнительных (третьих) параметров двух взаимодействующих частиц и теряет смысл при рассмотрении лишь одной частицы.

Наконец, назовем главные причины недостаточности ранга (4,4) БСКО для решения ряда актуальных проблем современной физики.

- 1) Данная модель нацелена на описание, главным образом, электромагнитных взаимодействий. Слабые взаимодействия через промежуточные нейтральные Z -бозоны возникают как бы сверх программы. Для более полного соответствия с калибровочной моделью электрослабых взаимодействий еще необходимо определить взаимодействие через промежуточные заряженные W^\pm -бозоны.

В рамках модели на базе БСКО ранга (4,4) нет достаточно обоснованного способа введения реляционного аналога заряженных W^\pm -бозонов. (В принципе, их ввести можно, однако это достигается посредством дополнительных искусственных постулатов.)

- 2) В данной модели нет возможности описывать барионы и сильные взаимодействия. Впрочем, это недостаток такого же рода, что и 5-мерной теории Калуцы, а также калибровочной модели электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама—Глэшоу.
- 3) Имеются серьезные трудности с описанием частиц трех поколений.

Как будет показано в следующей части книги (см. гл. 10, 11, 12), решение этих и ряда других проблем достигается переходом к теории БСКО более высокого ранга, точнее, переходом к БСКО ранга (6,6).

Поскольку в этой главе рассмотрен бинарный аналог 5-мерной теории Калуцы, которая в свое время положила начало исследованиям в рамках (унарных) многомерных геометрических моделей физических взаимодействий, то хотелось бы завершить главу словами Т. Калуцы, приведенными в заключении его классической работы по 5-мерию: «Полностью учитывая все физические и теоретико-познавательные трудности, громоздящиеся на нашем пути при изложенном подходе, все же нелегко примириться с мыслью, что все эти соотношения, которые вряд ли можно превзойти по достигнутой в них степени формального единства, — всего лишь капризная игра обманчивой случайности» [42, с. 534].

Без существенного ущерба для понимания читатель может опустить следующие две главы и сразу приступить к главе 10, где рассматривается объединенная реляционная теория физических взаимодействий на базе БСКО ранга (6,6).

Финслеровы 3-компонентные спиноры и геометрия



Если в рамках БСКО ранга (3,3) формулируется новый подход к теории 2-компонентных спиноров и к получаемым из них 4-мерным векторам, то в БСКО следующего ранга (4,4) по тем же правилам строится теория объектов, которые естественно назвать 3-компонентными спинорами. Таким образом открывается новый канал обобщения понятия 2-компонентного спинора.

Из 3-компонентных спиноров по прежним правилам строятся 9-компонентные векторы, для которых имеют место *кубичные* метрические отношения, а от них можно перейти к новым видам унарных геометрий, которые позволяют с более общих позиций осознать ряд привычных свойств общеизвестных 4-мерных геометрий.

8.1. Трехкомпонентные спиноры

Принято считать, что спиноры (2-, 4-компонентные и обобщенные спиноры) могут иметь лишь 2^n компонент, где n — целое число. Это следует из определения спиноров на основе алгебр Клиффорда $C(p, q)$ над полем вещественных чисел. Здесь же предлагается другой канал обобщения 2-компонентных спиноров, допускающий 3 и иное число компонент [22, 85–87]. Такие обобщенные спиноры естественно назвать *финслеровыми спинорами*.

8.1.1. Определение 3-компонентных финслеровых спиноров

Трехкомпонентные финслеровы спиноры определяются точно так же, как и 2-компонентные спиноры с заменой двух компонент на три, поскольку каждый элемент БСКО ранга (4,4), согласно (7.1.2), описывается вектором в 3-мерном комплексном пространстве. В каждом из двух множеств (пространств) элементов определены линейные преобразования (7.1.4). Далее, поскольку фундаментальное 3×3 -отношение,

согласно (7.1.3), представляется в виде произведения двух определителей из параметров одного множества, то каждый из определителей можно рассматривать как антисимметричную (кубичную) форму для троек элементов в соответствующем множестве. Так, в множестве \mathcal{M} для трех элементов i, k, j определено тройное отношение

$$b_{(ikj)} \equiv \begin{vmatrix} i^1 & k^1 & j^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 \\ i^3 & k^3 & j^3 \end{vmatrix} \equiv \varepsilon_{sr} i^s k^r j^l = \\ = i^1 k^2 j^3 + i^3 k^1 j^2 + i^2 k^3 j^1 - i^3 k^2 j^1 - i^2 k^1 j^3 - i^1 k^3 j^2, \quad (8.1.1)$$

играющее такую же роль, что и (4.3.3) в теории 2-компонентных спиноров в рамках БСКО ранга (3,3).

Остается лишь ограничиться такими преобразованиями из (7.1.4), которые оставляют инвариантными эти кубичные формы. Легко убедиться, что при преобразованиях (7.1.4)

$$b'_{(ikj)} = \begin{vmatrix} C_1^1 & C_2^1 & C_3^1 \\ C_1^2 & C_2^2 & C_3^2 \\ C_1^3 & C_2^3 & C_3^3 \end{vmatrix} b_{(ikj)}, \quad (8.1.2)$$

т. е. для инвариантности $b_{(ikj)}$ на коэффициенты C_r^s следует наложить условие

$$C_1^1 C_2^2 C_3^3 + C_1^3 C_2^1 C_3^2 + C_1^2 C_2^3 C_3^1 - C_1^3 C_2^2 C_3^1 - C_1^1 C_2^3 C_3^2 - C_1^2 C_2^1 C_3^3 \equiv \Delta_c = 1, \quad (8.1.3)$$

обобщающее (4.3.2) в теории БСКО ранга (3,3). Это два условия на 18 вещественных параметров.

Таким образом, можно утверждать, что налицо аналоги всех трех составляющих в определении 2-компонентных спиноров: векторы в комплексном пространстве, линейные преобразования и инвариантная относительно них антисимметричная форма, т. е., действительно, в теории БСКО ранга (4,4) возникают величины, которые естественно назвать 3-компонентными (финслеровыми) спинорами. Термин «финслеровы» обусловлен тем, что унарные геометрии с более общим, нежели общепринятое квадратичное, мероопределением принято называть финслеровыми геометриями.

Линейные преобразования (7.1.4) с условием (8.1.3) составляют *унимодулярную* (16-параметрическую) *группу* $SL(3, C)$. Эта группа преобразований играет в теории БСКО ранга (4,4) ту же роль, что 6-параметрическая группа $SL(2, C)$ в теории БСКО ранга (3,3).

Точно так же определяются финслеровы (сопряженные) спиноры во втором множестве элементов \mathcal{N} . (В тех случаях, когда возможны недоразумения, индексы сопряженных спиноров будем помечать точкой сверху.)

8.1.2. Алгебра трехкомпонентных спиноров

1. В формуле для спинорного инварианта (8.1.1) величина $g_{srl} = \varepsilon_{srl}$ является метрическим спин-тензором, совпадающим с 3-индексным символом Леви—Чивиты.

Введенные выше компоненты 3-спиноров будем считать контравариантными. По аналогии со случаем 2-компонентных спиноров определим соответствующие им ковариантные компоненты. Напомним, что в теории 2-компонентных спиноров метрический спин-тензор обладал двумя индексами. Это позволяло однозначно определять соответствие ко- и контравариантных спиноров. В данном же случае метрический спин-тензор имеет три индекса, поэтому с его помощью можно 1-индексным величинам ставить в соответствие 2-индексные и обратно:

$$l_{sr} = \varepsilon_{srl} l^l; \quad (lt)_s = \varepsilon_{srl} l^r t^l. \quad (8.1.4)$$

Примером величин с ковариантными индексами являются миноры матрицы (8.1.1):

$$(kj)_1 = \begin{vmatrix} k^2 & j^2 \\ k^3 & j^3 \end{vmatrix} \equiv l_1; \quad (kj)_2 = \begin{vmatrix} k^3 & j^3 \\ k^1 & j^1 \end{vmatrix} \equiv l_2; \quad (kj)_3 = \begin{vmatrix} k^1 & j^1 \\ k^2 & j^2 \end{vmatrix} \equiv l_3, \quad (8.1.5)$$

так что (8.1.1) можно переписать в виде

$$(\vec{i}, \vec{k}, \vec{j}) = i^s (kj)_s \equiv i^s l_s. \quad (8.1.6)$$

2. Рассмотрим, как преобразуются ковариантные спиноры при преобразованиях из группы $SL(3, C)$. Произведя преобразования, например, в формулах (8.1.5), легко найти, что

$$\begin{pmatrix} l'_1 \\ l'_2 \\ l'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1^1 & Q_1^2 & Q_1^3 \\ Q_2^1 & Q_2^2 & Q_2^3 \\ Q_3^1 & Q_3^2 & Q_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{pmatrix}, \quad (8.1.7)$$

где элементы матрицы (Q_s^k) (в соответствии с тем, как она записана в (8.1.7)) имеют вид

$$(Q_s^k) = \begin{pmatrix} C_2^2 C_3^3 - C_2^3 C_3^2 & C_1^3 C_3^2 - C_1^2 C_3^3 & C_1^2 C_2^3 - C_1^3 C_2^2 \\ C_3^1 C_2^3 - C_3^2 C_2^1 & C_1^1 C_3^3 - C_1^3 C_3^1 & C_2^1 C_3^1 - C_1^1 C_2^3 \\ C_2^1 C_3^2 - C_2^2 C_3^1 & C_1^2 C_3^1 - C_1^1 C_3^2 & C_1^1 C_2^2 - C_1^2 C_2^1 \end{pmatrix}. \quad (8.1.8)$$

В самом общем случае преобразований (8.1.7) матрица (Q_s^k) с точностью до коэффициента является матрицей, обратной $(C_s^k)^\top$, (индекс \top означает транспонирование)

$$(C_s^k)^\top \cdot (Q_r^l) = \Delta_c \cdot I_3, \quad (8.1.9)$$

где Δ_c — определитель матрицы (C_s^k) . Для группы преобразований $SL(3, C)$, согласно (8.1.3), $\Delta_c = 1$, т. е. матрица (Q) является обратной к матрице $(C)^\top$.

3. Аналогично изложенному в разд. 4.3 (см. (4.3.18)) можно определить *обобщенные спинтензоры* как величины, преобразующиеся согласно (4.3.19). Очевидно также обобщение на смешанные спинтензоры (с ковариантными и контравариантными индексами). Легко также ввести соответствующие инварианты из спинтензорных величин.

8.1.3. Преобразования из группы $U(3)$

1. Из всех возможных преобразований параметров (7.1.4), обусловленных изменением систем эталонных элементов (базисов), выделим такие, которые оставляют инвариантными парные отношения:

$$u'_{i\alpha} = i'^1 \alpha'^1 + i'^2 \alpha'^2 + i'^3 \alpha'^3 = u_{i\alpha}, \quad (8.1.10)$$

т. е. не выводят за пределы одной системы отношений ранга (4,4). Это требование налагает следующие условия на коэффициенты преобразований из (7.1.4):

$$\begin{aligned} C_1^1 C_1^* 1 + C_1^2 C_1^* 2 + C_1^3 C_1^* 3 &= 1; \\ C_2^1 C_2^* 1 + C_2^2 C_2^* 2 + C_2^3 C_2^* 3 &= 1; \\ C_3^1 C_3^* 1 + C_3^2 C_3^* 2 + C_3^3 C_3^* 3 &= 1; \end{aligned} \quad (8.1.11)$$

$$\begin{aligned} C_1^1 C_2^* 2 + C_1^2 C_2^* 1 + C_1^3 C_2^* 3 &= 0; \\ C_1^1 C_3^* 3 + C_1^2 C_3^* 1 + C_1^3 C_3^* 2 &= 0; \\ C_2^1 C_3^* 3 + C_2^2 C_3^* 1 + C_2^3 C_3^* 2 &= 0. \end{aligned} \quad (8.1.12)$$

Очевидно, что соотношения (8.1.11) вещественны, а (8.1.12) комплексны, т. е. они налагают 9 условий на 18 вещественных чисел. Итого, имеем 9 независимых вещественных параметров, характеризующих введенные преобразования.

2. Группа комплексных линейных преобразований (7.1.4), оставляющих инвариантной билинейную форму вида (8.1.10), называется *унитарной группой* $U(3)$. Эти преобразования соответствуют унитарным преобразованиям $U(2)$ в теории БСКО ранга (3,3), а условия (8.1.11), (8.1.12) соответствуют условиям (4.2.17).

3. Имеется важное свойство преобразований из группы $U(3)$: коэффициенты любого столбца матрицы (C_r^s) можно выразить через комплексно сопряженные элементы других столбцов и определитель этой матрицы. Докажем это. Начнем с коэффициентов третьего столбца C_3^s . Выделим из (8.1.11) и (8.1.12) следующие три соотношения:

$$\begin{aligned} C_3^1 \overset{*}{C}_3^1 + C_3^2 \overset{*}{C}_3^2 + C_3^3 \overset{*}{C}_3^3 &= 1; \\ C_1^1 \overset{*}{C}_3^1 + C_1^2 \overset{*}{C}_3^2 + C_1^3 \overset{*}{C}_3^3 &= 0; \\ C_2^1 \overset{*}{C}_3^1 + C_2^2 \overset{*}{C}_3^2 + C_2^3 \overset{*}{C}_3^3 &= 0 \end{aligned} \tag{8.1.13}$$

и посмотрим на них как на систему из трех линейных алгебраических уравнений относительно величин $\overset{*}{C}_3^s$. Ее решение имеет вид

$$\begin{aligned} \overset{*}{C}_3^1 &= \frac{1}{\Delta_c} (C_1^2 C_2^3 - C_1^3 C_2^2); & \overset{*}{C}_3^2 &= \frac{1}{\Delta_c} (C_2^1 C_1^3 - C_1^1 C_2^3); \\ \overset{*}{C}_3^3 &= \frac{1}{\Delta_c} (C_1^1 C_2^2 - C_1^2 C_2^1), \end{aligned}$$

где Δ_c — детерминант матрицы (C_r^s) . Аналогично находятся коэффициенты $\overset{*}{C}_1^s$ и $\overset{*}{C}_2^s$. Собирая все эти выражения, можно записать матричное соотношение

$$\begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 & C_3^1 \\ C_1^2 & C_2^2 & C_3^2 \\ C_1^3 & C_2^3 & C_3^3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\overset{*}{\Delta}_c} \begin{pmatrix} C_2^2 \overset{*}{C}_3^3 - \overset{*}{C}_3^2 C_2^3 & C_1^3 \overset{*}{C}_3^2 - \overset{*}{C}_2^1 C_1^3 & C_1^2 \overset{*}{C}_3^3 - \overset{*}{C}_3^1 C_1^2 \\ \overset{*}{C}_3^1 C_2^3 - \overset{*}{C}_2^2 C_3^1 & C_1^1 \overset{*}{C}_3^3 - \overset{*}{C}_3^1 C_1^1 & C_2^1 \overset{*}{C}_3^3 - \overset{*}{C}_3^1 C_2^1 \\ \overset{*}{C}_2^1 \overset{*}{C}_3^2 - \overset{*}{C}_3^2 C_2^1 & C_1^1 \overset{*}{C}_3^2 - \overset{*}{C}_2^1 C_1^1 & C_1^1 \overset{*}{C}_2^2 - \overset{*}{C}_2^2 C_1^1 \end{pmatrix}. \tag{8.1.14}$$

8.1.4. Подгруппа $SU(3)$ и бусты

Преобразования (7.1.4) с коэффициентами, одновременно удовлетворяющими условиям (8.1.11)–(8.1.12) и (8.1.3), образуют группу *унитарных унимодулярных преобразований* $SU(3)$, характеризуемую 8 независимыми вещественными параметрами. (Заметим, что условие (8.1.3) при выполнении (8.1.11)–(8.1.12) означает только одно дополнительное условие.) Очевидно, что подгруппа $SU(3)$ играет роль подгруппы $SU(2)$ в теории БСКО ранга (3,3)

Для группы преобразований $SU(3)$ формулы (8.1.14) означают

$$(C_r^s) = (\overset{*}{Q}_r^s). \tag{8.1.15}$$

Здесь учтено, что, согласно (8.1.3), $\overset{*}{\Delta}_c = 1$. Таким образом, при $SU(3)$ -преобразованиях ковариантные компоненты 3-спинора преобразуются как компоненты сопряженного контравариантного 3-спинора.

Произвольное преобразование из группы $SL(3, C)$ можно представить в виде произведения двух преобразований: одного из 8-параметрической группы $SU(3)$, характеризуемого унитарной матрицей, и некоторого второго преобразования, характеризуемого эрмитовой матрицей. Эрмитовы преобразования дополняют группу $SU(3)$ до группы $SL(3, C)$. Они не образуют группу и являются аналогами бустов в теории БСКО ранга (3,3). Коэффициенты обобщенных бустов можно представить в виде матрицы:

$$(C_r^s) = \begin{pmatrix} b_0 + b_3 & b_1 - ib_2 & b_4 - ib_5 \\ b_1 + ib_2 & b_0 - b_3 & b_6 - ib_7 \\ b_4 + ib_5 & b_6 + ib_7 & b_8 \end{pmatrix}, \quad (8.1.16)$$

где на 9 вещественных параметров b_A наложено условие (8.1.3), означающее

$$b_8(b_0^2 - b_1^2 - b_2^2 - b_3^2) + 2b_1(b_4b_6 + b_5b_7) + 2b_2(b_5b_6 - b_4b_7) - \\ - b_3(b_4^2 + b_5^2 - b_6^2 - b_7^2) - b_0(b_4^2 + b_5^2 + b_6^2 + b_7^2) = 1. \quad (8.1.17)$$

Таким образом, независимых вещественных параметров только восемь. Выражения (8.1.16) и (8.1.17) соответствуют 4-мерным формулам (4.3.8) и (4.3.9).

8.2. Девятимерные векторы

Аналогично 4-мерику, перейдем от 3-компонентных спинов к векторам. Это можно осуществить несколькими способами. Воспользуемся тем же способом, которым в гл. 5 были введены 4-мерные векторы.

8.2.1. Определение векторов

1. Будем исходить из выражений для смешанных спинтензоров B^{sr} , которые можно определить аналогично (5.1.6) для одной, двух или трех пар «сшитых» элементов. При выполнении условий «сшивки» (4.2.14) матрицу из компонент B^{sr} можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} B^{11} & B^{12} & B^{13} \\ B^{21} & B^{22} & B^{23} \\ B^{31} & B^{32} & B^{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B^0 + B^3 & B^1 - iB^2 & B^4 - iB^5 \\ B^1 + iB^2 & B^0 - B^3 & B^6 - iB^7 \\ B^4 + iB^5 & B^6 + iB^7 & B^8 \end{pmatrix} \equiv \\ \equiv B^0 \lambda_0 + \sum_{l=1}^8 B^l \lambda_l, \quad (8.2.1)$$

где B^0, B^1, \dots, B^8 — девять вещественных чисел,

$$\lambda_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{8.2.2}$$

а λ_l — восемь эрмитовых матриц Гелл-Манна, играющих в теории 3-компонентных спиноров такую же роль, что и матрицы Паули σ_l в теории 2-компонентных спиноров.

2. Запишем матрицы Гелл-Манна в следующем представлении:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_8 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{8.2.3}$$

Нетрудно записать ряд соотношений между матрицами λ_l , в некотором смысле аналогичные (5.1.3), однако теперь эти матрицы не являются образующими какой-либо алгебры Клиффорда.

Отметим, что это представление отличается от обычно используемого видом матрицы λ_8 :

$$\lambda'_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \tag{8.2.4}$$

3. Из формулы (8.2.1) нетрудно выразить вещественные числа B^0 и B^l через компоненты спинтензора B^{st} . Пусть спинтензор определен для трех «сшитых» пар элементов, когда

$$B_{(3)}^{st} = i^s \alpha^{\dot{r}} + k^s \beta^{\dot{r}} + j^s \gamma^{\dot{r}}. \tag{8.2.5}$$

В этом случае имеем

$$\begin{aligned}
 B_{(3)}^0 &= \frac{1}{2}(i^1\alpha^1 + i^2\alpha^2 + k^1\beta^1 + k^2\beta^2 + j^1\gamma^1 + j^2\gamma^2); \\
 B_{(3)}^1 &= \frac{1}{2}(i^1\alpha^2 + i^2\alpha^1 + k^1\beta^2 + k^2\beta^1 + j^1\gamma^2 + j^2\gamma^1); \\
 B_{(3)}^2 &= \frac{i}{2}(i^1\alpha^2 - i^2\alpha^1 + k^1\beta^2 - k^2\beta^1 + j^1\gamma^2 - j^2\gamma^1); \\
 B_{(3)}^3 &= \frac{1}{2}(i^1\alpha^1 - i^2\alpha^2 + k^1\beta^1 - k^2\beta^2 + j^1\gamma^1 - j^2\gamma^2); \\
 B_{(3)}^4 &= \frac{1}{2}(i^1\alpha^3 + i^3\alpha^1 + k^1\beta^3 + k^3\beta^1 + j^1\gamma^3 + j^3\gamma^1); \\
 B_{(3)}^5 &= \frac{i}{2}(i^1\alpha^3 - i^3\alpha^1 + k^1\beta^3 - k^3\beta^1 + j^1\gamma^3 - j^3\gamma^1); \\
 B_{(3)}^6 &= \frac{1}{2}(i^2\alpha^3 + i^3\alpha^2 + k^2\beta^3 + k^3\beta^2 + j^2\gamma^3 + j^3\gamma^2); \\
 B_{(3)}^7 &= \frac{i}{2}(i^2\alpha^3 - i^3\alpha^2 + k^2\beta^3 - k^3\beta^2 + j^2\gamma^3 - j^3\gamma^2); \\
 B_{(3)}^8 &= i^3\alpha^3 + k^3\beta^3 + j^3\gamma^3.
 \end{aligned} \tag{8.2.6}$$

4. В принципе, можно определить величины B^A с разными знаками вкладов сопряженных пар, составляющих $B^{s\bar{r}}$, а также для случаев, когда спинтензор определен для одной

$$B_{(1)}^{s\bar{r}} = i^s \alpha^{\bar{r}} \tag{8.2.7}$$

или для двух «спитых» пар, например

$$B_{(2)}^{s\bar{r}} = i^s \alpha^{\bar{r}} \pm k^s \beta^{\bar{r}}. \tag{8.2.8}$$

Очевидно, что в этих случаях первые четверки компонент совпадают с величинами, определенными в (5.1.5) и в (5.1.10). Здесь для них сохранены те же самые обозначения.

5. Зная коэффициенты преобразований спинорных компонент в (7.1.4), можно найти векторный закон преобразований компонент B^A относительно группы $SL(3, C)$ в 9-мерном многообразии

$$B'^A = L_{\cdot B}^A B^B, \tag{8.2.9}$$

где коэффициенты линейных преобразований $L_{\cdot B}^A$ выражаются через квадратичные комбинации из коэффициентов C_s^r и $C_s^* \bar{r}$ аналогично (5.2.2). Формулы для 81 компоненты $L_{\cdot B}^A$ выписаны в Приложении А.3.

6. Отметим, что комбинация компонент $B^0 + (1/2)B^8$ выражается через парные отношения (7.1.2), а они при преобразованиях из группы $SU(3)$ не изменяются. Следовательно, такие 8-параметрические преобразования затрагивают лишь 8 компонент (комбинаций) векторов. Они соответствуют 3-параметрическим пространственно-подобным поворотам в 4-мерной теории.

8.2.2. 9-Мерные инварианты

1. Введем спинтензорный инвариант

$$\frac{1}{6} \varepsilon_{slm} \varepsilon_{\dot{r}\dot{p}\dot{n}} B^{s\dot{r}} B^{l\dot{p}} B^{m\dot{n}} = \begin{vmatrix} B^{1\dot{1}} & B^{1\dot{2}} & B^{1\dot{3}} \\ B^{2\dot{1}} & B^{2\dot{2}} & B^{2\dot{3}} \\ B^{3\dot{1}} & B^{3\dot{2}} & B^{3\dot{3}} \end{vmatrix}, \quad (8.2.10)$$

непосредственно обобщающий инвариант (5.1.8) в теории 2-компонентных спиноров. Подставляя сюда компоненты 9-мерного вектора B^A из (8.2.6), находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \varepsilon_{slm} \varepsilon_{\dot{r}\dot{p}\dot{n}} B^{s\dot{r}} B^{l\dot{p}} B^{m\dot{n}} &\equiv G_{ABC} B^A B^B B^C = \\ &= B^8 \left((B^0)^2 - (B^1)^2 - (B^2)^2 - (B^3)^2 \right) + 2B^1 \left(B^4 B^6 + B^5 B^7 \right) - \\ &- B^0 \left((B^4)^2 + (B^5)^2 + (B^6)^2 + (B^7)^2 \right) + 2B^2 \left(B^5 B^6 - B^4 B^7 \right) + \\ &+ B^3 \left((B^4)^2 + (B^5)^2 - (B^6)^2 - (B^7)^2 \right). \end{aligned} \quad (8.2.11)$$

Это кубичное по компонентам вектора выражение заменяет 4-мерную релятивистски инвариантную квадратичную форму (5.1.8). При данном обобщении происходит не просто увеличение размерности с четырех до девяти, но и изменение характера мероопределения. Напомним, что в известных работах по многомерным теориям Калуцы и Клейна обычно используется постулат квадратичного (риманова) мероопределения. В данном же случае получается унарная финслерова геометрия с кубичным мероопределением.

2. Следует особо подчеркнуть, что для случая, когда $B^{s\dot{r}}$ определено через три пары сопряженных элементов, инвариант (8.2.11) совпадает с фундаментальным 3×3 -отношением для этих элементов, т. е.

$$G_{ABC} B_{(3)}^A B_{(3)}^B B_{(3)}^C = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha\beta\gamma \\ ikj \end{bmatrix}. \quad (8.2.12)$$

Для трех пар элементов этот инвариант в общем случае отличен от нуля.

3. Когда B^{sr} определено на двух парах сопряженных элементов, согласно (8.2.8), инвариант (8.2.11) тождественно обращается в нуль:

$$G_{ABC}B_{(2)}^AB_{(2)}^BB_{(2)}^C = 0. \quad (8.2.13)$$

На этом основании векторы вида $B_{(2)}^A$ можно назвать *изотропными*, точнее — *единожды изотропными*, в теории БСКО ранга (4,4).

4. Для случая, когда B^{sr} определено на одной паре сопряженных элементов, согласно (8.2.7), опять получаем равный нулю инвариант, однако теперь он распадается на сумму двух инвариантов, в отдельности равных нулю, так как

$$G_{ABC}B_{(1)}^AB_{(1)}^BB_{(1)}^C \equiv 0; \quad (8.2.14)$$

$$B_{(1)}^8 \left((B_{(1)}^0)^2 - (B_{(1)}^1)^2 - (B_{(1)}^2)^2 - (B_{(1)}^3)^2 \right) = B_{(1)}^8 \eta_{\mu\nu} B_{(1)}^\mu B_{(1)}^\nu = 0. \quad (8.2.15)$$

По этой причине 9-мерный вектор, построенный на одной паре сопряженных элементов, можно назвать *дважды изотропным*. Он аналогичен общепринятому изотропному вектору $k^\mu(i\alpha)$, определенному в 4-мерной теории, согласно (5.1.5).

5. Аналогично 4-мерной формуле (5.2.4) (для скалярного произведения двух векторов), скалярное произведение трех векторов, определенных на разных тройках элементов, можно переписать через отдельные инварианты вида (7.1.3), определенные для всех возможных троек элементов, входящих в их определения:

$$\begin{aligned} 6 \left(\vec{B}(ikj), \vec{B}(mnl), \vec{B}(rst) \right) &= \begin{bmatrix} \alpha\beta\gamma \\ ikj \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \mu\nu\lambda \\ mnl \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \rho\sigma\tau \\ rst \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \alpha\mu\rho \\ imr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\mu\sigma \\ ims \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\mu\tau \\ imt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\nu\rho \\ inr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\nu\sigma \\ ins \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\nu\tau \\ int \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\lambda\rho \\ ilr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\lambda\sigma \\ ils \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\lambda\tau \\ ilt \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \beta\mu\rho \\ kmr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\mu\sigma \\ kms \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\mu\tau \\ kmt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\nu\rho \\ knr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\nu\sigma \\ kns \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\nu\tau \\ knt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\lambda\rho \\ klr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\lambda\sigma \\ kls \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta\lambda\tau \\ klt \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \gamma\mu\rho \\ jmr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\mu\sigma \\ jms \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\mu\tau \\ jmt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\nu\rho \\ jnr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\nu\sigma \\ jns \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\nu\tau \\ jnt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\lambda\rho \\ jlr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\lambda\sigma \\ jls \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\lambda\tau \\ jlt \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8.2.16)$$

8.2.3. Обобщение метрики Минковского

Величины G_{ABC} в (8.2.11) и в последующих формулах естественно назвать *трехиндексным метрическим тензором*. При определении кубического инварианта он обобщает метрический тензор $\eta_{\mu\nu}$ 4-мерного пространства Минковского (в декартовых координатах).

$$G_{AB0} = \left(\begin{array}{cccc|cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right). \quad (8.2.25)$$

Отметим, что в финслеровой геометрии с кубичным мероопределением нет аналога закона инерции квадратичных форм, что не позволяет использовать понятие сигнатуры в том же смысле, что и в общепринятой геометрии.

8.3. Переходы от БСКО ранга (4,4) к унарным геометриям

Исходя из БСКО ранга (4,4), можно построить несколько унарных систем вещественных отношений (унарных геометрий) на основе обобщений способов, использованных в случае БСКО ранга (3,3). Изложенный выше переход от финслеровых спиноров к 9-мерным вещественным векторам составляет основу для построения унарных геометрий. В данном случае можно получить больше геометрий, причем принципиально нового вида — финслеровы геометрии.

I. Трехточечный аналог геометрии Лобачевского

Придерживаясь методики перехода от БСКО ранга (3,3) к пространству скоростей (к пространству Лобачевского), в рамках теории БСКО ранга (4,4) естественно определить *обобщенное пространство скоростей* для специальных образований, составленных из шестерок (из трех пар) сопряженных элементов. Такие образования — элементы новой УСВО — строятся из бинарных элементов согласно рис. 8.1. На этом рисунке новые элементы обозначены одним латинским индексом.

В новом множестве \mathcal{M}' следует определить *внутренние отношения* для каждого из новых элементов в виде

$$a_{iii} = \begin{bmatrix} \alpha\mu\nu \\ imn \end{bmatrix} = C_3, \quad (8.3.1)$$

где $i, t, n, \alpha, \mu, \nu$ — первичные элементы БСКО, образующие новый элемент i УСВО. Здесь, как и в гл. 5, положено, что все внутренние

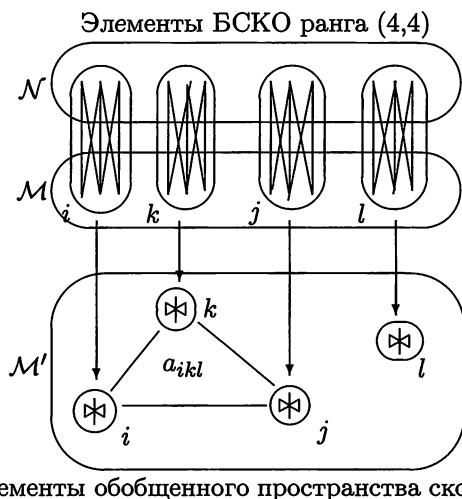


Рис. 8.1. Переход от БСКО ранга (4,4) к обобщенному (финслеровому) пространству скоростей

отношения одинаковы, т. е. нормированы на некую постоянную величину C_3 , которую можно положить равной единице. *Перекрестные тройные отношения* определяются с помощью общей формулы (8.2.16)

$$a_{ikl} = \left(\vec{B}(imn), \vec{B}(kps), \vec{B}(ltb) \right). \quad (8.3.2)$$

Здесь, как и в гл. 5 при определении обобщенных скоростей, полагается, что векторы $\vec{B}(imn)$ построены симметрично из трех сопряженных пар элементов, т. е. все три дважды изотропные составляющие входят с одинаковыми знаками плюс.

II. Трехточечный аналог 9-мерного координатного пространства

Аналогично тому, как в гл. 5 из БСКО ранга (3,3) была выведена унарная вещественная 4-мерная геометрия Минковского, можно осуществить переход от БСКО ранга (4,4) к своеобразной (унарной) геометрии, которую естественно назвать *трехточечным (финслеровым) аналогом координатного пространства*. В этой геометрии, в отличие от общепринятых двухточечных геометрий, метрика задается для трех «точек». Под «точками» теперь следует понимать новые элементы, образованные «шивкой» пар сопряженных элементов из двух множеств БСКО ранга (4,4). Пусть «шивка» по-прежнему определена процедурой комплексного сопряжения параметров элементов. Сопоставим элементы БСКО ранга (4,4) с элементами унарной системы вещественных

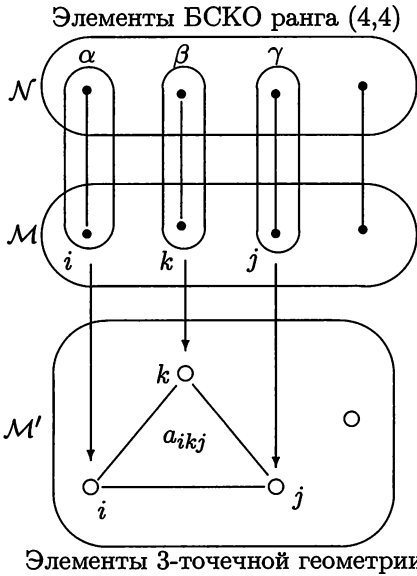


Рис. 8.2. Переход от БСКО ранга (4,4) к унарной трехточечной геометрии

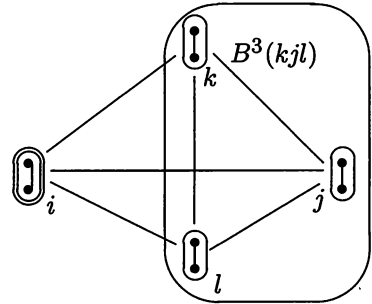


Рис. 8.3. «Теорема косинусов» в трехточечной геометрии устанавливается для четырех пар элементов

отношений, как показано на рис. 8.2. Условимся обозначать элементы унарной геометрии латинскими индексами соответствующих элементов множества M БСКО ранга (4,4).

Вместо квадрата парных отношений, например s_{ik}^2 в пространстве Минковского, в данном случае будем иметь куб отношений между тремя «точками» i, j, k , определенный с помощью фундаментального 3×3 -отношения:

$$a_{(ikj)}^3 = \begin{bmatrix} \alpha\beta\gamma \\ ikj \end{bmatrix} = a_{(ikj)}^3 = a_{(kij)}^3 = a_{(kji)}^3. \tag{8.3.3}$$

В гл. 5 при выводе закона пространства Минковского ключевую роль играла теорема косинусов (5.4.5). Исходя из формулы (8.2.16), в данной трехточечной геометрии можно ввести аналог теоремы косинусов. Для этого нужно взять четыре пары спитых элементов $(i, \alpha), (k, \beta), (j, \gamma)$ и (l, λ) (см. рис. 8.3). Пусть точка i выделена. С участием этой точки можно образовать три треугольника: $(ikj), (ijl)$ и (ikl) . На этих треугольниках можно определить три 9-мерных вектора и записать, согласно (8.2.16), их скалярное произведение. Учитывая, что отдельные инварианты справа в (8.2.16) обращаются в нуль, как только две пары

элементов совпадают, будем иметь

$$\left(\vec{B}(ikj), \vec{B}(ijl), \vec{B}(ilk)\right) = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \alpha\gamma\beta \\ ijk \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\gamma\lambda \\ ijl \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha\beta\lambda \\ ikl \end{bmatrix} \right) + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \beta\gamma\lambda \\ kjl \end{bmatrix}. \quad (8.3.4)$$

Это выражение можно переписать в другом виде

$$B^3(kjl) = -\frac{3}{2} \left(B^3(ijk) + B^3(ijl) + B^3(ikl) \right) + 3 \left(\vec{B}(ikj), \vec{B}(ijl), \vec{B}(ilk) \right), \quad (8.3.5)$$

обобщающем формулы (5.4.5) или (5.4.6) для теоремы косинусов в 4-мерной геометрии с парными отношениями.

III. Промежуточный вариант финслеровой геометрии

Легко заметить, что можно построить третий вариант трехточечной (финслеровой) геометрии, основанный на «сшивке» не трех и не одной пар противоположных элементов, как это было в двух предыдущих случаях, а на «сшивке» двух пар элементов. Этот вариант перехода к унарной геометрии может быть пояснен рис. 5.2 с той разницей, что теперь отношения в унарной геометрии будут не парными, а тройными.

Не будем углубляться в обсуждение свойств этой геометрии. Отметим лишь принципиальную важность ее существования для понимания свойств (мыслимой) физической теории такого рода. Напомним, что во второй части книги при обсуждении БСКО ранга (3,3) было показано, что две ключевые категории классической (дуалистической) физики — пространственно-временные и токовые отношения — обусловлены двумя способами «сшивки» пар противоположных элементов БСКО ранга (3,3): двух пар (для получения токовых отношений) и одной пары (для получения пространственно-временных отношений). В данном же случае из БСКО ранга (4,4) получаются три трехточечных варианта унарных геометрий, что следует трактовать как *триалистический характер мыслимой на этой основе физической теории*.

IV. Двухточечное токовое пространство

Однако из БСКО ранга (4,4) можно получить и двухточечные геометрии. Свидетельством этому является содержание предыдущей гл. 7, где был рассмотрен простейший бинарный аналог теории Калуцы. Эта теория опиралась на другой способ получения инварианта — не на тройное векторное произведение (8.2.16), а на базовое 4×4 -отношение (7.2.1), которое предлагалось трактовать как парное отношение между двумя взаимодействующими частицами, описываемыми парами элементов в каждом из двух множеств БСКО ранга (4,4). Как было показано

в гл. 7, из среднего блока базового 4×4 -отношения строится унарное токовое пространство, соответствующее одной из ключевых категорий классической физики.

V. Двухточечное пространство-время

Исходя из базового 4×4 -отношения БСКО ранга (4,4), можно построить также прообраз координатных пространственно-временных отношений классической физики (геометрии), если положить, что сшиваемые две пары элементов характеризуются коллинеарными векторами (спинорами). В этом случае из среднего блока базового 4×4 -отношения получаются лишь парные отношения двух изотропных векторов, т. е. получается прообраз координатных пространственно-временных отношений. Этот факт был отображен появлением в прообразе лагранжиана (7.5.1) вклада от дельта-функции.

8.4. 3-Компонентные (свободные) частицы

Как уже отмечалось, в теории на базе БСКО ранга (4,4) имеется 3-компонентный вариант определения свободных частиц, аналогично тому, как в рамках БСКО ранга (3,3) определялись 2-компонентные (свободные) частицы. Кратко рассмотрим ключевые моменты такой теории.

8.4.1. Финслеровы биспиноры

1. В этом варианте теории каждая частица характеризуется тремя элементами в каждом из двух множеств системы отношений. Поскольку в этой БСКО каждый элемент обладает тремя параметрами, то 3-компонентная частица должна определяться 3×3 -матрицей в каждом из двух множеств:

$$B(i, k, j) = \begin{pmatrix} i^1 & k^1 & j^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 \\ i^3 & k^3 & j^3 \end{pmatrix}; \quad B(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} \alpha^1 & \beta^1 & \gamma^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \\ \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 \end{pmatrix}. \quad (8.4.1)$$

2. Если пожелать развить аналог описания 2-компонентных частиц в рамках БСКО ранга (3,3) через столбцы и строки вида (6.1.3), то теперь нужно будет в них вместить все 18 параметров, содержащихся в матрицах (8.4.1). Напомним, в разд. 6.1.1 был перечислен ряд условий, исходя из которых конструировались 4-компонентные столбцы и строки. Теперь все эти требования невозможно удовлетворить в полной мере. Можно их выполнить лишь частично, конструируя либо 9-компонент-

ные столбец и строку, либо три 6-компонентных столбца:

$$\Psi(1) = \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ i^3 \\ (\beta\gamma)_1 \\ (\beta\gamma)_2 \\ (\beta\gamma)_3 \end{pmatrix}; \quad \Psi(2) = \begin{pmatrix} k^1 \\ k^2 \\ k^3 \\ (\gamma\alpha)_1 \\ (\gamma\alpha)_2 \\ (\gamma\alpha)_3 \end{pmatrix}; \quad \Psi(3) = \begin{pmatrix} j^1 \\ j^2 \\ j^3 \\ (\alpha\beta)_1 \\ (\alpha\beta)_2 \\ (\alpha\beta)_3 \end{pmatrix} \quad (8.4.2)$$

и три 6-компонентные строки:

$$\begin{aligned} \Psi^\dagger(1) &= \{ \alpha^1, \alpha^2, \alpha^3; (kj)_1, (kj)_2, (kj)_3 \}; \\ \Psi^\dagger(2) &= \{ \beta^1, \beta^2, \beta^3; (ji)_1, (ji)_2, (ji)_3 \}; \\ \Psi^\dagger(3) &= \{ \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3; (ik)_1, (ik)_2, (ik)_3 \}. \end{aligned} \quad (8.4.3)$$

3. Остановимся на последнем варианте из трех 6-компонентных столбцов. Эти величины соответствуют (6.1.3), во-первых, в том смысле, что тройки компонент в $\Psi(s)$ и $\Psi^\dagger(s)$ преобразуются комплексно сопряженным образом и могут быть поставлены в соответствие друг другу в прежнем смысле. Во-вторых, две тройки компонент в каждой из этих величин соответствуют «начальным» и «конечным» состояниям элементов, не находящимся друг с другом в парах. В-третьих, как и в (6.1.4), одна половина компонент является контравариантной, а вторая половина — ковариантной, но преобразующейся через комплексно сопряженные коэффициенты, например

$$\begin{pmatrix} i'^1 \\ i'^2 \\ i'^3 \\ (\beta\gamma)'_1 \\ (\beta\gamma)'_2 \\ (\beta\gamma)'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 & C_3^1 & 0 & 0 & 0 \\ C_1^2 & C_2^2 & C_3^2 & 0 & 0 & 0 \\ C_1^3 & C_2^3 & C_3^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_1^* & Q_2^* & Q_3^* \\ 0 & 0 & 0 & Q_2^* & Q_2^* & Q_2^* \\ 0 & 0 & 0 & Q_3^* & Q_3^* & Q_3^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ i^3 \\ (\beta\gamma)_1 \\ (\beta\gamma)_2 \\ (\beta\gamma)_3 \end{pmatrix}, \quad (8.4.4)$$

т. е.

$$\Psi'(1) = S\Psi(1).$$

В том же смысле, что и в (6.1.4), величину $\Psi(s)$ можно назвать биспинором, точнее — *финслеровым биспинором*.

Существенное отличие (8.4.2) и (8.4.3) от (6.1.3) состоит в том, что вторые тройки компонент образованы парными комбинациями компонент элементов, а не одинарными, как в (6.1.3).

4. Аналогично формуле (6.1.15) для определения вектора B^μ в теории БСКО ранга (3,3) можно выразить компоненты $B_{(3)}^A$ из (8.2.6) в виде

квадратичных комбинаций из $\bar{\Psi}$ и Ψ :

$$2(B_{(3)}^A + \tilde{B}_{(3)}^A) = \sum_{s=1}^3 \bar{\Psi}(s) \Lambda^A \Psi(s), \quad (8.4.5)$$

где Λ^A — девять 6-рядных матриц, которые выражаются через λ_0 и матрицы Гелл-Манна (8.2.3), согласно

$$\Lambda^0 = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_0 \\ \lambda_0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \Lambda^l = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_l \\ \lambda_l & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.4.6)$$

Они соответствуют известным матрицам Дирака γ^μ . Выражение $\tilde{B}_{(3)}^A$ в (8.4.5) записывается точно так же, как и $B_{(3)}^A$ в (8.2.6), но с заменой

$$\begin{aligned} i^s &\rightarrow (\beta\gamma)_s; & k^s &\rightarrow (\gamma\alpha)_s; & j^s &\rightarrow (\alpha\beta)_s; \\ \alpha^s &\rightarrow (kj)_s; & \beta^s &\rightarrow (ji)_s; & \gamma^s &\rightarrow (ik)_s. \end{aligned}$$

5. Дополнительное слагаемое $\tilde{B}_{(3)}^A$ и суммирование по s отличают (8.4.5) от аналогичной формулы (6.1.15). В связи с этим следует заметить, что в теории БСКО ранга (3,3) в определении Ψ и $\bar{\Psi}$ элементы i и k (а также α и β) в столбце и строке выступали неравноправно. Можно было бы и там ввести два вида векторов, однако вследствие того, что в теории БСКО ранга (3,3) ковариантные величины записываются линейно через контравариантные, оказалось $\tilde{B}_\mu = B_\mu$.

8.4.2. Определение обобщенной частицы

1. По-прежнему можно полагать, что три пары сопряженных элементов: (i, α) , (k, β) , (j, γ) , характеризующие обобщенную частицу, не произвольны, а удовлетворяют некоторой системе условий. Главным из них является условие нормировки детерминантов из фундаментального 3×3 -отношения, которое означает:

$$\begin{vmatrix} i^1 & k^1 & j^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 \\ i^3 & k^3 & j^3 \end{vmatrix} = \Delta. \quad (8.4.7)$$

Этот инвариант может быть как вещественным, так и комплексным. Ограничимся, как и в случае БСКО ранга (3,3), случаем вещественного Δ . При этом опять имеются две возможности выбора знака: положительного и отрицательного. Эти два случая, как и ранее, можно связать с определением обобщенной частицы и античастицы. Пусть частица характеризуется положительным значением инварианта.

2. Аналогично тому, как это делалось в рамках БСКО ранга (3,3), определим собственную систему отношений обобщенной частицы в виде, согласующемся с определением (8.4.7):

$$u_{i\alpha} = u_{k\beta} = u_{j\gamma} = \Delta^{2/3}; \quad (8.4.8)$$

$$u_{i\beta} = u_{k\alpha} = u_{i\gamma} = u_{j\alpha} = u_{k\gamma} = u_{j\beta} = 0. \quad (8.4.9)$$

Они означают, как и в (6.2.1), во-первых, то, что внутренние отношения между сопряженными парами одинаковы, и, во-вторых, что перекрестные отношения между элементами различных пар равны нулю.

3. Из условий (8.4.8) и (8.4.9) следует, что матрицу параметров (8.4.1), характеризующих частицу в собственной системе отношений, можно переписать через квадратичные комбинации параметров в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} i_c^1 & k_c^1 & j_c^1 \\ i_c^2 & k_c^2 & j_c^2 \\ i_c^3 & k_c^3 & j_c^3 \end{pmatrix} = \frac{\pm 1}{\Delta^{1/3}} \begin{pmatrix} k_c^2 j_c^3 - k_c^3 j_c^2 & j_c^2 i_c^3 - j_c^3 i_c^2 & i_c^2 k_c^3 - i_c^3 k_c^2 \\ k_c^3 j_c^1 - k_c^1 j_c^3 & j_c^3 i_c^1 - j_c^1 i_c^3 & i_c^3 k_c^1 - i_c^1 k_c^3 \\ k_c^1 j_c^2 - k_c^2 j_c^1 & j_c^1 i_c^2 - j_c^2 i_c^1 & i_c^1 k_c^2 - i_c^2 k_c^1 \end{pmatrix}, \quad (8.4.10)$$

где знак плюс соответствует обобщенной частице, а минус — античастице. Индекс «с» снизу означает, что параметры элементов записаны в собственной системе отношений частицы.

4. Используя (8.4.10), перепишем 6-компонентные столбцы (8.4.2) обобщенной частицы в собственной системе отношений:

$$\Psi_c(1) = \begin{pmatrix} i_c^1 \\ i_c^2 \\ i_c^3 \\ \Delta^{1/3} i_c^1 \\ \Delta^{1/3} i_c^2 \\ \Delta^{1/3} i_c^3 \end{pmatrix}; \quad \Psi_c(2) = \begin{pmatrix} k_c^1 \\ k_c^2 \\ k_c^3 \\ \Delta^{1/3} k_c^1 \\ \Delta^{1/3} k_c^2 \\ \Delta^{1/3} k_c^3 \end{pmatrix}; \quad \Psi_c(3) = \begin{pmatrix} j_c^1 \\ j_c^2 \\ j_c^3 \\ \Delta^{1/3} j_c^1 \\ \Delta^{1/3} j_c^2 \\ \Delta^{1/3} j_c^3 \end{pmatrix}. \quad (8.4.11)$$

Аналогичным образом записываются 6-компонентные столбцы для античастицы. Отличия состоят в обратных знаках перед тремя последними параметрами в каждом из столбцов.

5. Легко показать, что при описании состояния обобщенной частицы в качестве ключевых можно выбрать пять параметров, например: i^1, i^2, i^3, k^1, k^2 , на которые наложены два условия нормировки:

$$i_c^1 i_c^1 + i_c^2 i_c^2 + i_c^3 i_c^3 = \Delta^{2/3}; \quad (8.4.12)$$

$$k_c^1 k_c^1 + k_c^2 k_c^2 + k_c^3 k_c^3 = \Delta^{2/3},$$

т. е. независимыми являются только три параметра. Напомним, состояния лептонов в гл. 6 характеризовались двумя параметрами.

6. Термин «собственная система отношений» по-прежнему оправдывает себя. Действительно, подставляя (8.4.11), (8.4.12) в определения компонент 9-мерных векторов (8.2.6), можно показать, что

$$B_{(3)(c)}^0 = \Delta^{2/3}; \quad B_{(3)(c)}^8 = \Delta^{2/3}. \quad (8.4.13)$$

$$B_{(3)(c)}^1 = B_{(3)(c)}^2 = B_{(3)(c)}^3 = B_{(3)(c)}^4 = B_{(3)(c)}^5 = B_{(3)(c)}^6 = B_{(3)(c)}^7 = 0. \quad (8.4.14)$$

Отсюда видно, что 7 компонент 9-мерного вектора, которые естественно назвать пространственно-подобными, в собственной системе отношений тождественно обращаются в нуль.

7. Как уже отмечалось, произвольное преобразование из группы $SL(3, C)$ можно представить в виде произведения двух преобразований: одного из 8-параметрической группы $SU(3)$, характеризуемого унитарной матрицей, и второго преобразования (обобщенного буста), характеризуемого эрмитовой матрицей. Используя преобразование бустов, можно записать условия связи параметров обобщенной частицы в произвольной системе отношений. Оно, как и в случае БСКО ранга (3,3), соответствует (теперь уже обобщенным) уравнениям Дирака для свободной частицы в импульсном пространстве (см. [24, 26]). Очевидно, что в данном случае их будет больше.

8.5. Выводы и замечания по БСКО ранга (4,4)

1. Изложенный в этой главе материал показывает много общего в теориях БСКО рангов (3,3) и (4,4):

- 1) в обеих теориях по одинаковым правилам вводятся комплексные спиноры;
- 2) по одним и тем же правилам из спиноров строятся компоненты вещественных векторов;
- 3) на основе определения вещественных векторов осуществляется переход от БСКО к унарным системам вещественных отношений (к унарным геометриям);
- 4) в обеих теориях частицы определяются матрицей из параметров элементов (компонент спиноров), ее составляющих;
- 5) частицы определяются на основе однотипных условий, которые позволяют записать прообразы уравнений Дирака для свободных частиц в импульсном пространстве.

2. Однако имеются и **существенные различия**, обусловленные большим числом параметров элементов в БСКО ранга (4,4):

- 1) между ко- и контравариантными компонентами финслеровых спиноров отсутствуют известные соответствия, поскольку теперь антисимметричный метрический спинтензор имеет не два, а три индекса;
- 2) из БСКО ранга (4,4) строятся векторы значительно большей размерности $n = 9$, что позволяет утверждать, что **размерность $n = 4$ общепринятой классической геометрии обусловлена проявлением именно БСКО ранга (3,3)**;
- 3) в рамках БСКО ранга (4,4) инварианты строятся не квадратичным образом, а в виде кубичных комбинаций из компонент векторов, — получается финслерова геометрия, что позволяет утверждать, что **общепринятое квадратичное мероопределение обусловлено БСКО ранга (3,3)**;
- 4) в теории БСКО ранга (4,4) кроме неизотропных векторов **имеются два вида изотропных векторов: единожды и дважды изотропные**, что определяется количеством элементов, участвующих в определении вектора;
- 5) трем видам векторов в теории БСКО ранга (4,4) соответствуют три вида унарных (финслеровых) геометрий, определяемых «сшивкой» одной, двух и трех пар элементов БСКО в новый элемент УСВО, что означает, что **построенная на этой основе физическая теория будет иметь не дуалистический, а триалистический характер**;
- 6) при попытках описания частиц в виде привычных биспиноров (столбцов и строк) приходится использовать систему из трех 6-компонентных столбцов — (финслеровых) биспиноров

Имеются и другие отличия.

3. Сопоставляя теории, основанные на БСКО двух рангов (3,3) и (4,4), можно сформулировать ряд вопросов и высказать несколько гипотез.

- 1) Основной вопрос связан с проявлениями БСКО ранга (4,4) не в виде аналога 5-мерной теории Калуцы, а непосредственно. Можно высказать предположение, что проявления БСКО ранга (3,3), а также БСКО ранга (4,4) в виде аналога теории Калуцы имеет место в тех областях физического мира, где доминируют электромагнитные взаимодействия. Непосредственное же проявление БСКО ранга (4,4) следует ожидать в тех явлениях,

где доминируют сильные и слабые взаимодействия, в частности в атомных ядрах и в нейтронных звездах.

- 2) При описании физической теории (и геометрии) в рамках БСКО ранга (3,3) использовались как собственные системы отношений, в которых парные отношения являются инвариантами, так и более общие системы отношений, переходы между которыми описываются бустами (преобразованиями из группы $SL(2, C)$). Возникает вопрос, следует ли использовать в физической теории на основе БСКО ранга (4,4) преобразования бустов или можно ограничиться лишь преобразованиями вида $SU(2)$ и $SU(3)$, как это имеет место в калибровочных теориях электрослабых и сильных взаимодействий? Если бусты исключить, тогда пропадает необходимость в рассмотрении прообраза уравнений Дирака в рамках БСКО ранга (4,4).
- 3) Следующий вопрос, возможно, тесно связан с двумя предыдущими: почему 9-мерный мир не раскрылся глобально так, как это случилось с классическим 4-мерным миром?
- 4) Из рассмотренного в этой главе естественно вытекает вопрос о соотношении в физической теории закономерностей, описываемых в рамках БСКО рангов (3,3) и (4,4). В следующей (четвертой) части книги предлагается следующий ответ на этот вопрос: в физическом мире проявляется своеобразная композиция БСКО рангов (3,3) и (4,4) в виде объединяющей их БСКО ранга (6,6).

Имеется ряд и других вопросов; на некоторые из них ответ будет дан в части 4.

Свойства внутренних состояний микрочастиц



Данная глава посвящена рассмотрению свойств 3×3 -матриц вида (8.4.1), описывающих внутренние состояния элементарных частиц. Представленный здесь материал предваряет рассмотрение в следующей главе прообраза объединенной теории физических взаимодействий на базе БСКО ранга (6,6).

Свойства квадратных 3×3 -матриц разделены на свойства «по вертикали» и «по горизонтали». Свойства «по вертикали» характеризуют поведение матриц при допустимых преобразованиях компонент финслеровых спиноров, определяющих столбцы 3×3 -матриц. Наиболее важные аспекты здесь связаны с процедурой $2 + 1$ -расщепления параметров элементов, т. е. с выделением из группы допустимых преобразований $SL(3, C)$ подгруппы $SL(2, C)$ и других преобразований, дополняющих ее до полной группы. Это важно по нескольким причинам. Во-первых, процедура $2 + 1$ -расщепления будет использована для выделения из прообраза объединенной теории взаимодействий случая электрослабых взаимодействий. А во-вторых, как уже отмечалось, эта процедура была использована при построении простейшего бинарного аналога 5-мерной теории Калуцы на базе БСКО ранга (4,4).

К свойствам 3×3 -матриц «по горизонтали» отнесены соотношения составляющих их столбцов (трех финслеровых спиноров). Эти свойства инвариантны относительно преобразований компонент спиноров, т. е. свойств матриц «по вертикали». Здесь также можно определить группу линейных преобразований столбцов, развить процедуру $2 + 1$ -расщепления и ввести аналогичные подгруппы преобразований. Однако для дальнейшего оказываются более существенными дискретные операции в виде изменений знаков одного или пары столбцов (компонент финслеровых спиноров), составляющих 3×3 -матрицу (см. разд. 9.6).

Эта глава завершается рассмотрением алгебраической классификации комплексных 3×3 -матриц, используемой в общей теории относительности в классификации Петрова пространств Эйнштейна. Как будет показано в следующей части, эта классификация тесно связана с различием прообразов сильных и электрослабых взаимодействий.

9.1. Подгруппы группы $SL(3, C)$ преобразований «по вертикали»

1. В рамках БСКО ранга (4,4) важную роль играет метод (1+3,1+3)-расщепления бинарного многомерия на БСКО ранга (3,3) и дополнительные параметры, т. е. редукция БСКО ранга (4,4) к понятиям БСКО ранга (3,3). Последняя, как уже отмечалось, основана на выделении из 16-параметрической группы $SL(3, C)$ подгруппы 6-параметрических преобразований $SL(2, C)$. Преобразования, дополняющие эту подгруппу до полной группы $SL(3, C)$, расщепляются на три подгруппы: на 4-параметрическую подгруппу, названную здесь *квазикалибровочными преобразованиями*, на 4-параметрическую подгруппу, названную *квазисуперсимметричными преобразованиями*, и на 2-параметрическую группу *конформных преобразований*, что отображено блок-схемой:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{Группа} \\ SL(3, C) \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{c} \text{Группа} \\ SL(2, C) \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Квазикалибровочная} \\ \text{группа} \end{array} \right) + \\ &+ \left(\begin{array}{c} \text{Квазисуперсимметричные} \\ \text{преобразования} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Конформные} \\ \text{преобразования} \end{array} \right). \end{aligned} \quad (9.1.1)$$

Легко убедиться в выполнении баланса параметров всех названных групп:

$$16 = 6 + 4 + 4 + 2. \quad (9.1.2)$$

2. При переходе от данного бинарного многомерия к унарным геометриям это отображается использованием своеобразного метода 4+5-расщепления 9-мерного многообразия. Здесь просматриваются далеко идущие аналогии в бинарном многомерии и в унарных геометриях, причем как по количеству имеющихся подгрупп преобразований, так и по их ролям в соответствующих теориях. Имеются и существенные различия. Они относятся, во-первых, к характеру многообразий, на которых определены подгруппы (множества бинарных систем отношений или координатные пространства), а во-вторых, к свойствам подгрупп, — они могут характеризоваться конечным или бесконечным числом параметров.

3. Продемонстрируем отмеченную аналогию на примере 4-мерной общей теории относительности, где при определении системы отсчета методом хронометрических инвариантов (см. [18]) из группы допустимых 4-мерных координатных преобразований

$$x'^{\mu} = x'^{\mu}(x^0, x^1, x^2, x^3) \quad (9.1.3)$$

выделяются две подгруппы: 1) подгруппа 3-мерных преобразований

$$x'^i = x'^i(x^1, x^2, x^3) \quad (9.1.4)$$

и 2) произвольные преобразования времени-подобной координаты x^0

$$x'^0 = x'^0(x^0, x^1, x^2, x^3). \quad (9.1.5)$$

В методе хронометрических инвариантов эти преобразования *не выводятся за пределы одной и той же системы отсчета.*

Преобразования (9.1.4) и (9.1.5) дополняются до полной группы (9.1.3) преобразованиями координат

$$x'^i = x'^i(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad (9.1.6)$$

описывающими (в данной калибровке) *переходы между разными системами отсчета.*

Наконец, в 4-мерной геометрии можно ввести конформные преобразования (перейти к геометрии Вейля), причем это принято делать через преобразования компонент метрического тензора:

$$g'_{\mu\nu} = \varphi(x^\alpha) g_{\mu\nu}, \quad (9.1.7)$$

где $\varphi(x^\alpha)$ — скалярный конформный фактор, зависящий от 4-мерных координат.

Поясним изложенное с помощью блок-схемы, аналогичной (9.1.1):

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{Преобразования} \\ \text{в 4-мерной} \\ \text{геометрии} \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{c} \text{Группа} \\ \text{пространственных} \\ \text{преобразований} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Преобразования} \\ \text{времени-подобной} \\ \text{координаты} \end{array} \right) + \\ &+ \left(\begin{array}{c} \text{Преобразования} \\ \text{систем} \\ \text{отсчета} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Конформные} \\ \text{преобразования} \end{array} \right). \end{aligned} \quad (9.1.8)$$

4. Аналогичное расщепление имеет место в 5-мерной теории Калуцы (см. [28]), где из полной группы 5-мерных допустимых координатных преобразований

$$x'^A = x'^A(x^0, x^1, x^2, x^3, x^5), \quad (9.1.9)$$

где $A = 0, 1, 2, 3, 5$, выделяются подгруппа преобразований четырех (классических) координат

$$x'^\mu = x'^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad (9.1.10)$$

где $\mu = 0, 1, 2, 3$, имеющая место в эйнштейновской общей теории относительности (ОТО), и произвольные преобразования 5-й координаты

$$x'^5 = x'^5(x^0, x^1, x^2, x^3, x^5). \quad (9.1.11)$$

По аналогии с 4-мерной ОТО можно сказать, что эти преобразования производятся *в рамках одной и той же обобщенной системы отсчета.*

Заметим, что в 5-мерной теории с условием цилиндричности (т. е. независимости) по 5-й координате следует ограничиться более узкими преобразованиями, нежели (9.1.11),

$$x'^5 = x^5 + f(x^0, x^1, x^2, x^3). \quad (9.1.12)$$

Именно такие преобразования генерируют известные калибровочные преобразования электромагнитного векторного потенциала. По этой причине они названы *калибровочными*.

Преобразования, дополняющие (9.1.10) и (9.1.11) до полной группы (9.1.9), имеют вид

$$x'^{\mu} = x'^{\mu}(x^0, x^1, x^2, x^3, x^5), \tag{9.1.13}$$

где обязательно справа должна присутствовать зависимость от координаты x^5 . По аналогии с методом хронометрических инвариантов в ОТО, такие преобразования связываются с *переходом к новой обобщенной системе отсчета*. С позиций 4-мерной теории такие преобразования меняют физическую ситуацию, в частности генерируют или изменяют электрические заряды.

В многомерных геометрических моделях типа теории Калуцы используются конформные преобразования типа (9.1.7) для перенормировки планковских масс элементарных частиц.

Проиллюстрируем изложенное с помощью блок-схемы, аналогичной (9.1.1) и (9.1.8):

$$\left(\begin{array}{c} \text{Преобразования} \\ \text{в 5-мерной} \\ \text{теории} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Группа 4-мерных} \\ \text{преобразований} \\ \text{ОТО} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Калибровочные} \\ \text{преобразования} \end{array} \right) + \\ + \left(\begin{array}{c} \text{Переходы между} \\ \text{обобщенными} \\ \text{системами отсчета} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Конформные} \\ \text{преобразования} \end{array} \right). \tag{9.1.14}$$

Приведенные примеры объясняют использованные в блок-схеме (9.1.1) названия отдельных подгрупп группы $SL(3, C)$. Исключение составляет термин «квасисуперсимметричные», обусловленный аналогией с преобразованиями суперсимметрии (между бозонными и спинорными компонентами мультиплетта). Далее более подробно рассматриваются отдельные группы преобразований из этой блок-схемы, причем это производится как для непосредственных преобразований финслеровых спиноров, так и для получаемых из них компонент 9-мерных векторов.

9.2. Подгруппа 4-мерных преобразований $SL(2, C)$

1. Выделим из группы преобразований $SL(3, C)$ подгруппу $SL(2, C)$, которая описывается следующим частным случаем преобразований (8.1.2) с коэффициентами, удовлетворяющими условиям (7.1.4) и (8.1.3):

$$(C_r^s) = \begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 & 0 \\ C_1^2 & C_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{9.2.1}$$

В этом случае общее условие на коэффициенты преобразований (8.1.3) переходит в условие (4.3.2) для группы $SL(2, C)$.

Отметим, что из группы $SL(3, C)$ эквивалентным образом выделяются три подгруппы $SL(2, C)$, различающиеся номерами выделяемых параметров элементов. В подгруппе $SL(2, C)$, записанной в (9.2.1), симметричным образом преобразуются параметры с номерами 1 и 2, тогда как параметры с номером 3 остаются инвариантными. Назовем этот случай (1,2)-подгруппой $SL(2, C)$. Очевидным образом определяются (1,3)- и (2,3)-подгруппы $SL(2, C)$, т. е. преобразования $SL(2, C)$ в соответствующих 4-мерных сечениях (1,3) и (2,3). Произвольное преобразование из группы $SL(3, C)$ можно представить в виде произведения трех типов преобразований из (1,2)-, (1,3)- и (2,3)- подгрупп $SL(2, C)$ так, что

$$\begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 & C_3^1 \\ C_1^2 & C_2^2 & C_3^2 \\ C_1^3 & C_2^3 & C_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1^1(12) & C_2^1(12) & 0 \\ C_1^2(12) & C_2^2(12) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} C_1^1(13) & 0 & C_3^1(13) \\ 0 & 1 & 0 \\ C_1^3(13) & 0 & C_3^3(13) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2^2(23) & C_3^2(23) \\ 0 & C_2^3(23) & C_3^3(23) \end{pmatrix}. \quad (9.2.2)$$

В этом разделе ограничимся рассмотрением одной подгруппы (1,2). Для упрощения записи значок (12) при параметрах преобразований писать не будем.

2. Рассмотрим, как изменяются при преобразованиях (9.2.1) компоненты 9-мерных векторов, например векторы B^A . Подставляя коэффициенты C_r^s из (9.2.1) в общую формулу (8.2.9), находим $B'^A = L_{.B}^B B^B$, где

$$(L_{.B}^A) = \left(\begin{array}{c|c|c} L_{\nu}^{\mu} & 0 & 0 \\ \hline 0 & L_{\eta}^{\xi} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array} \right). \quad (9.2.3)$$

Компоненты 4×4 -блока L_{ν}^{μ} совпадают с (5.2.2). Они характеризуют преобразование 4-мерного вектора $B'^{\mu} = L_{\nu}^{\mu} B^{\nu}$ в теории БСКО ранга (3,3). Другой 4×4 -блок характеризует преобразование четверки компонент

$$B'^{\xi} = L_{\eta}^{\xi} B^{\eta}, \quad (9.2.4)$$

где $\xi, \eta = 4, 5, 6, 7$. Подматрица (L_{η}^{ξ}) имеет следующий вид

$${}_2(L_{\eta}^{\xi}) = \begin{pmatrix} C_1^1 + C_1^* & -i(C_1^1 - C_1^*) & C_2^1 + C_2^* & -i(C_2^1 - C_2^*) \\ i(C_1^1 - C_1^*) & C_1^1 + C_1^* & i(C_2^1 - C_2^*) & C_2^1 + C_2^* \\ C_1^2 + C_1^* & -i(C_1^2 - C_1^*) & C_2^2 + C_2^* & -i(C_2^2 - C_2^*) \\ i(C_1^2 - C_1^*) & C_1^2 + C_1^* & i(C_2^2 - C_2^*) & C_2^2 + C_2^* \end{pmatrix}. \quad (9.2.5)$$

Компонента B^8 является инвариантной относительно таких преобразований.

3. Образум из дополнительных компонент B^ξ 9-мерного вектора следующие комбинации:

$$\pi^1 \equiv B^4 - iB^5; \quad \pi^2 \equiv B^6 - iB^7; \quad \pi^{\dot{1}} \equiv B^4 + iB^5; \quad \pi^{\dot{2}} \equiv B^6 + iB^7, \quad (9.2.6)$$

означающие переход от дополнительных компонент 9-вектора к компонентам 2-компонентного спинора с коэффициентами из инвариантных третьих компонент финслерова спинора (см. (8.2.6)).

Используя (9.2.5), легко показать, что эти комбинации преобразуются при (9.2.4) следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \pi'^1 \\ \pi'^2 \\ \pi'^{\dot{1}} \\ \pi'^{\dot{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 & 0 & 0 \\ C_1^2 & C_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_1^* & C_2^* \\ 0 & 0 & C_2^* & C_1^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi^1 \\ \pi^2 \\ \pi^{\dot{1}} \\ \pi^{\dot{2}} \end{pmatrix}. \quad (9.2.7)$$

Отсюда имеем

$$\begin{pmatrix} \pi'^1 \\ \pi'^2 \\ \pi'_1 \\ \pi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1^1 & C_2^1 & 0 & 0 \\ C_1^2 & C_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2^* & -C_1^* \\ 0 & 0 & -C_1^* & C_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi^1 \\ \pi^2 \\ \pi^{\dot{1}} \\ \pi^{\dot{2}} \end{pmatrix},$$

т. е. комбинации $\pi^s, \pi^{\dot{s}}$ образуют 4-компонентный биспинор, что отражено в их обозначениях. В новых терминах матрица L_{η}^{ξ} принимает блочный вид, где каждый блок определяется коэффициентами преобразований 2-компонентных спиноров i^s и $\alpha^{\dot{s}}$, где $s = 1, 2$.

4. Выразим обратно из (9.2.6) компоненты B^ξ через π^s и $\pi^{\dot{s}}$:

$$B^4 = \frac{1}{2}(\pi^1 + \pi^{\dot{1}}); \quad B^5 = \frac{i}{2}(\pi^1 - \pi^{\dot{1}}); \quad B^6 = \frac{1}{2}(\pi^2 + \pi^{\dot{2}}); \quad B^7 = \frac{i}{2}(\pi^2 - \pi^{\dot{2}}). \quad (9.2.8)$$

Подставим эти выражения в характерные комбинации из дополнительных компонент импульсов, содержащихся в кубичной форме (8.2.11):

$$\begin{aligned} 2\mathcal{P}^0 &\equiv (B^4)^2 + (B^5)^2 + (B^6)^2 + (B^7)^2 = \pi^1 \pi^{\dot{1}} + \pi^2 \pi^{\dot{2}}, \\ 2\mathcal{P}^1 &\equiv 2(B^4 B^6 + B^5 B^7) = \pi^1 \pi^{\dot{2}} + \pi^2 \pi^{\dot{1}}, \\ 2\mathcal{P}^2 &\equiv 2(B^5 B^6 - B^4 B^7) = i(\pi^1 \pi^{\dot{2}} - \pi^2 \pi^{\dot{1}}), \\ 2\mathcal{P}^3 &\equiv (B^4)^2 + (B^5)^2 - (B^6)^2 - (B^7)^2 = \pi^1 \pi^{\dot{1}} - \pi^2 \pi^{\dot{2}}. \end{aligned} \quad (9.2.9)$$

Сравнивая с определением 4-мерного изотропного вектора в (5.1.5), приходим к выводу, что эти характерные комбинации являются компонентами 4-мерного

вектора. Следовательно, кубичную форму (8.2.11) можно записать в лоренц-ковариантном виде

$$\begin{aligned} G_{ABC}B^AB^BB^C &= B^8\eta_{\mu\nu}B^\mu B^\nu - 2\eta_{\mu\nu}B^\mu\mathcal{P}^\nu = \\ &= B^8\eta_{\mu\nu}(B^\mu - \frac{1}{B^8}\mathcal{P}^\mu)(B^\nu - \frac{1}{B^8}\mathcal{P}^\nu), \end{aligned} \quad (9.2.10)$$

где учтено, что вектор \mathcal{P}^μ является изотропным, т. е. $\eta_{\mu\nu}\mathcal{P}^\mu\mathcal{P}^\nu = 0$.

Аналогичные рассуждения можно провести и для других (1,3)- и (2,3)-подгрупп $SL(2, C)$ -преобразований. Такие подгруппы выделяют в 9-мерном многообразии другие 4-мерные пространственно-временные (1,3)- и (2,3)-сечения.

9.3. Подгруппа квазикалибровочных преобразований

1. Отдельно рассмотрим 4-параметрические преобразования, характеризующиеся матрицей вида

$$(C_r^s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ C_1^3 & C_2^3 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9.3.1)$$

где C_1^3 и C_2^3 — два комплексных параметра. Подставляя эти коэффициенты в условие (8.1.3) для преобразований $SL(3, C)$, убеждаемся, что на эти коэффициенты не наложено дополнительных ограничений, т. е. эти преобразования характеризуются 4 вещественными параметрами. Легко убедиться, что преобразования с матрицами вида (9.3.1) образуют абелеву группу¹⁾. В частности, имеем

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a_1 & b_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a_2 & b_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a_1 + a_2 & b_1 + b_2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9.3.2)$$

где a_1, a_2, b_1, b_2 — произвольные комплексные числа.

2. Рассмотрим, как ведут себя компоненты 9-мерного вектора B^A при этих преобразованиях. Подставляя коэффициенты (9.3.1) в матрицу

¹⁾В общем случае можно говорить о 6-параметрической группе преобразований, описываемых треугольными матрицами вида

$$(C_r^s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ C_1^2 & 1 & 0 \\ C_1^3 & C_2^3 & 1 \end{pmatrix},$$

однако эта группа уже не является абелевой.

$L_{.B}^A$ и используя значения коэффициентов из Приложения А.3, находим ее вид

$$(L_{.B}^A) = \left(\begin{array}{c|cc} I_4 & 0 & 0 \\ \hline L_{.\mu}^\xi & I_4 & 0 \\ \hline L_{.\mu}^8 & L_{.\xi}^8 & 1 \end{array} \right), \quad (9.3.3)$$

где I_4 — 4-рядные единичные матрицы,

$$2(L_{.\mu}^\xi) = \left(\begin{array}{cccc} C_1^3 + \overset{*}{C}_1^3 & C_2^3 + \overset{*}{C}_2^3 & i(C_2^3 - \overset{*}{C}_2^3) & C_1^3 + \overset{*}{C}_1^3 \\ -i(C_1^3 - \overset{*}{C}_1^3) & -i(C_2^3 - \overset{*}{C}_2^3) & C_2^3 + \overset{*}{C}_2^3 & -i(C_1^3 - \overset{*}{C}_1^3) \\ C_2^3 + \overset{*}{C}_2^3 & C_1^3 + \overset{*}{C}_1^3 & -i(C_1^3 - \overset{*}{C}_1^3) & -(C_2^3 + \overset{*}{C}_2^3) \\ -i(C_2^3 - \overset{*}{C}_2^3) & -i(C_1^3 - \overset{*}{C}_1^3) & -(C_1^3 + \overset{*}{C}_1^3) & i(C_2^3 - \overset{*}{C}_2^3) \end{array} \right); \quad (9.3.4)$$

$$\begin{aligned} L_{.0}^8 &= C_1^3 \overset{*}{C}_1^3 + C_2^3 \overset{*}{C}_2^3; & L_{.1}^8 &= C_1^3 \overset{*}{C}_2^3 + C_2^3 \overset{*}{C}_1^3; \\ L_{.2}^8 &= i(C_2^3 \overset{*}{C}_1^3 - C_1^3 \overset{*}{C}_2^3); & L_{.3}^8 &= C_1^3 \overset{*}{C}_1^3 - C_2^3 \overset{*}{C}_2^3; \end{aligned} \quad (9.3.5)$$

$$\begin{aligned} L_{.4}^8 &= C_1^3 + \overset{*}{C}_1^3; & L_{.5}^8 &= -i(C_1^3 - \overset{*}{C}_1^3) \\ L_{.6}^8 &= C_2^3 + \overset{*}{C}_2^3; & L_{.7}^8 &= -i(C_2^3 - \overset{*}{C}_2^3) & L_{.8}^8 &= 1. \end{aligned} \quad (9.3.6)$$

Из этих формул видно, что 4-мерные компоненты импульса B^μ при таких преобразованиях не меняются, тогда как дополнительные компоненты B^ξ и B^8 преобразуются с участием 4-мерных компонент, т. е.

$$B'^\mu = B^\mu; \quad (9.3.7)$$

$$B'^\xi = B^\xi + L_{.\mu}^\xi B^\mu; \quad (9.3.8)$$

$$B'^8 = B^8 + L_{.\xi}^8 B^\xi + L_{.\mu}^8 P^\mu. \quad (9.3.9)$$

Эти преобразования сопоставлены с калибровочными по той причине, что при них, как и в 5-мерной теории при (9.1.3), 4-мерные компоненты векторов не изменяются.

3. Перепишем (9.3.8) в спинорной форме, используя формулы (9.2.8), выражающие компоненты B^ξ через π^s и $\pi^{\dot{s}}$. Для этого возьмем 4 комбинации из соотношений (9.3.6):

$$\begin{aligned} \pi^1 &= (B^4 - iB^5)' = \overset{*}{C}_1^3 (B^0 + B^3) + \overset{*}{C}_2^3 (B^1 - iB^2); \\ \pi^{\dot{1}} &= (B^4 + iB^5)' = C_1^3 (B^0 + B^3) + C_2^3 (B^1 + iB^2); \\ \pi^2 &= (B^6 - iB^7)' = \overset{*}{C}_2^3 (B^0 - B^3) + \overset{*}{C}_1^3 (B^1 + iB^2); \\ \pi^{\dot{2}} &= (B^6 + iB^7)' = C_2^3 (B^0 - B^3) + C_1^3 (B^1 - iB^2). \end{aligned} \quad (9.3.10)$$

Очевидно, что из этих комплексных соотношений независимыми являются только два, например π'^1 и π'^2 .

Введем спинорные обозначения для двух комплексных параметров:

$$C_1^3 = \rho_1; \quad C_2^3 = \rho_2; \quad \overset{*}{C}_1^3 = \rho_1; \quad \overset{*}{C}_2^3 = \rho_2. \quad (9.3.11)$$

Переходя от комбинаций 4-мерных компонент вектора B^μ к спинтензорным выражениям, соотношения (9.3.8) можно переписать в виде

$$\pi'^s = \pi^s + B^{s\dot{r}} \rho_{\dot{r}}, \quad (9.3.12)$$

где, напомним, $B^{s\dot{r}}$ задано в (8.2.5).

4. Перепишем в новых обозначениях выражение (9.3.8). Легко убедиться, что комбинация $L_{\xi}^8 B^\xi$ записывается в следующих $SL(2, C)$ -инвариантных формах:

$$L_{\xi}^8 = \rho_s \pi^s + \rho_{\dot{s}} \pi^{\dot{s}} = (\pi^1 \rho^2 - \pi^2 \rho^1) + (\pi^{\dot{1}} \rho^{\dot{2}} - \pi^{\dot{2}} \rho^{\dot{1}}). \quad (9.3.13)$$

Здесь использованы формулы для подъема индексов 2-компонентных спиноров.

Смешанные компоненты L_{μ}^8 из (9.3.4) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} L_{\dot{0}}^8 &= \rho^1 \rho^{\dot{1}} + \rho^2 \rho^{\dot{2}} \equiv R^0; & L_{\dot{1}}^8 &= -(\rho^1 \rho^{\dot{2}} + \rho^2 \rho^{\dot{1}}) \equiv -R^1; \\ L_{\dot{2}}^8 &= -i(\rho^1 \rho^{\dot{2}} - \rho^2 \rho^{\dot{1}}) \equiv -R^2; & L_{\dot{3}}^8 &= -(\rho^1 \rho^{\dot{1}} - \rho^2 \rho^{\dot{2}}) \equiv -R^3. \end{aligned} \quad (9.3.14)$$

В итоге (9.3.9) представляется в виде

$$B'^8 = B^8 + \rho_s \pi^s + \rho_{\dot{s}} \pi^{\dot{s}} + \eta_{\mu\nu} B^\mu R^\nu. \quad (9.3.15)$$

5. Очевидно, преобразования (9.3.1) можно разбить на два последовательных 2-параметрических преобразования:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ C_1^3 & C_2^3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ C_1^3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & C_2^3 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9.3.16)$$

каждое из которых, в свою очередь, можно представить в виде произведения двух преобразований: из группы 3-мерных поворотов $SU(2)$ и бустов в соответствующем 4-мерном сечении 9-мерного многообразия. Первое из преобразований справа в (9.3.16) осуществляется в 4-мерном сечении (1,3), а второе — в 4-мерном сечении (2,3).

9.4. Подгруппа квазисуперсимметричных преобразований

1. Рассмотрим еще одну 4-параметрическую подгруппу преобразований, характеризуемую матрицей

$$(C_r^s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & C_3^1 \\ 0 & 1 & C_3^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9.4.1)$$

где C_3^1 и C_3^2 — два комплексных параметра, не связанные какими-либо дополнительными условиями. Легко убедиться, что такие преобразования составляют абелеву группу¹⁾, в частности

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & b_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 1 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a_1 + a_2 \\ 0 & 1 & b_1 + b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9.4.2)$$

где a_1, a_2, b_1, b_2 — произвольные комплексные числа.

2. Рассмотрим, как изменяются при этих преобразованиях компоненты 9-мерного вектора B^A . Подставляя коэффициенты (9.4.1) в компоненты матрицы L_{B}^A , записанные в Приложении А.3, находим

$$(L_{B}^A) = \left(\begin{array}{c|c|c} I_4 & L_{\xi}^{\mu} & L_{8}^{\mu} \\ \hline 0 & I_4 & L_{8}^{\xi} \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array} \right), \quad (9.4.3)$$

где опять I_4 — единичные 4-рядные матрицы,

$$2(L_{\xi}^{\mu}) = \begin{pmatrix} C_3^1 + C_3^* & i(C_3^1 - C_3^*) & C_3^2 + C_3^* & i(C_3^2 - C_3^*) \\ C_3^2 + C_3^* & i(C_3^2 - C_3^*) & C_3^1 + C_3^* & i(C_3^1 - C_3^*) \\ -i(C_3^2 - C_3^*) & C_3^2 + C_3^* & i(C_3^1 - C_3^*) & -(C_3^1 + C_3^*) \\ C_3^1 + C_3^* & i(C_3^1 - C_3^*) & -(C_3^2 + C_3^*) & -i(C_3^2 - C_3^*) \end{pmatrix}; \quad (9.4.4)$$

¹⁾Заметим, что в общем случае можно говорить о 6-параметрической группе преобразований, описываемых треугольными матрицами вида

$$(C_r^s) = \begin{pmatrix} 1 & C_2^1 & C_3^1 \\ 0 & 1 & C_3^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

однако такая группа уже не является абелевой.

$$\begin{aligned}
 L_{\cdot 8}^0 &= \frac{1}{2}(C_3^1 \overset{*}{C} \frac{1}{3} + C_3^2 \overset{*}{C} \frac{2}{3}); & L_{\cdot 8}^1 &= \frac{1}{2}(C_3^1 \overset{*}{C} \frac{2}{3} + C_3^2 \overset{*}{C} \frac{1}{3}); \\
 L_{\cdot 8}^2 &= \frac{i}{2}(C_3^1 \overset{*}{C} \frac{2}{3} - C_3^2 \overset{*}{C} \frac{1}{3}); & L_{\cdot 8}^3 &= \frac{1}{2}(C_3^1 \overset{*}{C} \frac{1}{3} + C_3^2 \overset{*}{C} \frac{2}{3});
 \end{aligned}
 \tag{9.4.5}$$

$$\begin{aligned}
 L_{\cdot 8}^4 &= \frac{1}{2}(C_3^1 + \overset{*}{C} \frac{1}{3}); & L_{\cdot 8}^5 &= \frac{i}{2}(C_3^1 - \overset{*}{C} \frac{1}{3}); \\
 L_{\cdot 8}^6 &= \frac{1}{2}(C_3^2 + \overset{*}{C} \frac{2}{3}); & L_{\cdot 8}^7 &= \frac{i}{2}(C_3^2 - \overset{*}{C} \frac{2}{3}); & L_{\cdot 8}^8 &= 1.
 \end{aligned}
 \tag{9.4.6}$$

Из (9.4.3) видно, что компоненты 9-мерного вектора изменяются следующим образом

$$B'^{\mu} = B^{\mu} + L_{\cdot \xi}^{\mu} B^{\xi} + L_{\cdot 8}^{\mu} B^8; \tag{9.4.7}$$

$$B'^{\xi} = B^{\xi} + L_{\cdot 8}^{\xi} B^8; \tag{9.4.8}$$

$$B'^8 = B^8. \tag{9.4.9}$$

3. Будем описывать биспинор из компонент B^{ξ} , определенный в (9.2.6) в виде 4-компонентного столбца

$$\pi \equiv \begin{pmatrix} \pi^1 \\ \pi^2 \\ \pi_{\dot{1}} \\ \pi_{\dot{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi^1 \\ \pi^2 \\ \pi^{\dot{2}} \\ -\pi^{\dot{1}} \end{pmatrix}, \tag{9.4.10}$$

и введем спинорные обозначения для параметров преобразований C_3^1 и C_3^2 :

$$C_3^1 = \theta^1; \quad C_3^2 = \theta^2; \quad C_3^{*1} = \theta^{\dot{1}}; \quad C_3^{*2} = \theta^{\dot{2}}. \tag{9.4.11}$$

Обозначим новый биспинор также через 4-компонентный столбец:

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta^1 \\ \theta^2 \\ \theta_{\dot{1}} \\ \theta_{\dot{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta^1 \\ \theta^2 \\ \theta^{\dot{2}} \\ -\theta^{\dot{1}} \end{pmatrix}; \quad \theta^{\dagger} = (\theta^{\dot{1}}, \theta^{\dot{2}}, \theta^2, -\theta^1); \tag{9.4.12}$$

$$\bar{\theta} = \theta^{\dagger} \gamma_0 = (-\theta^2, \theta^1, -\theta^{\dot{1}}, -\theta^{\dot{2}}).$$

4. Легко убедиться, что в новых обозначениях

$$L_{\cdot \xi}^{\mu} B^{\xi} = \frac{1}{2} \bar{\theta} \gamma^{\mu} \pi, \tag{9.4.13}$$

а компоненты $L_{\cdot 8}^{\mu}$ принимают 4-мерный векторный вид

$$L_{\cdot 8}^{\mu} = \frac{1}{4} \bar{\theta} \gamma^{\mu} \theta. \tag{9.4.14}$$

Компоненты $L_{\cdot 8}^{\xi}$ представляются в виде

$$\begin{aligned}
 L_{\cdot 8}^4 &= \frac{1}{2}(\theta^1 + \theta^{\dot{1}}); & L_{\cdot 8}^5 &= \frac{i}{2}(\theta^1 - \theta^{\dot{1}}); & L_{\cdot 8}^6 &= \frac{1}{2}(\theta^2 + \theta^{\dot{2}}); & L_{\cdot 8}^7 &= \frac{i}{2}(\theta^2 + \theta^{\dot{2}}),
 \end{aligned}
 \tag{9.4.15}$$

схожем с (9.2.8). На этом основании эти величины можно переобозначить

$$L_{\cdot 8}^{\xi} \equiv \theta^{\xi}. \quad (9.4.16)$$

Используя (9.4.13)–(9.4.15), преобразования (9.4.7)–(9.4.8) можно переписать в виде

$$B'^{\mu} = B^{\mu} + \frac{1}{2} \bar{\theta} \gamma^{\mu} \pi + \frac{1}{4} \bar{\theta} \gamma^{\mu} \theta B^8; \quad (9.4.17)$$

$$B'^{\xi} = B^{\xi} + \theta^{\xi} B^8 \rightarrow \pi' = \pi + \theta B^8. \quad (9.4.18)$$

Последнее выражение означает некую трансляцию в спинорном пространстве, определяемую биспинором θ и скаляром B^8 . Аналогичные формулы имеют место в теориях с суперсимметриями (см., например, [94]). Они описывают преобразования, перемешивающие бозонные и фермионные компоненты супермультиплета. По этой причине здесь эти преобразования названы *квазисуперсимметричными*.

5. Аналогично случаю квазикалибровочных преобразований квазисуперсимметричные преобразования (9.4.1) расщепляются на две части:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & C_3^1 \\ 0 & 1 & C_3^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & C_3^1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & C_3^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9.4.19)$$

каждую из которых опять можно представить в виде последовательных $SU(2)$ -преобразования и буста в соответствующем 4-мерном сечении 9-мерного многообразия.

9.5. Подгруппа конформных преобразований

1. Рассмотрим подгруппу 2-параметрических преобразований, определяемых матрицами вида

$$(C_r^s) = \begin{pmatrix} \pm(C_3^3)^{-1/2} & 0 & 0 \\ 0 & \pm(C_3^3)^{-1/2} & 0 \\ 0 & 0 & C_3^3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \phi & 0 & 0 \\ 0 & \phi & 0 \\ 0 & 0 & \phi^{-2} \end{pmatrix}, \quad (9.5.1)$$

где C_3^3 — произвольное ненулевое комплексное число. Очевидно, что такие преобразования составляют 2-параметрическую абелеву группу.

2. Подставим параметры $C_1^1 = \phi$, $C_2^2 = \phi$, $C_3^3 = \phi^{-2}$ в выражения для $L_{\cdot B}^A$, выписанные в Приложении А.3. В итоге находим

$$(L_{\cdot B}^A) = \left(\begin{array}{c|c|c} \varphi_1 I_4 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \varphi_2 I_4 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \varphi_3 \end{array} \right), \quad (9.5.2)$$

где

$$\varphi_1 = \phi \phi^*; \quad \varphi_2 = \frac{1}{2} [\phi^{-2} \phi^* + (\phi^*)^{-2} \phi]; \quad \varphi_3 (\phi \phi^*)^{-2} \quad (9.5.3)$$

— три вещественных числа. Из (9.5.2) следует, что компоненты 9-мерного вектора изменяются следующим образом:

$$B'^{\mu} = \varphi_1 B^{\mu}; \quad (9.5.4)$$

$$B'^{\xi} = \varphi_2 B^{\xi}; \rightarrow \pi'^s = \varphi_2 \pi^s; \quad (9.5.5)$$

$$B'^8 = \varphi_3 B^8. \quad (9.5.6)$$

Такие преобразования 4-мерных векторов и спиноров принято называть *конформными преобразованиями или дилатациями*. Напомним, что при конформных преобразованиях изменяются длины векторов, но остаются неизменными углы. Очевидно, что при этих преобразованиях кубичная форма (8.2.11) остается инвариантной.

3. Выделяя из ϕ модуль ρ и фазу α

$$\phi = \rho e^{i\alpha}, \quad (9.5.7)$$

приходим к выводу, что преобразование (9.5.1) можно представить в виде произведения

а) однопараметрического вещественного преобразования (дилатации), когда

$$\phi = \rho; \quad \varphi_1 = \rho^2; \quad \varphi_2 = \rho^{-1}; \quad \varphi_3 = \rho^{-4}, \quad (9.5.8)$$

б) однопараметрического унитарного преобразования, когда

$$\phi = e^{i\alpha}; \quad \varphi_1 = 1; \quad \varphi_2 = \cos 3\alpha; \quad \varphi_3 = 1. \quad (9.5.9)$$

Очевидно, при таких преобразованиях 4-мерные компоненты B^{μ} , а также B^8 остаются инвариантными. Преобразуются лишь спинорные компоненты π^s .

9.6. Операции отражений 3×3 -матриц состояний

1. Перейдем к рассмотрению свойств 3×3 -матриц (8.4.1) «по горизонтали», обусловленных соотношениями между собой трех столбцов матрицы из финслеровых спиноров. Здесь можно определить преобразования 3×3 -матриц посредством перехода к новым финслеровым спинорам, образованным линейными комбинациями из трех финслеровых спиноров исходной матрицы. Среди таких преобразований можно выделить групповые, где опять будут существенны процедуры 2 + 1-расщепления. Очевидно, преобразования «по вертикали» и «по горизонтали» никак не влияют друг на друга.

Простейший случай преобразований «по горизонтали» состоит в изменении знаков всех компонент одного или нескольких финслеровых спиноров. Как будет показано в следующей части, этот вид преобразований (изменений состояний) можно использовать для определения

взаимодействий, трактуемых в стандартной калибровочной модели как взаимодействия через промежуточные векторные *заряженные* бозоны (заряженные глюоны или W^\pm -бозоны).

2. Возьмем в качестве исходной некую 3×3 -матрицу $U_{(+)}$, характеризующую тремя линейно независимыми финслеровыми спинорами (комплексными 3-векторами), которые будем обозначать символами $\vec{b}_{(s)}$, где s нумерует вектор в матрице, так что исходная матрица $U_{(+)}$ представляется в виде

$$\{U_{(+)}\} = \{\vec{b}_{(1)}, \vec{b}_{(2)}, \vec{b}_{(3)}\}. \quad (9.6.1)$$

Условно представим 3×3 -матрицу $U_{(+)}$ на объемном графике, где три линейно независимых столбца $\vec{b}_{(s)}$ изображены в виде трех взаимно перпендикулярных единичных ортов, как это показано на рис. 9.1. (Отметим, что нас пока не интересуют длины этих векторов, поэтому условно они выбраны единичными.) Построив на трех ортах куб, можно охарактеризовать матрицу $U_{(+)}$ либо треугольником, соединяющим концы трех ортов, либо вектором $\vec{U}_{(+)}$, проведенным из начала координат вдоль диагонали куба в его противоположную вершину.

Направляя единичные орты в обратную сторону, получаем другой аналогичный куб и вектор $\vec{U}_{(-)}$, характеризующие матрицу $U_{(-)}$ с обратными знаками всей тройки векторов.

3. Рассмотрим совокупность всех других 3×3 -матриц, которые можно получить из $U_{(+)}$ посредством изменений знаков у составляющих ее столбцов. Введем для всех таких матриц специальные обозначения, которые окажутся существенными при рассмотрении сильных взаимодействий «через промежуточные заряженные глюоны»:

$$\{V_{(\pm X)}\} = \pm\{\vec{b}_{(1)}, \vec{b}_{(2)}, -\vec{b}_{(3)}\}; \quad (9.6.2)$$

$$\{V_{(\pm Y)}\} = \pm\{\vec{b}_{(1)}, -\vec{b}_{(2)}, \vec{b}_{(3)}\}; \quad (9.6.3)$$

$$\{V_{(\pm Z)}\} = \pm\{-\vec{b}_{(1)}, \vec{b}_{(2)}, \vec{b}_{(3)}\}. \quad (9.6.4)$$

В итоге получаем восемь возможных матриц ($8 = 2 + 3 \times 2$), отличающихся знаками составляющих их финслеровых спиноров:

$$\begin{aligned} & \{+b, +b, +b\} \leftarrow U_{(+)}; \\ V_{(+X)} & \rightarrow \{+b, +b, -b\}; \quad \{-b, -b, +b\} \leftarrow V_{(-X)}; \\ V_{(+Y)} & \rightarrow \{+b, -b, +b\}; \quad \{-b, +b, -b\} \leftarrow V_{(-Y)}; \\ V_{(+Z)} & \rightarrow \{-b, +b, +b\}; \quad \{+b, -b, -b\} \leftarrow V_{(-Z)}; \\ U_{(-)} & \rightarrow \{-b, -b, -b\}. \end{aligned} \quad (9.6.5)$$

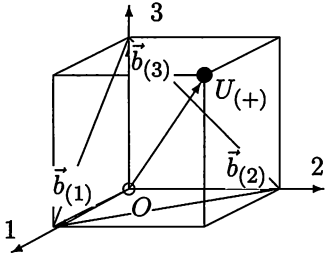


Рис. 9.1. Куб 3×3 -матрицы $U(+)$

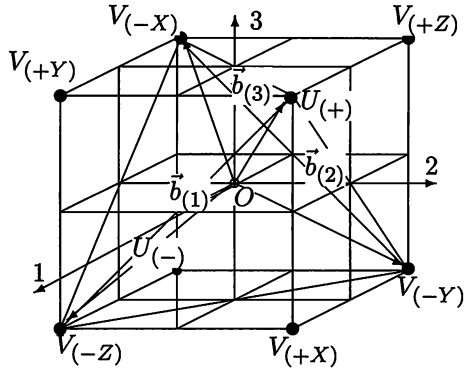


Рис. 9.2. Куб $U(\pm)$ - и $V(\pm C)$ -матриц

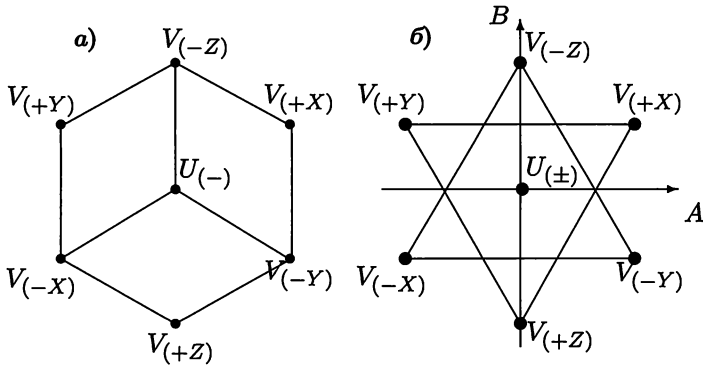


Рис. 9.3. Характерная проекция куба 3×3 -матриц

4. Названные восемь видов 3×3 -матриц можно геометрически проиллюстрировать с помощью восьми вершин куба (см. рис. 9.2) с удвоенной длиной ребер $2b$ по сравнению с ребром куба на рис. 9.1.

Очевидно, восемь видов матриц можно эквивалентным образом охарактеризовать либо посредством восьми вершин куба, как это сделано на рис. 9.2, либо посредством граней октаэдра с вершинами в серединах граней куба.

Соединив концы двух четверок вершин, соответствующих отдельно левому или правому столбцам из матриц в (9.6.5), получаем два тетраэдра, один из которых изображен на рис. 9.2. (Очевидно, что ребра тетраэдров образованы диагоналями квадратов — граней куба.)

5. Изобразим куб 3×3 -матриц в специальной проекции, характеризующей тем, что вертикальная ось z проходит через две противоположные вершины куба, соответствующие двум матрицам $U(\pm)$. Кроме того, пусть куб так развернут, что на нас смотрит его вершина $U(-)$, как это изображено на рис. 9.3.а. Легко видеть, что две тройки матриц

$V_{(\pm C)}$ оказываются расположенными в двух плоскостях. (Здесь символ C («charged») является собирательным образом трех символов: X, Y, Z .) Рассматривая проекции вершин куба на плоскость, перпендикулярную выделенной оси z (см. рис. 9.3.b), обнаруживаем два равносторонних треугольника, вершины которых соответствуют тройкам матриц $V_{(\pm)}$ и повернуты друг относительно друга на 60 градусов. Данная пара треугольников в следующей части книги будет использована для иллюстрации закономерностей сильных взаимодействий.

9.7. Алгебраическая классификация 3×3 -матриц состояний

Поскольку в рамках БСКО ранга (4,4) обобщенные частицы описываются квадратными (в общем случае комплексными) 3×3 -матрицами вида (8.4.1), то естественно рассмотреть алгебраическую классификацию таких матриц, что можно использовать для описания возможных состояний обобщенных частиц. Напомним, что здесь имеется в виду не аналог простейшего бинарного многомерия, рассмотренный в гл. 7, где частицы описываются 2-элементным способом, а обобщенная теория в рамках БСКО ранга (6,6), где соответствующие 3×3 -матрицы характеризуют внутренние (зарядовые) свойства элементарных частиц.

Сначала напомним ключевые положения алгебраической классификации квадратных комплексных матриц. Существует несколько вариантов изложения алгебраической классификации; выберем способ, который использовался А. З. Петровым при исследовании пространств Эйнштейна. (Петровым проводился анализ 3×3 -матрицы, составленной из комплексной комбинации компонент тензора Римана—Кристоффеля или Вейля.) Затем используем алгебраическую классификацию 3×3 -матриц для описания фундаментальных физических взаимодействий [8], рассмотренных в следующей части книги.

9.7.1. Алгебраическая классификация квадратных матриц

1. Рассмотрим общий случай классификации так называемых λ -матриц. Напомним, под λ -матрицей понимается матрица, элементы которой представляют собой многочлены некоторого, вообще говоря, комплексного параметра λ . Для λ -матриц определены так называемые *элементарные* преобразования, включающие в себя умножение строк или столбцов на ненулевые числа и прибавления к строкам (столбцам) других строк (столбцов), умноженных на произвольный многочлен. Две λ -матрицы одинаковых размеров называются эквивалентными, если конечным числом элементарных преобразований можно получить из одной матрицы другую. Все λ -матрицы одинаковых размеров разбиваются на непересекающиеся *классы эквивалентности*.

Каждый класс эквивалентности характеризуется своей канонической матрицей (λ -матрицей в каноническом виде), к которой путем элементарных преобразований может быть приведена любая матрица данного класса эквивалентности.

2. Каноническая матрица состоит из λ -многочленов, расположенных лишь на главной диагонали, причем каждый последующий из них делится на предыдущий (либо равен нулю). Многочлены нулевой степени (единицы) стоят в начале матрицы либо в конце. Эти многочлены называются *инвариантными множителями* матрицы и обозначаются через $E_k(\lambda)$. Каждый инвариантный множитель можно разложить на биномиальные множители (каждый i -й корень многочлена $E_k(\lambda)$ есть собственное значение λ -матрицы некоторой кратности α_{ki}):

$$E_k = (\lambda - \lambda_1)^{\alpha_{k1}} \dots (\lambda - \lambda_r)^{\alpha_{kr}} = \prod_{i=1}^r (\lambda - \lambda_i)^{\alpha_{ki}}. \quad (9.7.1)$$

Классы эквивалентности можно охарактеризовать следующей символической характеристикой:

$$[(\alpha_{11} \dots \alpha_{k1} \dots \alpha_{N1}) \dots (\alpha_{1r} \dots \alpha_{kr} \dots \alpha_{Nr})], \quad (9.7.2)$$

причем

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^r \alpha_{ki} = N, \quad (9.7.3)$$

где N — порядок λ -матрицы, а r — число ее различных собственных значений.

3. Часто используется более грубая классификация классов эквивалентности по наборам возможных целых чисел — корней характеристической матрицы, в сумме равных числу корней:

$$T_1 \rightarrow [11 \dots 1]; \quad T_2 \rightarrow [1 \dots 2]; \quad \dots T_a \rightarrow [r]. \quad (9.7.4)$$

Алгебраическая классификация произвольной квадратной матрицы A (не являющейся λ -матрицей) обычно производится посредством задания соответствующей ей характеристической λ -матрицы $A(\lambda)_{ik} = A_{ik} - \lambda \delta_{ik}$ и нахождения канонического вида последней.

4. Поиск инвариантных множителей можно осуществлять различными способами. В частности, один из методов заключается в составлении ряда многочленов $D_k(\lambda)$, каждый из которых есть наибольший общий делитель всех миноров k -го порядка матрицы $A(\lambda)$. Имеет место теорема линейной алгебры о том, что всякий инвариантный множитель представим в виде

$$E_k(\lambda) = \frac{D_k(\lambda)}{D_{k-1}(\lambda)}, \quad D_0(\lambda) = 1. \quad (9.7.5)$$

Инвариантные множители $E_k(\lambda)$ полностью определяют канонический вид матрицы $A(\lambda)$, а вместе с ней и тип исходной матрицы A .

9.7.2. Классификация 3×3 -матриц

Нас интересуют 3×3 -матрицы вида (8.4.1), характеризующие состояния частиц в одном из множеств бинарной системы отношений. Как уже отмечалось в гл. 7, процесс взаимодействия частиц сопровождается обменом состояниями по внутренним параметрам. Это означает, что в процессе взаимодействия участвуют две частицы, находящиеся в двух разных состояниях:

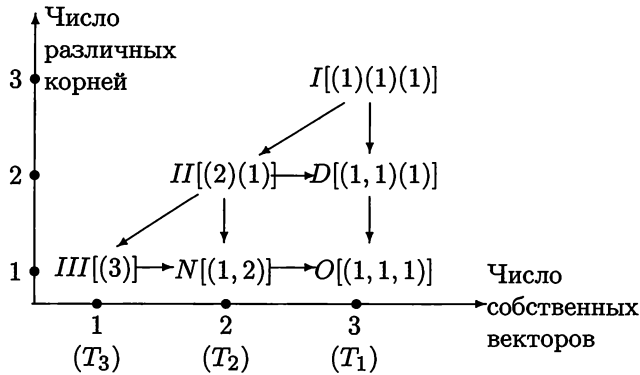


Рис. 9.4. Диаграмма Пенроуза—Петрова

в U - и V -состояниях. Пусть U -состояние является нормальным в том смысле, что детерминант его матрицы отличен от нуля. Определим через матрицы двух состояний λ -матрицу следующим образом

$$V_{ik}(\lambda) = V_{ik} - \lambda U_{ik} = \begin{pmatrix} V_{11} - \lambda U_{11} & V_{12} - \lambda U_{12} & V_{13} - \lambda U_{13} \\ V_{21} - \lambda U_{21} & V_{22} - \lambda U_{22} & V_{23} - \lambda U_{23} \\ V_{31} - \lambda U_{31} & V_{32} - \lambda U_{32} & V_{33} - \lambda U_{33} \end{pmatrix}, \quad (9.7.6)$$

где коэффициентами при λ являются не компоненты единичной матрицы, как это имеет место для характеристической матрицы, а компоненты матрицы невырожденного U -состояния.

В случае 3×3 -матриц имеется 6 возможных канонических видов, которые невозможно перевести друг в друга элементарными преобразованиями. Эти 6 видов λ -матриц составляют три типа, которые представлены на диаграмме Пенроуза—Петрова, используемой в алгебраической классификации Петрова пространств Эйнштейна (см. рис. 9.4). Из диаграммы видно, что первый тип по Петрову T_1 состоит из трех подтипов: I , D и O , второй тип по Петрову T_2 содержит два подтипа II и N , а третий тип T_3 определяется одним подтипом III . Для каждого подтипа справа указана его характеристика (9.7.4).

Выпишем канонические матрицы для названных подтипов по Петрову:

Подтипы первого типа:

$$I \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) \end{pmatrix}; \quad (9.7.7)$$

$$D \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda - \lambda_1) & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \end{pmatrix}; \quad (9.7.8)$$

$$O \rightarrow \begin{pmatrix} (\lambda - \lambda_1) & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda - \lambda_1) & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda - \lambda_1)! \end{pmatrix}. \quad (9.7.9)$$

Подтипы второго типа:

$$II \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda - \lambda_1)^2(\lambda - \lambda_2) \end{pmatrix}; \quad (9.7.10)$$

$$N \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda - \lambda_1) & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda - \lambda_1)^2 \end{pmatrix}. \quad (9.7.11)$$

Третий тип по Петрову (подтип III):

$$III \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda - \lambda_1)^3 \end{pmatrix}. \quad (9.7.12)$$

9.7.3. Алгебраическая классификация и сильные взаимодействия

1. Как будет показано в следующей главе, $V_N^{(s)}$ -матрицы, характеризующие нейтральные каналы сильных взаимодействий, строятся из трех коллинеарных 3-столбцов b_k , т. е. представляются в виде

$$V_{ik} = C'_i b_k \rightarrow \vec{b}_i = C'_i \vec{b}, \quad (9.7.13)$$

где C'_i — комплексные коэффициенты.

Из (9.7.13) следует, что для сильных взаимодействий λ -матрица (9.7.6) принимает вид

$$V^{(s)}(\lambda) = V_N^{(s)} - \lambda U^{(s)} = \begin{pmatrix} C'_1 b_1 - \lambda U_{11}^{(s)} & C'_2 b_1 - \lambda U_{12}^{(s)} & C'_3 b_1 - \lambda U_{13}^{(s)} \\ C'_1 b_2 - \lambda U_{21}^{(s)} & C'_2 b_2 - \lambda U_{22}^{(s)} & C'_3 b_2 - \lambda U_{23}^{(s)} \\ C'_1 b_3 - \lambda U_{31}^{(s)} & C'_2 b_3 - \lambda U_{32}^{(s)} & C'_3 b_3 - \lambda U_{33}^{(s)} \end{pmatrix}. \quad (9.7.14)$$

2. Для определения алгебраического типа этой λ -матрицы вычислим выражения $D_1(\lambda)$, $D_2(\lambda)$, $D_3(\lambda)$, являющиеся наибольшими общими делителями миноров соответствующего ранга матрицы (9.7.14). Напомним, что $D_0(\lambda)$ полагается равным единице.

1) Из (9.7.14) видно, что $D_1(\lambda)$ с точностью до некоторого коэффициента имеет один из двух видов:

$$D_1(\lambda) = \left\{ \begin{array}{l} \text{либо } 1; \\ \text{либо } \lambda + C \end{array} \right\}, \quad (9.7.15)$$

где C — некоторый коэффициент. Однако второй вариант возможен лишь в том случае, когда $(C'_i b_k)/U_{ik} = Const$, что противоречит условию, что $U^{(s)}$ -матрица не является вырожденной. Следовательно, остается положить, что $D_1(\lambda) = 1$.

2) При вычислении $D_2(\lambda)$ следует учесть, что любой определитель 2-го ранга из матрицы (9.7.14) имеет вид

$$M_{ij} = \lambda(\lambda M_{ij}(U) + M_{ij}(X)), \quad (9.7.16)$$

где $M_{ij}(U)$ — минор матрицы $U^{(s)}$, а M_{ij} — выражение, определяемое элементами матрицы $V^{(s)}$. Множитель λ возник вследствие того, что матрица $V^{(s)}$ имеет ранг единица. Из (9.7.16) следует, что $D_2(\lambda)$ может принимать один из следующих трех видов:

$$D_2(\lambda) = \left\{ \begin{array}{l} \text{либо } \lambda; \\ \text{либо } \lambda(\lambda + p), p \neq 0; \\ \text{либо } \lambda^2 \end{array} \right\} \dots \quad (9.7.17)$$

- 3) Выражение $D_3(\lambda)$ совпадает с определителем матрицы (9.7.14) и вследствие единичного ранга матрицы $V^{(s)}$ имеет вид

$$D_3(\lambda) = \det V(\lambda) = \lambda^2(\lambda - C_0)\det U^{(s)}, \quad (9.7.18)$$

где константа $C_0 = C'_1 + C'_2 + C'_3$.

3. Из изложенного следует, что алгебраический тип λ -матрицы (9.7.16) определяется значением константы C из (9.7.15) и вариантами видов $D_2(\lambda)$ в (9.7.17). Проанализируем эти случаи.

- 1) Пусть $D_2(\lambda) = \lambda$, тогда алгебраический тип определяется значением константы C_0 . Если $C_0 = 0$, то имеем каноническую матрицу

$$V(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{pmatrix}, \quad (9.7.19)$$

соответствующую, согласно (9.7.11), типу N.

Если $C_0 \neq 0$, то приходим к канонической матрице

$$V(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(\lambda - C_0) \end{pmatrix}, \quad (9.7.20)$$

соответствующей, согласно (9.7.8), типу D.

- 2) Пусть $D_2(\lambda) = \lambda(\lambda + p)$. При любом значении p данный вид означает, что инвариантный множитель $E_{22} = D_2(\lambda)/D_1(\lambda)$ второй степени по λ , а инвариантный множитель $E_{33} = D_3(\lambda)/D_2(\lambda)$ имеет первую степень по λ . По определению канонической матрицы эти инвариантные множители посредством элементарных преобразований должны быть переставлены. В итоге опять приходим либо к матрице (9.7.20) при $p \neq 0 \rightarrow p = C_0$, соответствующей типу D, либо к матрице (9.7.19) при $p = 0 \rightarrow C_0 = 0$, соответствующей типу N. Таким образом, *сильным взаимодействиям соответствуют $V^{(s)}$ -матрицы только двух возможных алгебраических типов: D или N.*

4. Эти два типа соответствуют двум нейтральным каналам сильных взаимодействий (A- и B-каналам), причем в общем случае эти каналы могут проявляться в каждом из названных типов. Рассмотрим каждый из типов в отдельности.

В алгебраическом типе D, полагая $C'_1 + C'_2 + C'_3 \neq 0$, имеем:

A-канал ($\tilde{C}' = 0; C' \neq 0$) характеризуется следующими значениями констант:

$$C' = C'_1 - C'_3; \quad C'_1 = C'_2; \quad C'_3 \neq -(C'_1 + C'_2). \quad (9.7.21)$$

B -канал ($\tilde{C}' \neq 0$; $C' = 0$) характеризуется константами:

$$\tilde{C}' = -\frac{1}{2}(C'_1 - C'_2); \quad C'_1 \neq -C'_2; \quad C'_3 = \frac{1}{2}(C'_1 + C'_2). \quad (9.7.22)$$

5. В алгебраическом типе N , где $C'_1 + C'_2 + C'_3 = 0$, имеем:
 A -канал характеризуется следующими значениями констант:

$$C' = C'_1 - C'_3 = -\frac{3}{2}C'_3; \quad C'_1 = C'_2 = -\frac{1}{2}C'_3; \quad C'_3 = -(C'_1 + C'_2), \quad (9.7.23)$$

так, что если значения трех констант C'_i изобразить на главной диагонали 3×3 -матрицы, то получается матрица Гелл-Манна λ_8 :

$$C'_i \rightarrow -\frac{C'_3}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (9.7.24)$$

B -канал характеризуется константами:

$$\tilde{C}' = -C'_1; \quad C'_1 = -C'_2; \quad C'_3 = 0, \quad (9.7.25)$$

так, что если опять построить диагональную 3×3 -матрицу, то получим матрицу Гелл-Манна λ_3 :

$$C'_i \rightarrow C'_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (9.7.26)$$

6. Выясним алгебраический тип $V_C^{(s)}$ -матриц сильных взаимодействий.

Для этого, пользуясь установленными правилами образования $V_C^{(s)}$ -матриц, построим соответствующие им λ -матрицы. Так, для случая изменения знака первого столбца имеем

$$V_Z^{(s)}(\lambda) = V_Z^{(s)} - \lambda U^{(s)} = \quad (9.7.27)$$

$$= \begin{pmatrix} -(\lambda+1)b_{(1)1} & (1-\lambda)b_{(2)1} & (1-\lambda)b_{(3)1} \\ -(\lambda+1)b_{(1)2} & (1-\lambda)b_{(2)2} & (1-\lambda)b_{(3)2} \\ -(\lambda+1)b_{(1)3} & (1-\lambda)b_{(2)3} & (1-\lambda)b_{(3)3} \end{pmatrix}. \quad (9.7.28)$$

Определим наибольшие общие делители миноров этой матрицы. Так минор D_3 совпадает с определителем матрицы (9.7.27) и имеет вид

$$D_3 = -(\lambda+1)(\lambda-1)^2 D_{(s)}, \quad (9.7.29)$$

где $D_{(s)}$ будет определено в гл. 10. Легко видеть, что D_2 (наибольший общий делитель миноров второго ранга) с точностью до постоянного коэффициента имеет вид $D_2 = (\lambda-1)$, а $D_1 = 1$. На основе этих выражений получаем следующий вид канонической матрицы

$$V_{can}^{(s)}(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda-1) & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda-1)(\lambda+1) \end{pmatrix}, \quad (9.7.30)$$

соответствующий, согласно (9.7.8), алгебраическому типу D . Таким образом, *сильные взаимодействия в заряженных каналах в общем случае характеризуются алгебраическим типом D .*

9.7.4. Алгебраические типы V -матриц в электрослабых взаимодействиях

1. Обсудим алгебраическую классификацию 3×3 -матриц внутренних параметров для случая нейтральных электрослабых взаимодействий частиц. Для этого прежде всего отметим, что электрослабые взаимодействия строятся на основе 3×3 -матриц, в которых произведено $2+1$ -расщепление «по вертикали». Для этого случая λ -матрица имеет вид

$$V^{(w)}(\lambda) = V^{(w)} - \lambda U^{(w)} = \begin{pmatrix} (C'_1 f_1 + K'_1 l_1) - & (C'_2 f_1 + K'_2 l_1) - & (C'_3 f_1 + K'_3 l_1) - \\ \lambda(C_1 f_1 + K_1 l_1) & \lambda(C_2 f_1 + K_2 l_1) & \lambda(C_3 f_1 + K_3 l_1) \\ (C'_1 f_2 + K'_1 l_2) - & (C'_2 f_2 + K'_2 l_2) - & (C'_3 f_2 + K'_3 l_2) - \\ \lambda(C_1 f_2 + K_1 l_2) & \lambda(C_2 f_2 + K_2 l_2) & \lambda(C_3 f_2 + K_3 l_2) \\ c'_5 - \lambda c_5 & c'_5 - \lambda c_5 & c'_5 - \lambda c_5 \end{pmatrix}, \quad (9.7.31)$$

где константы C_s, C'_s, K_s, K'_s определяют разложения верхних частей 3 столбцов (из параметров с номерами 1 и 2) соответственно по двум неколлинеарным 2-векторам \vec{f} и \vec{l} . Третьи элементы как $U^{(w)}$, так и $V^{(w)}$ -матриц полагаются одинаковыми и равными, соответственно, константам c_5 и c'_5 .

2. Прежде всего вычислим определитель этой матрицы. Переходя к независимым коэффициентам $A_1 = (1/2)(C_1 + C_2 - 2C_3)$, $A_2 = (1/2)(K_1 + K_2 - 2K_3)$, $Z_1 = (1/2)(C_2 - C_1)$, $Z_2 = (1/2)(K_2 - K_1)$ и аналогичным со штрихами, находим

$$D_3 = 2(c'_5 - \lambda c_5) \{ (A'_1 Z'_2 - A'_2 Z'_1) - \lambda [(A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1) + (A'_1 Z_2 - A'_2 Z_1)] + \lambda^2 (A_1 Z_2 - A_2 Z_1) \}. \quad (9.7.32)$$

Учитывая, что $V^{(w)}$ -матрица вырождена, т. е. ее определитель равен нулю, находим корни характеристического уравнения:

$$\lambda_1 = 0; \quad \lambda_2 = \frac{c'_5}{c_5}; \quad \lambda_3 = \frac{(A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1) + (A'_1 Z_2 - A'_2 Z_1)}{A_1 Z_2 - A_2 Z_1} = \frac{D_{AZ} + \tilde{D}_{ZA}}{D_U}. \quad (9.7.33)$$

3. Найдем наибольший общий делитель D_1 элементов матрицы (9.7.30). Из вида элементов первой строки видно, что он не содержит в качестве множителя λ . D_1 не может содержать в качестве множителя выражение $(c'_5 - \lambda c_5)$ по той причине, что тогда, например, из первого и второго элементов первого столбца в (9.7.30) должны следовать условия:

$$\frac{C'_1 f_1 + K'_1 l_1}{C_1 f_1 + K_1 l_1} = \frac{c'_5}{c_5} = \lambda_2; \quad \frac{C'_1 f_2 + K'_1 l_2}{C_1 f_2 + K_1 l_2} = \frac{c'_5}{c_5} = \lambda_2.$$

Из них находим

$$\frac{f_1}{l_1} = \frac{f_2}{l_2} = -\frac{K'_1 - \lambda_2 K_1}{C'_1 - \lambda_2 C_1} \rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{l_1}{l_2},$$

т. е. 2-мерные векторы \vec{f} и \vec{l} коллинеарны, что противоречит определению этих векторов. Следовательно, можно положить, что с точностью до константы $D_1 = 1$.

4. Найдем наибольший общий делитель 2×2 -миноров λ -матрицы (9.7.30). Для того чтобы миноры содержали множитель λ , необходимо, в частности, в двух элементах первого столбца матрицы (9.7.30) обращение в нуль слагаемых нулевого порядка по λ , т. е. выполнение условий:

$$C'_1 f_1 + K'_1 l_1 = 0; \quad C'_1 f_2 + K'_1 l_2 = 0,$$

которые справедливы лишь в случае коллинеарности векторов \vec{f} и \vec{l} , что противоречит смыслу этих векторов.

Для выяснения вопроса о наличии в D_2 слагаемого $c'_5 - \lambda c_5$ вычислим миноры из элементов первой и второй строк матрицы (9.7.30):

$$D_2(23) = \lambda^2(C_2 K_3 - K_2 C_3) - \lambda[(C'_2 K_3 - K'_2 C_3) + (C_2 K'_3 - K_2 C'_3)] + (C'_2 K'_3 - C'_3 K'_2); \quad (9.7.34)$$

$$D_2(13) = \lambda^2(C_1 K_3 - K_1 C_3) - \lambda[(C'_1 K_3 - K'_1 C_3) + (C_1 K'_3 - K_1 C'_3)] + (C'_1 K'_3 - C'_3 K'_1); \quad (9.7.35)$$

$$D_2(12) = \lambda^2(C_1 K_2 - K_1 C_2) - \lambda[(C'_1 K_2 - K'_1 C_2) + (C_1 K'_2 - K_1 C'_2)] + (C'_1 K'_2 - C'_2 K'_1). \quad (9.7.36)$$

Для того чтобы приравненные нулю эти выражения имели корень $\lambda_2 = c'_5/c_5$, необходимо, чтобы свободные слагаемые каждого из квадратных уравнений содержали в качестве множителя данный корень, т. е. чтобы выполнялись условия:

$$\begin{aligned} \frac{C'_2 K'_3 - C'_3 K'_2}{C_2 K_3 - K_2 C_3} &\equiv \frac{x_1}{z_1} = y_1 \lambda_2; & \frac{C'_1 K'_3 - C'_3 K'_1}{C_1 K_3 - K_1 C_3} &\equiv \frac{x_2}{z_2} = y_2 \lambda_2; \\ \frac{C'_1 K'_2 - C'_2 K'_1}{C_1 K_2 - K_1 C_2} &\equiv \frac{x_3}{z_3} = y_3 \lambda_2, \end{aligned} \quad (9.7.37)$$

где y_s — три коэффициента — вторые корни соответствующих квадратных уравнений.

Учтем, что сумма числителей трех дробей в (9.7.36), обозначенных символами x_s , обладает свойством

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= (C'_2 K'_3 - C'_3 K'_2) + (C'_1 K'_3 - C'_3 K'_1) + (C'_1 K'_2 - C'_2 K'_1) = \\ &= 2(A'_1 Z'_2 - A'_2 Z'_1) = 0. \end{aligned} \quad (9.7.38)$$

Используя (9.7.36), отсюда находим

$$x_1 + x_2 + x_3 = \lambda_2(z_1 y_1 + z_2 y_2 + z_3 y_3) = 0. \quad (9.7.39)$$

Обозначая коэффициенты в (9.7.35) при λ , соответственно, символами u_1 , u_2 , u_3 и пользуясь свойством корней квадратных уравнений, имеем соотношение:

$$\frac{u_1}{z_1} = y_1 + \lambda_2; \quad \frac{u_2}{z_2} = y_2 + \lambda_2; \quad \frac{u_3}{z_3} = y_3 + \lambda_2. \quad (9.7.40)$$

Выражая из этих соотношений y_s и подставляя в (9.7.38), находим

$$(u_1 + u_2 + u_3) - \lambda_2(z_1 + z_2 + z_3) = 0. \quad (9.7.41)$$

Непосредственным вычислением из (9.7.35)–(9.7.36) можно показать, что

$$u_1 + u_2 + u_3 = 2[(A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1) + (A'_1 Z_2 - A'_2 Z_1)]; \quad (9.7.42)$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 2(A_1 Z_2 - A_2 Z_1) = 2D_U, \quad (9.7.43)$$

откуда находим, что в D_2 содержится $c'_3 - \lambda c_3$, если только

$$\lambda_2 = \frac{(A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1) + (A'_1 Z_2 - A'_2 Z_1)}{A_1 Z_2 - A_2 Z_1} = \lambda_3. \quad (9.7.44)$$

В противном случае следует положить $D_2 = 1$.

5. Используя найденные значения $D_1 = 1$, $D_2 = 1$ и D_3 из (9.7.31), находим, что для электрослабых взаимодействий частиц в общем случае канонический вид матрицы $V^{(w)}(\lambda)$ записывается в форме

$$V_{can}^{(w)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) \end{pmatrix}, \quad (9.7.45)$$

соответствующей, согласно (9.7.7), алгебраическому типу I.

В частном случае, когда

$$\lambda_3 = \frac{(A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1) + (A'_1 Z_2 - A'_2 Z_1)}{A_1 Z_2 - A_2 Z_1} = 0, \quad (9.7.46)$$

канонический вид λ -матрицы принимает форму

$$V_{can}^{(w)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2(\lambda - \lambda_2) \end{pmatrix}, \quad (9.7.47)$$

соответствующую, согласно (9.7.10), алгебраическому типу II.

Наконец, в случае выполнения условия (9.7.43), т. е. при $\lambda_2 = \lambda_3$, приходим к каноническому виду λ -матрицы

$$V_{can}^{(w)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda - \lambda_2) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(\lambda - \lambda_2) \end{pmatrix}, \quad (9.7.48)$$

соответствующему алгебраическому типу D.

6. Используя результаты предыдущего раздела, можно утверждать, что для B -канала (Z -взаимодействий), где

$$\lambda_3 = \frac{D_{AZ}}{D_U} \neq 0, \quad (9.7.49)$$

имеет место алгебраический тип I.

Для A -канала (электромагнитного взаимодействия), где имеет место условие (9.7.45), $\lambda_3 = 0$, т. е. реализуется алгебраический тип II.

Таким образом, A - и B -каналы нейтральных электрослабых взаимодействий соответствуют двум разным алгебраическим типам по классификации Петрова, соответственно II и I.

7. Легко видеть, что для случая заряженных электрослабых взаимодействий барионов по-прежнему имеет место алгебраический тип D.

9.8. От свойств 3×3 -матриц к свойствам элементарных частиц

1. Еще раз подчеркнем, что свойства 3×3 -матриц, рассмотренные в этой главе, существенны для построения прообраза единой теории известных видов фундаментальных физических взаимодействий, рассматриваемого в следующей части этой книги. В реляционном подходе частицы описываются некой прямоугольной матрицей параметров, 3×3 -минор которой характеризует состояния частиц.

2. Как было уже продемонстрировано в гл. 7 при рассмотрении простейшего бинарного аналога 5-мерной теории Калуцы, процесс взаимодействия частиц имеет обменный характер по их внутренним параметрам. Это означает, что взаимодействующие частицы должны характеризоваться разными 3×3 -матрицами своих внутренних состояний, т. е. должны быть определены, как минимум, два вида, а на самом деле значительно больше, состояний (и соответствующих им 3×3 -матриц). В последних двух разделах этой главы уже использовались матрицы $U_{(\pm)}$ и различные виды V -матриц.

3. К рассмотренному здесь материалу следует добавить еще одно чрезвычайно важное свойство 3×3 -матриц «по вертикали», определяемое тем, из скольких линейно независимых 3-векторов $\vec{b}_{(s)}$ (финслеровых спиноров) составлена данная матрица. Оказывается, вырожденные матрицы, содержащие два или даже три коллинеарных 3-вектора, характеризуют V -матрицы, определяющие взаимодействия «через нейтральные векторные бозоны»: в сильных взаимодействиях «через нейтральные глюоны», а в электрослабых взаимодействиях «через Z -бозоны или фотоны». Для сильных взаимодействий оказывается характерным дважды вырожденный случай, а для электрослабых — единожды вырожденный.

4. Характер вырожденности V -матриц тесно связан с алгебраической классификацией 3×3 -матриц, приведенной в разд. 9.7.

5. Еще раз подчеркнем, что свойства 3×3 -матриц «по горизонтали» являются инвариантными относительно преобразований «по вертикали», рассмотренных в первых разделах этой главы. Более того, все ключевые понятия и величины, вводимые в следующей части при рассмотрении прообраза единой теории физических взаимодействий, будут инвариантными относительно либо полной группы $SL(3, C)$, либо ее подгруппы $SL(2, C)$.

6. Рассмотренные в разд. 9.6 V -матрицы, образованные из исходной $U_{(+)}$ -матрицы операциями отражений, определяют взаимодействия «через промежуточные заряженные бозоны». Полный комплект из трех пар возможностей характерен для случая именно сильных взаимодействий,

тогда как для электрослабых взаимодействий частиц одного поколения имеет место усеченный вариант, соответствующий лишь одной паре заряженных W^\pm -бозонов.

7. В соответствии с отмеченной ролью 3×3 -матриц, получаемых операцией отражений, иллюстрация соотношения матриц в виде куба и связанных с ним правильных многогранников: октаэдра и тетраэдров относится к случаю именно сильных взаимодействий. Для случая электрослабых взаимодействий оказывается адекватной иллюстрация через другие правильные многогранники — икосаэдр и додекаэдр (см. [28]).

Единая реляционная теория физических взаимодействий



С позиций бинарной геометрофизики можно подойти к решению одной из важнейших проблем современной теоретической физики — к объединению фундаментальных физических взаимодействий: электромагнитных, слабых и сильных, причем еще до введения классического пространства-времени. В этой главе предлагается ее решение на базе БСКО ранга (6,6) с привлечением идей геометрического миропонимания, точнее — методов многомерных геометрических моделей физических взаимодействий типа теории Калуцы. При этом бинарная геометрофизика позволяет под новым углом зрения взглянуть на ряд постулатов и приемов, используемых в многомерных геометрических моделях типа теорий Калуцы и О. Клейна. Здесь, прежде всего, имеются в виду вопросы о необходимом числе дополнительных измерений и причины расщепления размерностей на внешние (четыре классические) и внутренние (компактифицированные). Ответы на эти и ряд других вопросов определяются естественной композицией трех БСКО минимальных рангов: (2,2), (3,3) и (4,4) в виде единой БСКО ранга (6,6).

Математический аппарат БСКО ранга (6,6), следующего четного ранга после простейшего бинарного многомерия (4,4), является достаточным для построения реляционного прообраза объединенной теории известных видов физических взаимодействий. Эта БСКО ранга (6,6) делает возможным описание ряда ключевых закономерностей сильных взаимодействий. Усеченный вариант общей теории приводит к известным закономерностям электрослабых взаимодействий, ранее вскрытым в рамках калибровочной модели Вайнберга—Салама—Глэшоу. Дальнейшее усечение теории позволяет перейти к описанию электромагнитных взаимодействий в рамках БСКО ранга (4,4) (см. гл. 7).

В бинарной геометрофизике, как уже отмечалось, в отличие от ретико-полевого миропонимания, отсутствуют поля переносчиков взаимодействий. Среди первичных понятий излагаемой здесь реляционной теории отсутствуют глюоны и векторные промежуточные бозоны электрослабых взаимодействий. Их роль играют непосредственные характеристики взаимодействующих частиц, которые строятся из параметров БСКО ранга (6,6).

БСКО ранга (6,6) и прообраз сильных взаимодействий



Для построения реляционного прообраза единой теории фундаментальных физических взаимодействий используется тот же способ, что и в рамках исследований многомерных (унарных) геометрических моделей физических взаимодействий типа теорий Калуцы и Клейна: сначала производится обобщение простейшей модели бинарного многомерия (на базе БСКО ранга (4,4)) до теории на базе БСКО более высокого ранга (6,6), а затем из нее методом своеобразного расщепления, аналогичным используемому в теории Калуцы, выделяются понятия БСКО ранга (3,3), описывающие характеристики частиц в 4-мерном мире, и понятия БСКО ранга (4,4) (3×3 -матрицы), характеризующие зарядовые свойства элементарных частиц — своеобразного аналога «внутреннего» или изотопического пространства частиц в калибровочной теории поля.

В этой главе в рамках данного бинарного многомерия рассмотрен реляционный прообраз сильных взаимодействий, обладающий рядом черт, выявленных в калибровочной модели сильных взаимодействий (в хромодинамике).

10.1. Бинарная система комплексных отношений ранга (6,6) и ее интерпретация

Охарактеризуем единый прообраз фундаментальных физических взаимодействий, опирающийся на БСКО ранга (6,6), из которого как частные случаи строятся реляционные теории как сильных, так и электрослабых взаимодействий.

10.1.1. Основные понятия БСКО ранга (6,6)

1. **Закон и парные отношения.** Согласно общей теории, закон БСКО ранга (6,6) определяется для шести произвольных пар разно-

именных элементов и имеет вид,

$$\Phi_{(6,6)} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & u_{i\delta} & u_{i\lambda} & u_{i\rho} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & u_{k\delta} & u_{k\lambda} & u_{k\rho} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & u_{j\delta} & u_{j\lambda} & u_{j\rho} \\ u_{s\alpha} & u_{s\beta} & u_{s\gamma} & u_{s\delta} & u_{s\lambda} & u_{s\rho} \\ u_{l\alpha} & u_{l\beta} & u_{l\gamma} & u_{l\delta} & u_{l\lambda} & u_{l\rho} \\ u_{r\alpha} & u_{r\beta} & u_{r\gamma} & u_{r\delta} & u_{r\lambda} & u_{r\rho} \end{vmatrix} = 0, \quad (10.1.1)$$

где парное отношение записывается для элементов, характеризующихся пятью параметрами

$$u_{i\alpha} = i^1\alpha^1 + i^2\alpha^2 + i^3\alpha^3 + i^4\alpha^4 + i^5\alpha^5. \quad (10.1.2)$$

Напомним, что этот факт связан с тем обстоятельством, что в БСКО этого ранга базис определяется двумя пятерками элементов в двух множествах системы отношений.

2. **Фундаментальное 5×5 -отношение БСКО ранга (6,6)** записывается в виде

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \delta & \lambda \\ i & k & j & s & l \end{bmatrix} \equiv \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & u_{i\delta} & u_{i\lambda} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & u_{k\delta} & u_{k\lambda} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & u_{j\delta} & u_{j\lambda} \\ u_{s\alpha} & u_{s\beta} & u_{s\gamma} & u_{s\delta} & u_{s\lambda} \\ u_{l\alpha} & u_{l\beta} & u_{l\gamma} & u_{l\delta} & u_{l\lambda} \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} i^1 & k^1 & j^1 & s^1 & l^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 & s^2 & l^2 \\ i^3 & k^3 & j^3 & s^3 & l^3 \\ i^4 & k^4 & j^4 & s^4 & l^4 \\ i^5 & k^5 & j^5 & s^5 & l^5 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 & \gamma^1 & \delta^1 & \lambda^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 & \delta^2 & \lambda^2 \\ \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 & \delta^3 & \lambda^3 \\ \alpha^4 & \beta^4 & \gamma^4 & \delta^4 & \lambda^4 \\ \alpha^5 & \beta^5 & \gamma^5 & \delta^5 & \lambda^5 \end{vmatrix}. \quad (10.1.3)$$

Легко видеть, что фундаментальное 5×5 -отношение инвариантно относительно преобразований группы $SL(5, C)$.

3. **2+3-Расщепление параметров и их допустимые преобразования.** Для описания физических взаимодействий оказывается необходимым вариант теории, где 5 параметров расщепляются на два подмножества из 2 и 3 параметров, в каждом из которых имеют место свои группы преобразований, соответствующие теориям БСКО рангов (3,3) и (4,4). Это фактически означает использование двух типов эталонных элементов: атомных и субъядерных. Именно по этой причине во всех формулах будет производиться процедура 3+4-расщепления по рангу системы отношений (6+1=3+4) или 2+3-расщепления по числу параметров элементов.

В частности, раскладывая фундаментальное 5×5 -отношение по первым двум строкам (по внешним параметрам), легко убедиться, что

оно записывается в форме

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \delta & \lambda \\ i & k & j & s & l \end{bmatrix} = \sum \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ i & k \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \gamma & \delta & \lambda \\ j & s & l \end{bmatrix}', \quad (10.1.4)$$

где первыми квадратными скобками обозначены фундаментальные 2×2 -отношения, построенные из параметров с индексами 1 и 2, а вторыми квадратными скобками, помеченными штрихом, — комбинации из трех дополнительных параметров вида

$$\begin{bmatrix} \gamma & \delta & \lambda \\ j & s & l \end{bmatrix}' = \begin{vmatrix} j^3 & s^3 & l^3 \\ j^4 & s^4 & l^4 \\ j^5 & s^5 & l^5 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \gamma^3 & \delta^3 & \lambda^3 \\ \gamma^4 & \delta^4 & \lambda^4 \\ \gamma^5 & \delta^5 & \lambda^5 \end{vmatrix}. \quad (10.1.5)$$

В (10.1.4) суммирование производится по двум пятеркам элементов из двух множеств, упомянутых в обозначении фундаментального 5×5 -отношения.

4. **Элементарные частицы**, согласно правилам, установленным в предыдущих главах, в данной теории описываются тремя элементами в каждом состоянии, т. е. в общем случае характеризуются 3×5 -матрицей параметров

$$b \Rightarrow \begin{pmatrix} i^1 & k^1 & j^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 \\ \hline i^3 & k^3 & j^3 \\ i^4 & k^4 & j^4 \\ i^5 & k^5 & j^5 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} i^1 & k^1 & j^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 \\ \hline c_{(1)}^3 & c_{(2)}^3 & c_{(3)}^3 \\ c_{(1)}^4 & c_{(2)}^4 & c_{(3)}^4 \\ c_{(1)}^5 & c_{(2)}^5 & c_{(3)}^5 \end{pmatrix}, \quad (10.1.6)$$

где горизонтальными линиями разделены внешние и внутренние параметры. Забегая вперед, отметим, что тройки элементов, определяющие частицы, соответствуют общепринятым представлениям о трехкварковой структуре сильно взаимодействующих частиц (барионов).

10.1.2. Бинарный объем как прообраз S -матрицы

1. В развиваемой теории, как и в случае бинарного аналога 5-мерной теории Калуцы, в качестве прообраза S -матрицы или действия (лагранжиана) взаимодействия двух элементарных частиц выступает базовое 6×6 -отношение, симметричным образом содержащее параметры $3+3 = 6$ элементов двух частиц в «начальном» состоянии и $3+3 = 6$ элементов двух частиц в «конечном» состоянии. Оно строится из окаймлен-

ного определителя в законе (10.1.1) и записывается следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{cccc|ccc} \alpha & \beta & \gamma & \delta & \lambda & \rho \\ i & k & j & s & l & r \end{array} \right\} \equiv \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & u_{i\delta} & u_{i\lambda} & u_{i\rho} \\ 1 & u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & u_{k\delta} & u_{k\lambda} & u_{k\rho} \\ 1 & u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & u_{j\delta} & u_{j\lambda} & u_{j\rho} \end{array} \right| \\ \hline \left| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & u_{s\alpha} & u_{s\beta} & u_{s\gamma} & u_{s\delta} & u_{s\lambda} & u_{s\rho} \\ 1 & u_{l\alpha} & u_{l\beta} & u_{l\gamma} & u_{l\delta} & u_{l\lambda} & u_{l\rho} \\ 1 & u_{r\alpha} & u_{r\beta} & u_{r\gamma} & u_{r\delta} & u_{r\lambda} & u_{r\rho} \end{array} \right| \end{array} =$$

$$= \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc|ccc} i^1 & k^1 & j^1 & s^1 & l^1 & r^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 & s^2 & l^2 & r^2 \end{array} \right| \times \left| \begin{array}{ccc|ccc} \alpha^1 & \beta^1 & \gamma^1 & \delta^1 & \lambda^1 & \rho^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 & \delta^2 & \lambda^2 & \rho^2 \end{array} \right| \\ \hline \left| \begin{array}{ccc|ccc} i^3 & k^3 & j^3 & s^3 & l^3 & r^3 \\ i^4 & k^4 & j^4 & s^4 & l^4 & r^4 \\ i^5 & k^5 & j^5 & s^5 & l^5 & r^5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right| \times \left| \begin{array}{ccc|ccc} \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 & \delta^3 & \lambda^3 & \rho^3 \\ \alpha^4 & \beta^4 & \gamma^4 & \delta^4 & \lambda^4 & \rho^4 \\ \alpha^5 & \beta^5 & \gamma^5 & \delta^5 & \lambda^5 & \rho^5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right|, \quad (10.1.7)$$

где вертикальные линии подчеркивают тот факт, что первая частица описывается элементами $i, k, j, \alpha, \beta, \gamma$, а вторая частица — элементами $s, l, r, \delta, \lambda, \rho$. Это выражение инвариантно относительно преобразований параметров из группы $SL(5, C)$ и, следовательно, инвариантно относительно ее подгруппы $SL(2, C) \times SL(3, C)$.

2. Физическая интерпретация базового 6×6 -отношения точно такая же, как и в простейшей модели на базе БСКО ранга (4,4). Оно описывает прообраз S -матрицы процесса взаимодействия двух частиц, которая проиллюстрирована диаграммами рис. 10.1, отличающимися от диаграмм на рис. 7.1 числом линий, сопоставляемых частицам. На левой диаграмме изображена 12-хвостка, соответствующая двум частицам, определенным согласно (10.1.6). Две тройки нижних линий описывают «начальные» состояния двух частиц, а две верхние тройки — их «конечные» состояния. В середине представлено обобщение диаграммы фейнмановского типа, а справа дана стандартная диаграмма рассеяния одной частицы на другой.

3. Для перехода от базового 6×6 -отношения к физически интерпретируемому выражению прежде всего его необходимо представить в $2+3$ -расщепленном виде, когда параметры с индексами 1 и 2 отделены от оставшихся трех параметров, описывающих внутренние степени свободы. Это достигается разложением определителей справа в (10.1.7) по первым двум строкам. Перемножая их, приходим к сумме 225 выражений вида

$$\left\{ \begin{array}{cccc|ccc} \alpha & \beta & \gamma & \delta & \lambda & \rho \\ i & k & j & s & l & r \end{array} \right\} = \sum^{225} \left[\begin{array}{c} \alpha \delta \\ i s \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|ccc} \beta & \gamma & \lambda & \rho \\ k & j & l & r \end{array} \right), \quad (10.1.8)$$

где отдельные слагаемые обозначены точками или звездочками. Последними отмечены слагаемые, представляющие наибольший интерес (при специальном порядке слагаемых).

Выделенные блоки имеют точно такую же интерпретацию, что и в гл. 7, где рассматривалось аналогичное расщепление базового 4×4 -отношения. Напомним, слагаемые среднего блока описывают вектор-векторные взаимодействия двух частиц, слагаемые левого нижнего и правого верхнего блоков описывают массовые вклады, слагаемые левого верхнего и правого нижнего блоков названы индивидуальными, поскольку характеризуют «свободные» частицы, а четыре крайних блока, как и ранее, названы «лишними». Отличие состоит лишь в большем количестве слагаемых в блоках (10.1.10) по сравнению с блоками в (7.2.3).

В этой главе главное внимание уделено именно среднему 9×9 -блоку вектор-векторных взаимодействий $M(2, 2)$.

10.2. Блок вектор-векторных взаимодействий

Поскольку каждое слагаемое блока вектор-векторных взаимодействий, согласно (10.1.8), представляет собой произведение двух сомножителей, составленных либо только из внешних, либо из внутренних параметров, рассмотрим роли и структуру этих сомножителей в отдельности.

10.2.1. Комбинации внешних параметров

1. Проанализируем слагаемые подматрицы $M(2, 2)$, опираясь на комбинации в квадратных скобках, которые записываются через внешние параметры (с индексами 1 и 2). Пусть для первой частицы B_1 символу (1) соответствуют элементы i и α , символу (2) соответствуют элементы k и β , а символу (3) — элементы j и γ . Аналогично в порядке, как изображено на рис. 10.1, тремя индексами обозначим элементы второй частицы B_2 . В согласии с такой интерпретацией введем новые (промежуточные) обозначения для вектор-векторных («внешних») частей слагаемых: $\begin{bmatrix} s & k \\ r & l \end{bmatrix}$, где индексы принимают значения 1, 2, 3; в левом столбце снизу записан номер элемента в начальном состоянии первой частицы, сверху в том же левом столбце — номер элемента в конечном состоянии первой частицы, а во втором столбце то же самое, но для второй частицы. В итоге блок $M(2, 2)$ можно охарактеризовать следующим

образом:

$$M(2, 2) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \begin{bmatrix} 11 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 11 \\ 33 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 12 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 33 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 13 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 13 \\ 33 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 21 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 \\ 33 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 22 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 22 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 22 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 22 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 22 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 22 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 22 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 22 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 22 \\ 33 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 23 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 23 \\ 33 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 31 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 31 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 31 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 31 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 31 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 31 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 31 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 31 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 31 \\ 33 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 32 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 32 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 32 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 32 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 32 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 32 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 32 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 32 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 32 \\ 33 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 33 \\ 11 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 \\ 13 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 \\ 21 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 \\ 22 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 \\ 23 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 \\ 31 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 \\ 32 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 33 \\ 33 \end{bmatrix} \end{array} \right). \tag{10.2.1}$$

2. Разобьем все слагаемые в (10.2.1) на несколько классов. К первому классу отнесем слагаемые, содержащие одинаковые номера по вертикали, т. е. выражения вида $\begin{bmatrix} s & k \\ s & k \end{bmatrix}$. Имея в виду общепринятую терминологию, назовем такие слагаемые описывающими прообраз ток-токовых взаимодействий «через нейтральные промежуточные бозоны». Их девять, и они расположены на главной диагонали матрицы (10.2.1).

Ко второму классу отнесем «перекрестные» слагаемые вида $\begin{bmatrix} s & r \\ r & s \end{bmatrix}$. Опять, согласно общепринятой терминологии, назовем такие слагаемые описывающими прообраз ток-токовых взаимодействий «через промежуточные заряженные бозоны». Таких слагаемых шесть, и они расположены по одному в каждой из недиагональных 3×3 -подблоков, выделенных в (10.2.1) горизонтальными и вертикальными линиями.

К третьему классу отнесем «смешанные» отношения вида $\begin{bmatrix} s & r \\ s & k \end{bmatrix}$ или $\begin{bmatrix} r & s \\ k & s \end{bmatrix}$ при $r \neq k$. Тридцать шесть таких слагаемых расположены вне главных диагоналей трех диагональных 3×3 -подблоков (18 слагаемых) и на диагоналях всех остальных недиагональных 3×3 -подблоков (18 слагаемых). В стандартной теории такие взаимодействия отсутствуют.

Наконец, к четвертому классу отнесем оставшиеся 30 слагаемых, расположенных вне главных диагоналей недиагональных 3×3 -подблоков.

3. При рассмотрении ток-токовых взаимодействий частиц ограничимся слагаемыми первого и второго классов, которые являются непо-

средственными аналогами выражений в калибровочных моделях физических взаимодействий. Ряд слагаемых из третьего и четвертого классов можно трактовать как учет возможных перестановок элементов, характеризующих частицы. Это может привести к изменению некоторых численных коэффициентов, но может сказаться и более существенно. Данный вопрос нуждается в дополнительном анализе, которого здесь касаться не будем, поскольку главная задача усматривается в доказательстве принципа соответствия (в главных чертах) развиваемой здесь реляционной теории и общепринятых калибровочных моделей.

4. Перейдем к стандартным обозначениям нейтральных вектор-векторных комбинаций. Поскольку в общепринятом подходе «частицы» описываются лишь парами спинорных (внешних) компонент, то аналогично случаю описания нейтрино в предыдущей главе введем 4-компонентные столбцы, где эти компоненты будут записываться сверху. Тогда фигурирующие в (10.2.1) комбинации можно представить, например, в виде

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha & \delta \\ i & s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}); \\ \begin{bmatrix} \alpha & \lambda \\ i & l \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)}), \end{aligned} \quad (10.2.2)$$

и так далее. Здесь и далее внешние параметры трех элементов будут обозначаться символами $q_{s(r)}$, где индекс в скобках $r = 1, 2, 3$ означает номер столбца элемента, а индекс $s = 1, 2$ нумерует взаимодействующие частицы.

5. На основе произведенной классификации отдельно выпишем из (10.2.1) слагаемые, соответствующие взаимодействию двух частиц B_1 и B_2 «через нейтральные бозоны». Используя введенные обозначения и учитывая комбинации из дополнительных параметров (в круглых скобках), находим матричные элементы, характеризующие взаимодействие частиц «через нейтральные промежуточные бозоны»:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(A,B)}(B_1, B_2) &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \lambda & \rho \\ k & j & l & r \end{pmatrix} + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \delta & \rho \\ k & j & s & r \end{pmatrix} + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \delta & \lambda \\ k & j & s & l \end{pmatrix} + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \lambda & \rho \\ i & j & l & r \end{pmatrix} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \delta & \rho \\ i & j & s & r \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \delta & \lambda \\ i & j & s & l \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \lambda & \rho \\ i & k & l & r \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \delta & \rho \\ i & k & s & r \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \delta & \lambda \\ i & k & s & l \end{pmatrix}. \tag{10.2.3}
 \end{aligned}$$

6. Комбинации из внешних параметров, соответствующие шести слагаемым второго класса, описывающим взаимодействия «через промежуточные заряженные бозоны», в принятых обозначениях записываются в виде

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(1)}); \\
 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(2)}); \tag{10.2.4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(1)}); \\
 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(3)}); \tag{10.2.5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(2)}); \\
 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(3)}). \tag{10.2.6}
 \end{aligned}$$

7. Учитывая коэффициенты из дополнительных параметров, получаем матричные элементы, характеризующие взаимодействия «через заряженные векторные бозоны» X_μ^\pm , Y_μ^\pm , Z_μ^\pm :

$$\begin{aligned}
 \bar{S}_{int}^{(X,Y,Z)}(b_1, b_2) &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \delta & \rho \\ i & j & l & r \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \lambda & \rho \\ k & j & s & r \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \delta & \lambda \\ i & k & l & r \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \lambda & \rho \\ k & j & s & l \end{pmatrix} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \delta & \lambda \\ i & k & s & r \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \delta & \rho \\ i & j & s & l \end{pmatrix}. \quad (10.2.7)
 \end{aligned}$$

10.2.2. Комбинации внутренних параметров

1. Выражения в (10.2.3) в круглых скобках записываются через внутренние параметры (с индексами 3, 4, 5) согласно (10.1.9). Расписывая определители по строкам из единиц, легко убедиться, что они выражаются через 3×3 -определители, обладающие свойством инвариантности относительно группы $SL(3, C)$ преобразований дополнительных параметров друг через друга. Например, для первого из определителей из внутренних параметров в (10.2.3) имеем

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k^3 & j^3 & l^3 & r^3 \\ k^4 & j^4 & l^4 & r^4 \\ k^5 & j^5 & l^5 & r^5 \end{vmatrix} = \\
 & = \begin{vmatrix} j^3 & l^3 & r^3 \\ j^4 & l^4 & r^4 \\ j^5 & l^5 & r^5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} k^3 & l^3 & r^3 \\ k^4 & l^4 & r^4 \\ k^5 & l^5 & r^5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k^3 & j^3 & r^3 \\ k^4 & j^4 & r^4 \\ k^5 & j^5 & r^5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} k^3 & j^3 & l^3 \\ k^4 & j^4 & l^4 \\ k^5 & j^5 & l^5 \end{vmatrix} \equiv \\
 & \equiv \begin{vmatrix} c_{1(3)}^3 & c_{2(2)}^3 & c_{2(3)}^3 \\ c_{1(3)}^4 & c_{2(2)}^4 & c_{2(3)}^4 \\ c_{1(3)}^5 & c_{2(2)}^5 & c_{2(3)}^5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} c_{1(2)}^3 & c_{2(2)}^3 & c_{2(3)}^3 \\ c_{1(2)}^4 & c_{2(2)}^4 & c_{2(3)}^4 \\ c_{1(2)}^5 & c_{2(2)}^5 & c_{2(3)}^5 \end{vmatrix} + \\
 & + \begin{vmatrix} c_{1(2)}^3 & c_{1(3)}^3 & c_{2(2)}^3 \\ c_{1(2)}^4 & c_{1(3)}^4 & c_{2(2)}^4 \\ c_{1(2)}^5 & c_{1(3)}^5 & c_{2(2)}^5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} c_{1(2)}^3 & c_{1(3)}^3 & c_{2(2)}^3 \\ c_{1(2)}^4 & c_{1(3)}^4 & c_{2(2)}^4 \\ c_{1(2)}^5 & c_{1(3)}^5 & c_{2(2)}^5 \end{vmatrix} \equiv \\
 & \equiv [(3; 23) - (2; 23) + (23; 3) - (23; 2)], \quad (10.2.8)
 \end{aligned}$$

где использованы специальные обозначения для внутренних параметров. В последней строке в круглых скобках введены условные обозначения для определителей через комбинации номеров элементов двух частиц, входящих в соответствующий определитель. До точки с запятой стоят номера элементов первой частицы, а после — номера элементов второй частицы.

2. Используя введенные выше обозначения, выпишем коэффициенты из комбинаций дополнительных параметров (в круглых скобках)

при вектор-векторных слагаемых матричных элементов, характеризующих взаимодействия «через нейтральные бозоны» (10.2.3):

$$\begin{aligned}
 & (\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \equiv [1; 1] \rightarrow \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \lambda & \rho \\ k & j & l & r \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{array} \right) = \\
 & = [(3; 23) - (2; 23) + (23; 3) - (23; 2)]\overline{[(3; 23) - (2; 23) + (23; 3) - (23; 2)]}; \\
 & (\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \equiv [1; 2] \rightarrow \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \delta & \rho \\ k & j & s & r \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \end{array} \right) = \\
 & = [(3; 13) - (2; 13) + (23; 3) - (23; 1)]\overline{[(3; 13) - (2; 13) + (23; 3) - (23; 1)]}; \\
 & (\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \equiv [1; 3] \rightarrow \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \delta & \lambda \\ k & j & s & l \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \end{array} \right) = \\
 & = [(3; 12) - (2; 12) + (23; 2) - (23; 1)]\overline{[(3; 12) - (2; 12) + (23; 2) - (23; 1)]}; \\
 & (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \equiv [2; 1] \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \lambda & \rho \\ i & j & l & r \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{array} \right) = \\
 & = [(3; 23) - (1; 23) + (13; 3) - (13; 2)]\overline{[(3; 23) - (1; 23) + (13; 3) - (13; 2)]}; \\
 & (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \equiv [2; 2] \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \delta & \rho \\ i & j & s & r \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 3 \end{array} \right) = \\
 & = [(3; 13) - (1; 13) + (13; 3) - (13; 1)]\overline{[(3; 13) - (1; 13) + (13; 3) - (13; 1)]}; \\
 & (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \equiv [2; 3] \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \delta & \lambda \\ i & j & s & l \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{array} \right) = \\
 & = [(3; 12) - (1; 12) + (13; 2) - (13; 1)]\overline{[(3; 12) - (1; 12) + (13; 2) - (13; 1)]}; \\
 & (\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \equiv [3; 1] \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \lambda & \rho \\ i & k & l & r \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{array} \right) = \\
 & = [(2; 23) - (1; 23) + (12; 3) - (12; 2)]\overline{[(2; 23) - (1; 23) + (12; 3) - (12; 2)]}; \\
 & (\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \equiv [3; 2] \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \delta & \rho \\ i & k & s & r \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right) = \\
 & = [(2; 13) - (1; 13) + (12; 3) - (12; 1)]\overline{[(2; 13) - (1; 13) + (12; 3) - (12; 1)]}; \\
 & (\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \equiv [3; 3] \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \delta & \lambda \\ i & k & s & l \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{array} \right) = \\
 & = [(2; 12) - (1; 12) + (12; 2) - (12; 1)]\overline{[(2; 12) - (1; 12) + (12; 2) - (12; 1)]}.
 \end{aligned}$$

(10.2.9)

Здесь везде справа вторые комбинации в квадратных скобках соответствуют конечным состояниям. Это отмечено чертой над соответствующими круглыми скобками.

3. Аналогичным образом записываются комбинации из дополнительных параметров в матричных элементах, характеризующих взаимодействия «через заряженные бозоны»:

$$\begin{aligned}
 & (\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \rightarrow \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \delta & \rho \\ i & j & l & r \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 2 & 3 & | & 1 & 3 \\ 1 & 3 & | & 2 & 3 \end{pmatrix} = \\
 & = [(3; 23) - (1; 23) + (13; 3) - (13; 2)][\overline{(3; 13)} - \overline{(2; 13)} + \overline{(23; 3)} - \overline{(23; 1)}]; \\
 & \hspace{15em} (10.2.10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \lambda & \rho \\ k & j & s & r \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 3 & | & 2 & 3 \\ 2 & 3 & | & 1 & 3 \end{pmatrix} = \\
 & = [(3; 13) - (2; 13) + (23; 3) - (23; 1)][\overline{(3; 23)} - \overline{(1; 23)} + \overline{(13; 3)} - \overline{(13; 2)}]; \\
 & \hspace{15em} (10.2.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(1)}) \rightarrow \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \delta & \lambda \\ i & k & l & r \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 2 & 3 & | & 1 & 2 \\ 1 & 2 & | & 2 & 3 \end{pmatrix} = \\
 & = [(2; 23) - (1; 23) + (12; 3) - (12; 2)][\overline{(3; 12)} - \overline{(2; 12)} + \overline{(23; 2)} - \overline{(23; 1)}]; \\
 & \hspace{15em} (10.2.12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \lambda & \rho \\ k & j & s & l \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 2 & | & 2 & 3 \\ 2 & 3 & | & 1 & 2 \end{pmatrix} = \\
 & = [(3; 12) - (2; 12) + (23; 2) - (23; 1)][\overline{(2; 23)} - \overline{(1; 23)} + \overline{(12; 3)} - \overline{(12; 2)}]; \\
 & \hspace{15em} (10.2.13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(2)}) \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \delta & \lambda \\ i & k & s & r \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 3 & | & 1 & 2 \\ 1 & 2 & | & 1 & 3 \end{pmatrix} = \\
 & = [(2; 13) - (1; 13) + (12; 3) - (12; 1)][\overline{(3; 12)} - \overline{(1; 12)} + \overline{(13; 2)} - \overline{(13; 1)}]; \\
 & \hspace{15em} (10.2.14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(3)}) \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \delta & \rho \\ i & j & s & l \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 2 & | & 1 & 3 \\ 1 & 3 & | & 1 & 2 \end{pmatrix} = \\
 & = [(3; 12) - (1; 12) + (13; 2) - (13; 1)][\overline{(2; 13)} - \overline{(1; 13)} + \overline{(12; 3)} - \overline{(12; 1)}]. \\
 & \hspace{15em} (10.2.15)
 \end{aligned}$$

10.3. Прообраз сильных взаимодействий «через нейтральные глюоны»

Перейдем от единого прообраза фундаментальных физических взаимодействий к случаю сильных взаимодействий. Для этого нужно конкретизировать вид внутренних параметров взаимодействующих частиц.

10.3.1. Внутренние состояния сильно взаимодействующих частиц

Опять, как и в гл. 7, легко обнаружить, что при одинаковых значениях внутренних параметров их комбинации, входящие в записанные выше выражения в виде определителей, обратятся в нуль. Это вынуждает использовать постулат об обменном характере сильных взаимодействий, согласно которому частицы могут находиться в нескольких типах состояний: основном (невырожденном) U -состоянии и в нескольких видах V -состояний. Процесс сильного, как и всякого иного, взаимодействия частиц должен сопровождаться обменом их внутренними состояниями.

Прежде чем определять состояния, переобозначим компоненты финслеровых спиноров, определяющих 3×3 -матрицы внутренних состояний:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} c_{(1)}^3 \\ c_{(1)}^4 \\ c_{(1)}^5 \end{pmatrix} &\rightarrow \begin{pmatrix} b_{(1)1} \\ b_{(1)2} \\ b_{(1)3} \end{pmatrix} \equiv \vec{b}_{(1)}; & \begin{pmatrix} c_{(2)}^3 \\ c_{(2)}^4 \\ c_{(2)}^5 \end{pmatrix} &\rightarrow \begin{pmatrix} b_{(2)1} \\ b_{(2)2} \\ b_{(2)3} \end{pmatrix} \equiv \vec{b}_{(2)}; \\ & \begin{pmatrix} c_{(3)}^3 \\ c_{(3)}^4 \\ c_{(3)}^5 \end{pmatrix} &\rightarrow \begin{pmatrix} b_{(3)1} \\ b_{(3)2} \\ b_{(3)3} \end{pmatrix} \equiv \vec{b}_{(3)}. \end{aligned} \quad (10.3.1)$$

U -состояние. Постулируем, что в U -состоянии тройка векторов (10.3.1) не является коллинеарной, т. е. U -состояние частицы характеризуется отличным от нуля фундаментальным 3×3 -отношением ВСКО ранга (4,4):

$$\begin{vmatrix} c_{(1)}^3 & c_{(2)}^3 & c_{(3)}^3 \\ c_{(1)}^4 & c_{(2)}^4 & c_{(3)}^4 \\ c_{(1)}^5 & c_{(2)}^5 & c_{(3)}^5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_{(1)1} & b_{(2)1} & b_{(3)1} \\ b_{(1)2} & b_{(2)2} & b_{(3)2} \\ b_{(1)3} & b_{(2)3} & b_{(3)3} \end{vmatrix} \equiv D_{(s)} \neq 0. \quad (10.3.2)$$

Этот определитель играет важную роль — его значением определяется константа взаимодействия.

V -состояния взаимодействий через «нейтральные бозоны»
Для «нейтральных» (N) взаимодействий постулируем, что $V_{(N)}$ -состояние является вырожденным в том смысле, что для него фундаментальное 3×3 -отношение равно нулю, т. е.

$$D_{V(N)} = 0. \quad (10.3.3)$$

Отметим тот факт, что данное определение V_N -состояния сильных взаимодействий соответствует определению вырожденного состояния

электромагнитных взаимодействий (7.3.5) в простейшей модели на базе БСКО ранга (4,4).

Условие (10.3.3) означает, что пара или все три финслеровых спинора, определяющие $V_{(N)}$ -состояние, являются коллинеарными. Очевидно, что построенные из них 9-мерные векторы окажутся изотропными. Поскольку имеются два типа изотропных векторов: единожды и дважды изотропные, то имеются две возможности выбора $V_{(N)}$ -состояний. Оказывается, эти две возможности соответствуют двум видам фундаментальных физических взаимодействий: сильному и электрослабому. Анализ показывает, что для описания прообраза **сильных взаимодействий «через промежуточные нейтральные глюоны»** $V_{(N)}$ -состояния следует характеризовать **тройкой коллинеарных финслеровых спиноров**, т. е. матрица фундаментального 3×3 -отношения частицы в $V_{(N)}$ -состоянии имеет ранг 1 и соответствующие финслеровы спиноры представляются в виде

$$\vec{b}'_{(1)} = C'_1 \vec{b}; \quad \vec{b}'_{(2)} = C'_2 \vec{b}; \quad \vec{b}'_{(3)} = C'_3 \vec{b}, \quad (10.3.4)$$

где \vec{b} — некий 3-мерный вектор (3-компонентный финслеров спинор), а C'_s — три коэффициента, характеризующие 3 элемента частицы (бариона) в $V_{(N)}$ -состоянии. Здесь и в дальнейшем коэффициенты, характеризующие V -состояния, будут писаться со штрихом.

Очевидно, вектор \vec{b} можно разложить по трем неколлинеарным векторам $\vec{b}_{(s)}$ U -состояния:

$$\vec{b} = y_1 \vec{b}_{(1)} + y_2 \vec{b}_{(2)} + y_3 \vec{b}_{(3)}, \quad (10.3.5)$$

где y_s — некоторые три коэффициента, которые для случая сильных взаимодействий из соображений симметрии положим равными единице

$$y_1 = y_2 = y_3 = 1. \quad (10.3.6)$$

10.3.2. Два канала сильных взаимодействий «через нейтральные глюоны»

1. Подставим определенные выше состояния сильно взаимодействующих частиц в записанное в (10.2.9) выражение для универсального прообраза взаимодействий через нейтральные бозоны. Условие коллинеарности векторов $\vec{b}'_{(s)}$ (10.3.4) приводит к тому, что $SL(3, C)$ -инвариантные определители в (10.2.8) обращаются в нуль, если содержат два столбца из дополнительных параметров бариона в V_N -состоянии. Это означает, что имеются лишь три разновидности $SL(3, C)$ -инвариантных

определителей, составленные из параметров барионов в U - и V_N -состояниях. Пусть в U -состоянии находится первый барион. Выразим значения отличных от нуля определителей через определитель в (10.2.8) и введенные выше коэффициенты:

$$(23; r) = C'_r D_{(s)}; \quad (31; r) = C'_r D_{(s)}; \quad (12; r) = C'_r D_{(s)}, \quad (10.3.7)$$

где символом r (слева) обозначен номер элемента второго бариона.

Для случая, когда первый барион находится в V -состоянии, а второй барион — в U -состоянии, выражения вида $(r; 23)$ и другие записываются аналогичным образом.

2. Пусть первый барион до взаимодействия находился в U -состоянии, а второй барион — в V_N -состоянии. В результате взаимодействия первый барион перешел в V_N -состояние, а второй — в U -состояние. Тогда соотношения (10.2.9) для взаимодействия «через нейтральные глюоны» можно представить в виде

$$\tilde{S}_{int}^{(A,B)}(B_1, B_2) = \frac{1}{2} D_{(s)}^2 \sum_{s,r=1}^3 (u_{1(s)}^\mu u_{2(r)\mu}) C_{(s)(r)}, \quad (10.3.8)$$

где символами $u_{a(s)}^\mu$ обозначены внешние 4-скорости соответствующих элементов, например:

$$u_{1(s)}^\mu = (\bar{q}_{1(s)} \gamma^\mu q_{1(s)}); \quad (10.3.9)$$

символами $C_{(s)(r)}$ обозначены коэффициенты, соответствующие элементу (s) первого бариона и элементу (r) второго бариона. Они выписаны в виде следующей таблицы:

$C_{(s)(r)}$	$q_{2(1)}$	$q_{2(2)}$	$q_{2(3)}$
$q_{1(1)}$	$(C'_3 - C'_2)^2;$	$-(C'_3 - C'_2)(C'_3 - C'_1);$	$(C'_3 - C'_2)(C'_2 - C'_1);$
$q_{1(2)}$	$-(C'_3 - C'_1)(C'_3 - C'_2);$	$(C'_3 - C'_1)^2;$	$-(C'_3 - C'_1)(C'_2 - C'_1);$
$q_{1(3)}$	$(C'_2 - C'_1)(C'_3 - C'_2);$	$-(C'_2 - C'_1)(C'_3 - C'_1);$	$(C'_2 - C'_1)^2.$

(10.3.10)

Здесь учтены знаки, возникающие из перестановки столбцов при получении выражений (10.3.7).

3. Из трех комбинаций $(C'_2 - C'_3)$, $(C'_3 - C'_1)$, $(C'_1 - C'_2)$ в таблице (10.3.10) независимыми являются только две. Представим их в виде

$$C'_2 - C'_3 = A + B; \quad C'_3 - C'_1 = -A + B; \quad C'_1 - C'_2 = -2B, \quad (10.3.11)$$

где A и B — два независимых коэффициента, которые выражаются (обратно) через C'_s следующим образом:

$$B = -\frac{1}{2}(C'_1 - C'_2); \quad A = \frac{1}{2}(C'_1 + C'_2 - 2C'_3). \quad (10.3.12)$$

Заметим, что представление комбинаций в виде (10.3.12) соответствует двум диагональным матрицам Гелл-Манна в следующем представлении:

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \lambda_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (10.3.13)$$

4. Подставляя (10.3.11) в таблицу коэффициентов (10.3.10), приходим к таблице с независимыми коэффициентами:

$C_{(s)(r)}$	$q_{2(1)}$	$q_{2(2)}$	$q_{2(3)}$
$q_{1(1)}$	$(A + B)^2;$	$(A + B)(-A + B);$	$-2(A + B)B;$
$q_{1(2)}$	$(-A + B)(A + B);$	$(-A + B)^2;$	$-2(-A + B)B;$
$q_{1(3)}$	$-2B(A + B);$	$-2B(-A + B);$	$4B^2.$

(10.3.14)

Определим два канала сильных взаимодействий: A -канал (через нейтральные A -глюоны) и B -канал (через нейтральные B -глюоны) — соответственно через два независимых коэффициента A и B в представлении коэффициентов (10.3.12). Рассмотрим эти два канала отдельно.

5. A -канал. Постулируем, что A -канал соответствует случаю:

$$A\text{-канал} \rightarrow A \neq 0; \quad B = 0. \quad (10.3.15)$$

В этом случае таблица (10.3.14) принимает вид

$C_{(s)(r)}$	$q_{2(1)}$	$q_{2(2)}$	$q_{2(3)}$
$q_{1(1)}$	A^2	$-A^2$	0
$q_{1(2)}$	$-A^2$	A^2	0
$q_{1(3)}$	0	0	0

(10.3.16)

Тогда для A -канала прообраз действия (10.3.8) принимает вид:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(A)} = & \frac{1}{2} D_{(s)}^2 A^2 \left[(\bar{q}_{1(1)} \gamma^\mu q_{1(1)}) - (\bar{q}_{1(2)} \gamma^\mu q_{1(2)}) \right] \times \\ & \times \left[(\bar{q}_{2(1)} \gamma_\mu q_{2(1)}) - (\bar{q}_{2(2)} \gamma_\mu q_{2(2)}) \right]. \end{aligned} \quad (10.3.17)$$

6. *B*-канал. Постулируем, что *B*-канал соответствует случаю, когда

$$B\text{-канал} \rightarrow A = 0; \quad B \neq 0. \quad (10.3.18)$$

В этом случае таблица коэффициентов (10.3.14) принимает вид

$C_{(s)(r)}$	$q_{2(1)}$	$q_{2(2)}$	$q_{2(3)}$	(10.3.19)
$q_{1(1)}$	B^2	B^2	$-2B^2$	
$q_{1(2)}$	B^2	B^2	$-2B^2$	
$q_{1(3)}$	$-2B^2$	$-2B^2$	$4B^2$	

Тогда для *B*-канала прообраз действия (10.3.8) принимает вид:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(A)} = & \frac{1}{2} D_{(s)}^2 B^2 \left[(\bar{q}_{1(1)} \gamma^\mu q_{1(1)}) + (\bar{q}_{1(2)} \gamma^\mu q_{1(2)}) - 2(\bar{q}_{1(3)} \gamma^\mu q_{1(3)}) \right] \times \\ & \times \left[(\bar{q}_{2(1)} \gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{2(2)} \gamma_\mu q_{2(2)}) - 2\bar{q}_{2(3)} \gamma_\mu q_{2(3)} \right]. \end{aligned} \quad (10.3.20)$$

10.4. Прообраз сильных взаимодействий «через заряженные глюоны»

1. Перейдем к рассмотрению каналов сильных взаимодействий «через заряженные бозоны» (глюоны). В разд. 10.2 эти каналы взаимодействий были определены пока формально через 6 комбинаций из внешних параметров (с индексами 1 и 2) второго класса, т. е. вида $\begin{bmatrix} s & r \\ r & s \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}. \quad (10.4.1)$$

Это определение диктовалось принципом соответствия с выводами калибровочной теории сильных взаимодействий (хромодинамики).

2. В формулах (10.2.10)–(10.2.15) были выписаны общие выражения для комбинаций из внутренних параметров, соответствующие приведенным в (10.4.1) видам внешних токов. Теперь произведем обратное рассуждение. Покажем, что эти комбинации внешних токов получаются в результате переходов частиц между внутренними $U_{(+)}$ -состоянием и $V_{(\pm C)}$ -состояниями, введенными в гл. 9 посредством операций отражений знаков векторов $U_{(+)}$ -состояния. Более того, из этих соображений находятся также значения коэффициентов при этих комбинациях токов.

Подставим определенные в (9.7.2)–(9.7.4) внутренние состояния $V_{(\pm X)}, V_{(\pm Y)}, V_{(\pm Z)}$ в формулы (10.2.10)–(10.2.15). Учитывая изложенное

выше, т. е. исключая слагаемые с одинаковыми векторами и меняя знаки у соответствующих векторов, находим соответствия между комбинациями из внутренних и внешних параметров при охарактеризованных переходах

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow [(1; 23) - (13; 2)][-\overline{(2; 13)} + \overline{(23; 1)}] = 4D_{(s)}^2; \quad (10.4.2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \leftrightarrow [(2; 13) - (23; 1)][-\overline{(1; 23)} + \overline{(13; 2)}] = 4D_{(s)}^2; \quad (10.4.3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow [(1; 23) + (12; 3)][\overline{(3; 12)} + \overline{(23; 1)}] = 4D_{(s)}^2; \quad (10.4.4)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \leftrightarrow [-(3; 12) - (23; 1)][-\overline{(1; 23)} - \overline{(12; 3)}] = 4D_{(s)}^2; \quad (10.4.5)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \leftrightarrow [-(2; 13) + (12; 3)][\overline{(3; 12)} - \overline{(13; 2)}] = 4D_{(s)}^2; \quad (10.4.6)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \leftrightarrow [-(3; 12) + (13; 2)][\overline{(2; 13)} - \overline{(12; 3)}] = 4D_{(s)}^2, \quad (10.4.7)$$

где в обозначениях комбинаций уже нужно подставлять векторы $U_{(+)}$ -состояния.

3. Рассмотрим отдельно три «заряженных» канала сильных взаимодействий.

- 1) Для X-канала сильных взаимодействий (9.7.2) отличными от нуля оказываются только первые два выражения (10.4.2) и (10.4.3), которые приводятся к виду

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(X)}(B_1, B_2) &= 2D_{(s)}^2 \times \\ &\times [(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(2)})]. \end{aligned} \quad (10.4.8)$$

- 2) Для Y-канала сильных взаимодействий (9.7.3) отличными от нуля будут только выражения (10.4.4) и (10.4.5), записываемые в виде

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(Y)}(B_1, B_2) &= 2D_{(s)}^2 \times \\ &\times [(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(3)})]. \end{aligned} \quad (10.4.9)$$

- 3) Для Z-канала сильных взаимодействий (9.7.4) отличными от нуля будут только выражения (10.4.6) и (10.4.7), представляемые в аналогичном виде

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(Z)}(B_1, B_2) &= 2D_{(s)}^2 \times \\ &\times [(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(2)}) + (\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(3)})]. \end{aligned} \quad (10.4.10)$$

10.5. Симметрия каналов сильных взаимодействий

1. Введенные при рассмотрении каналов сильных взаимодействий 3 константы: $D_{(s)}$, A и B оказываются связанными друг с другом вследствие имеющейся симметрии между каналами. Легко видеть, что комбинация $(1/2)D_{(s)}^2$ присутствует в качестве общего коэффициента во всех как заряженных, так и нейтральных каналах взаимодействий. Выделяя этот общий коэффициент, имеем три независимые константы: $W = 2$, A и B . Чтобы показать их связь, отдельно рассмотрим два нейтральных канала и канал взаимодействий через заряженные глюоны. При этом воспользуемся вскрытой закономерностью — представлением коэффициентов в A - и B -каналах нейтральных взаимодействий через произведения зарядов отдельных элементов.

- 1) **A -канал взаимодействий «через нейтральные глюоны»** характеризовался одной константой A^2 , однако максимально обобщим ситуацию, введя для пары элементов с индексами 1 и 2 разные константы A_1 и A_2 . Очевидно, что они могут отличаться лишь знаком, однако пока этого учитывать не будем. В соответствии с этим имеем таблицу, отражающую содержание (10.3.16):

$$\begin{array}{c|ccc} C_{(s)(r)} & q_{2(1)} & q_{2(2)} & q_{2(3)} \\ \hline q_{1(1)} & A^2 & -A^2 & 0 \\ \hline q_{1(2)} & -A^2 & A^2 & 0 \\ \hline q_{1(3)} & 0 & 0 & 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} & q(1) & q(2) & q(3) \\ \hline q(1) & A_1^2 & A_1 A_2 & 0 \\ \hline q(2) & A_1 A_2 & A_2^2 & 0 \\ \hline q(3) & 0 & 0 & 0 \end{array} \tag{10.5.1}$$

- 2) **B -канал взаимодействий «через нейтральные глюоны»** в самом общем случае можно было бы охарактеризовать B -зарядами трех элементов: B_1 , B_2 и B_3 . Формулам (10.3.19) можно соотнести следующую обобщенную таблицу:

$$\begin{array}{c|ccc} C_{(s)(r)} & q_{2(1)} & q_{2(2)} & q_{2(3)} \\ \hline q_{1(1)} & B^2 & B^2 & -2B^2 \\ \hline q_{1(2)} & B^2 & B^2 & -2B^2 \\ \hline q_{1(3)} & -2B^2 & -2B^2 & 4B^2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} & q(1) & q(2) & q(3) \\ \hline q(1) & B_1^2 & B_1 B_2 & B_1 B_3 \\ \hline q(2) & B_1 B_2 & B_2^2 & B_2 B_3 \\ \hline q(3) & B_1 B_3 & B_2 B_3 & B_3^2 \end{array} \tag{10.5.2}$$

- 3) **Три канала взаимодействий «через заряженные глюоны»** характеризуются одной константой W . Для заряженных каналов

имеем таблицу:

		$q(1)$	$q(2)$	$q(3)$	
		0	W^2	W^2	
$q(1)$					
		W^2	0	W^2	
$q(2)$					
		W^2	W^2	0	
$q(3)$					

(10.5.3)

2. Постулируем суммарную симметрию вкладов всех нейтральных и заряженных каналов, т. е. пусть суммарная матрица всех каналов имеет вид:

		$q(1)$		$q(2)$		$q(3)$	
		$A_1^2 + B_1^2$	$A_1 A_2 + B_1 B_2 + W^2$	$A_1 A_2 + B_1 B_2 + W^2$	$A_2^2 + B_2^2$	$B_1 B_3 + W^2$	
$q(1)$							
		$A_1 A_2 + B_1 B_2 + W^2$	$A_1 A_2 + B_1 B_2 + W^2$	$A_2^2 + B_2^2$	$A_2^2 + B_2^2$	$B_2 B_3 + W^2$	
$q(2)$							
		$B_1 B_3 + W^2$	$B_1 B_3 + W^2$	$B_2 B_3 + W^2$	$B_2 B_3 + W^2$	B_3^2	
$q(3)$							

$$=$$

		$q(1)$		$q(2)$		$q(3)$	
		c^2	c^2	c^2	c^2	c^2	
$q(1)$							
		c^2	c^2	c^2	c^2	c^2	
$q(2)$							
		c^2	c^2	c^2	c^2	c^2	
$q(3)$							

(10.5.4)

где c — некоторая константа.

3. В таблице (10.5.4) независимыми являются только 6 соотношений, которые можно понимать как уравнения относительно 6 неизвестных зарядов: A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , B_3 , W . Решим эти уравнения, выразив все заряды через одну константу c .

Из последней колонки уравнений в (10.5.4) находим

$$B_3 = \pm c; \quad B_1 = B_2 = \pm \frac{c^2 - W^2}{c}. \quad (10.5.5)$$

Из двух оставшихся диагональных уравнений следует

$$A_1^2 - A_2^2 = 0, \rightarrow A_1 = -A_2. \quad (10.5.6)$$

(Очевидно, что вторая возможность $A_1 = A_2$ не может реализоваться, поскольку противоречит ранее найденным соотношениям для A -канала.)

Из недиагональных уравнений в (10.5.4) находим решения:

$$A_1 = -A_2 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} c; \quad B_1 = B_2 = \mp \frac{c}{2}; \quad B_3 = \pm c; \quad W^2 = \frac{3}{2} c^2. \quad (10.5.7)$$

4. Представим найденные нейтральные заряды трех элементов в виде таблицы:

	A-канал	B-канал	
$q_{(1)}$	$A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} c;$	$B_1 = \frac{c}{2};$	(10.5.8)
$q_{(2)}$	$A_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} c;$	$B_2 = \frac{c}{2};$	
$q_{(3)}$	$A_3 = 0$	$B_3 = -c$	

Здесь введен нулевой заряд $A_3 = 0$ для третьего элемента, не участвующего в сильном взаимодействии A-канала.

Эти заряды сильных взаимодействий «через нейтральные глюоны» графически проиллюстрированы на рис. 10.2, где по горизонтальной оси отложены значения зарядов в A-канале, а по вертикальной оси — заряды в B-канале. Из диагональных соотношений в (10.5.4) видно, что заряды

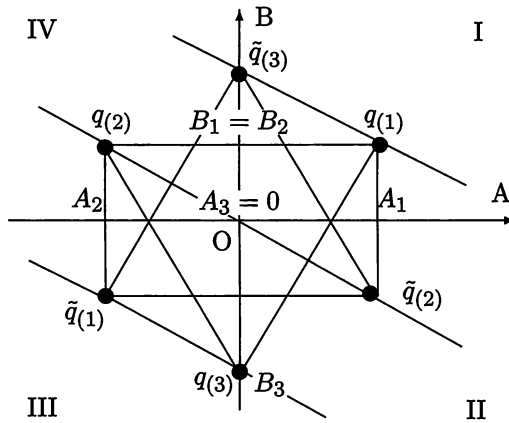


Рис. 10.2. Графическая иллюстрация зарядов сильных взаимодействий в нейтральных каналах

трех элементов находятся на окружности радиуса c с центром в начале координат. Из решений (10.5.7) видно, что, соединив отрезками положения трех элементов, получаем равносторонний треугольник с одной из сторон, параллельной горизонтальной оси.

На рисунке изображены два равносторонних треугольника, соответствующие двум выборам знаков.

5. Сравнивая рис. 9.3 и 10.2, легко убедиться в наличии некой аналогии между каналами заряженных и нейтральных взаимодействий.

10.6. Сравнение с другими моделями сильных взаимодействий

Ранее уже были построены модели сильных взаимодействий элементарных частиц в рамках двух других метафизических парадигм: хромодинамика в теоретико-полевой парадигме и 8-мерная геометрическая модель типа теории Калуцы в геометрической парадигме. Таким образом, сейчас можно говорить о трех вариантах теории сильных взаимодействий, представляющих собой описание одной и той же физической реальности под тремя различными углами зрения. В них одни и те же закономерности описываются различными математическими средствами. Сопоставим изложенный выше материал с выводами двух других вариантов моделей.

10.6.1. Сравнение с калибровочной хромодинамикой

Развитая здесь реляционная теория сильных взаимодействий соответствует ряду ключевых выводов $SU(3)$ -калибровочной модели сильных взаимодействий, кратко изложенных в Приложении А.2.

Во-первых, это относится к соответствию трехкварковой структуры барионов с описанием частиц в реляционной теории через тройки элементов в каждом из состояний.

Во-вторых, можно сопоставить пребывание кварков, согласно хромодинамике, в трех цветовых состояниях с 3-компонентностью финслеровых спиноров, которыми описываются элементы в реляционной теории на базе БСКО ранга (6,6).

В-третьих, как в реляционной теории, так и в калибровочной хромодинамике сильные взаимодействия характеризуются тремя каналами. В хромодинамике они интерпретируются как взаимодействия через 8 типов промежуточных векторных полей — глюонов, соответствующих 8 параметрам локализуемой группы внутренних симметрий $SU(3)$. В бинарной геометрофизике 8 каналов соответствуют числу знаковых комбинаций для трех элементов, составляющих барионы, плюс числу независимых коэффициентов в определении V_N -состояний через коллинеарные финслеровы спиноры.

В-четвертых, характерно соответствие принципов разбиения глюонов в двух теориях на два нейтральных и на шесть заряженных глюонов.

В-четвертых, примечательным фактом является зависимость всех каналов сильных взаимодействий в обеих теориях лишь от одной константы, которые связаны друг с другом соотношением

$$2D_U^2 = \frac{g_0^2}{2} \rightarrow D_{(s)}^2 = \frac{g_0^2}{4}, \quad (10.6.1)$$

где g_o — константа сильных взаимодействий в хромодинамике, а $D_{(s)}$ — детерминант, характеризующий U -состояние в реляционной теории.

В-пятых, сравнивая формулы для зарядов элементов в реляционной теории и зарядов кварков в хромодинамике (см. Приложение А.2), легко убедиться в одинаковом их выражении через константу взаимодействий:

$$\frac{1}{2}D_{(s)}^2 A^2 = \frac{g_o^2}{4} = g_o^2 Q_a^2 \rightarrow A^2 = 8Q_a^2 = 2; \quad (10.6.2)$$

$$\frac{1}{2}D_{(s)}^2 B^2 = \frac{g_o^2}{12} = g_o^2 Q_b^2 \rightarrow B^2 = 8Q_b^2 = \frac{2}{3}. \quad (10.6.3)$$

Из этих формул можно найти численные значения введенных выше констант:

$$A_1 = -A_2 = \sqrt{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} c = 2\sqrt{2}Q_a; \quad A_3 \equiv 0; \quad (10.6.4)$$

$$B_1 = B_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{c}{2} = 2\sqrt{2}Q_b; \quad B_3 = -2B_1 = -2\sqrt{\frac{2}{3}}; \quad (10.6.5)$$

$$W^2 = 4; \quad c = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}. \quad (10.6.6)$$

Следует подчеркнуть, что реляционная теория строилась на основе самостоятельной системы принципов, отличной от используемого в калибровочной теории принципа локализации группы внутренних симметрий $SU(3)$, имеющей смысл лишь при наличии классического пространства-времени. Напомним, что принцип локализации означает зависимость параметров группы от 4-мерных пространственно-временных координат.

10.6.2. Соотношение с 8-мерной геометрической моделью

Изложенная здесь реляционная теория сильных взаимодействий развивалась параллельно с 8-мерной геометрической (унарной) теорией грави-сильных взаимодействий (типа теории Калуцы) [28]. При построении последней важную роль играл принцип соответствия с калибровочной хромодинамикой. Сопоставим приемы, использованные в бинарной геометрофизике и в 8-мерной (унарной) геометрической модели.

1. Прежде всего, следует сопоставить средства, которыми описываются три цветовых заряда. В бинарной геометрофизике это достигается использованием ранга (4,4) БСКО, характеризующей внутренние параметры. Три параметра элементов с номерами 3, 4 и 5 соответствуют трем

цветовым зарядам, а характерная группа этой БСКО соответствует цветовой симметрии. В 8-мерной геометрической модели этот же результат достигается использованием трех дополнительных размерностей (с координатами калуцевского типа x^5, x^6, x^7) пространственно-временного многообразия. Еще одна размерность (с координатой x^4) необходима для описания масс частиц. В итоге получается размерность $8=4+3+1$.

2. В бинарной геометрофизике взаимодействия «через 6 заряженных глюонов» описываются способом, отличным от случая «нейтральных глюонов», посредством изменений знаков у компонент трех финслеровых спиноров. В 8-мерной геометрической модели описание заряженных каналов также существенно отличается от нейтральных. Это делается посредством замены условия цилиндричности компонент многомерной метрики G_{AB} от дополнительных координат, как это имеет место в 5-мерной теории Калуцы, на условие циклической зависимости вида

$$G_{\mu(s)} = C_o \{ a_s \tilde{A}_\mu + b_s \tilde{B}_\mu + x_s^\pm X_\mu^{(\pm)} \exp[\mp i\gamma(x^5 - x^6)] + y_s^\pm Y_\mu^{(\pm)} \exp[\mp i\gamma(x^5 - x^7)] + z_s^\pm Z_\mu^{(\pm)} \exp[\mp i\gamma(x^6 - x^7)] \}, \quad (10.6.7)$$

где C_o — размерная константа, \tilde{A}_μ и \tilde{B}_μ — два нейтральных глюонных поля, $X_\mu^{(\pm)}, Y_\mu^{(\pm)}, Z_\mu^{(\pm)}$ — шесть заряженных глюонных полей, $a_s, b_s, x_s^\pm, y_s^\pm, z_s^\pm$ — безразмерные константы ($s=4, 5, 6, 7$), определяемые в теории специальными условиями, γ — константа, определяющая период компактификации координат калуцевского типа. Этот вид зависимости диктует переход от вещественных компонент метрики к комплексным.

Можно убедиться, что перемешивание цветовых зарядов осуществляется заряженными глюонами, если постулировать следующую циклическую зависимость кварков от трех дополнительных координат калуцевского типа:

$$q_{(1)} \sim \exp(i\gamma x^5); \quad q_{(2)} \sim \exp(i\gamma x^6); \quad q_{(3)} \sim \exp(i\gamma x^7). \quad (10.6.8)$$

Циклические зависимости от дополнительных координат вида (10.6.7) и (10.6.8) соответствуют использованию компактифицированных координат с топологией тора.

3. В 8-мерной геометрической теории взаимодействие через нейтральные глюоны описываются двумя векторными полями \tilde{A}_μ и \tilde{B}_μ , входящими в определения дополнительных компонент метрики в (10.6.7). Они аналогичны потенциалам электромагнитного поля в 5-мерной теории Калуцы. Однако в принципе в 8-мерной теории можно было бы ввести 3 или даже 4 нейтральных векторных поля. Лишние компоненты исключаются дополнительными условиями.

В бинарной геометрофизике наличие лишь двух каналов нейтральных взаимодействий автоматически обеспечивается условием коллинеарности компонент трех финслеровых спиноров в определении V_N -состояний.

4. Важное место в 8-мерной геометрической модели сильных (и электрослабых) взаимодействий занимает принцип соответствия бозонного сектора этой теории с нелинейной бозонной частью в лагранжиане калибровочной хромодинамики. Как известно, глюоны описываются векторными полями, получаемыми локализацией неабелевой группы $SU(3)$. Показано, что нелинейные комбинации из векторных полей, возникающие из 8-мерной скалярной кривизны, можно согласовать с нелинейными слагаемыми калибровочной хромодинамики.

В бинарной геометрофизике среди первичных понятий нет векторных бозонных полей. Они вводятся через параметры взаимодействующих фермионных частиц. Нелинейные слагаемые из них можно ввести через миноры от второго до четвертого порядков из определителя, характеризующего закон УСВО ранга (5) токовых отношений вида (3.1.4).

Главное отличие реляционной теории сильных взаимодействий от 8-мерной геометрической модели состоит в том, что первая опирается на прообраз импульсного (токового) пространства, тогда как 8-мерная теория строится на основе координатного многообразия. Однако оказывается, что в 8-мерной модели из-за компактифицированности дополнительные координаты исчезают при усреднении (интегрировании плотности лагранжиана) по ним и физически существенными являются лишь алгебраические соотношения между компонентами дополнительных импульсов, определяющих заряды взаимодействующих частиц. Таким образом, введение четырех дополнительных компактифицированных координатных размерностей фактически означает математический прием, позволяющий равноправно описывать 4 классические координаты и зарядовые свойства частиц. Напомним, что в бинарной геометрофизике аналогичная цель достигается расщеплением БСКО ранга (6,6) на БСКО ранга (3,3), характеризующей внешние (4-мерные) свойства частиц, и на БСКО ранга (4,4), описывающую зарядовые свойства взаимодействующих частиц.

Электрослабые взаимодействия элементарных частиц в рамках БСКО ранга (6,6)



В бинарной геометрофизике прообраз электрослабых взаимодействий элементарных частиц описывается в рамках той же самой БСКО ранга (6,6), что и прообраз сильных взаимодействий. Чтобы его получить, необходимо использовать иной вид конкретизации параметров элементов БСКО ранга (6,6). Последний состоит, во-первых, как и в случае сильных взаимодействий, в 2+3-расщеплении параметров элементов (по вертикали) на два внешних, соответствующих БСКО ранга (3,3), и на три внутренних параметра, соответствующих БСКО ранга (4,4).

Во-вторых, в отличие от сильных взаимодействий, для трех внутренних параметров БСКО ранга (4,4) производится вторичное 2+1-расщепление (опять по вертикали) на один выделенный параметр с индексом 5 и на два параметра с индексами 3 и 4, которые описывают зарядовые свойства частиц в электрослабых взаимодействиях. Фактически эта пара параметров соответствует другой БСКО ранга (3,3). Для них имеет место другая группа преобразований, присущая БСКО ранга (3,3).

В-третьих, при описании электрослабых взаимодействий существенную роль играет расщепление 3×5 -матриц, характеризующих частицы, по горизонтали, причем это оказывается существенным как для внешних, так и для внутренних параметров. Охарактеризованный ниже способ выделения столбцов внешних параметров определяет разделение частиц на барионы, массивные лептоны и нейтрино. Три элемента (столбца), которыми характеризуются элементарные частицы, заменяют кварки калибровочной теории поля. Последние можно получить в виде специальных комбинаций из пар элементов.

Разделение ролей столбцов и строк 3×3 -матриц внутренней БСКО ранга (4,4) (различия по вертикали и по горизонтали) нарушают свойства симметрии, присущие сильным взаимодействиям, что в конце концов и определяет их отличие от электрослабых взаимодействий.

Таким образом, в реляционном подходе фактически строится прообраз объединенной теории сильных и электрослабых взаимодействий,

причем это достигается не добавлением к изотопическому пространству сильных взаимодействий (с группой $SU(3)$) изотопического пространства электрослабых взаимодействий (с группой $U(1) \times SU(2)$), как это делается в калибровочных моделях, а посредством иного способа конкретизации свойств 3×5 -матриц, характеризующих элементарные частицы.

11.1. Природа электрослабых взаимодействий

В этом разделе рассмотрены общие свойства частиц, участвующих в электрослабых взаимодействиях: лептонов и барионов.

11.1.1. Классификация частиц по внешним параметрам

1. В бинарной геометрофизике три типа частиц: барионы, массивные лептоны и нейтрино — описываются единообразно, т. е. тройками элементов в каждом из состояний. Различие типов частиц состоит в том, что у барионов все три элемента характеризуются отличными от нуля 2-столбцами из внешних параметров (с индексами 1 и 2), у массивных лептонов один из элементов обладает равным нулю 2-столбцом из внешних параметров, а у нейтрино два из трех элементов имеют нулевые значения внешних параметров.

Согласно принятому постулату, массивные лептоны первого поколения (электроны) будем характеризовать 3×5 -матрицами вида

$$e \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} i^1 & k^1 & 0 & & & \\ i^2 & k^2 & 0 & & & \\ \hline i^3 & k^3 & j^3 & & & \\ i^4 & k^4 & j^4 & & & \\ i^5 & k^5 & j^5 & & & \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|ccc} i^1 & k^1 & 0 & & & \\ i^2 & k^2 & 0 & & & \\ \hline c_{(1)}^3 & c_{(2)}^3 & c_{(3)}^3 & & & \\ c_{(1)}^4 & c_{(2)}^4 & c_{(3)}^4 & & & \\ c_{(1)}^5 & c_{(2)}^5 & c_{(3)}^5 & & & \end{array} \right), \quad (11.1.1)$$

где, как и ранее, горизонтальная черта разделяет внешние и внутренние параметры.

2. Электронное нейтрино представим 3×5 -матрицей вида

$$\nu_e \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & j^1 & & & \\ 0 & 0 & j^2 & & & \\ \hline i^3 & k^3 & j^3 & & & \\ i^4 & k^4 & j^4 & & & \\ i^5 & k^5 & j^5 & & & \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & j^1 & & & \\ 0 & 0 & j^2 & & & \\ \hline c_{(1)}^3 & c_{(2)}^3 & c_{(3)}^3 & & & \\ c_{(1)}^4 & c_{(2)}^4 & c_{(3)}^4 & & & \\ c_{(1)}^5 & c_{(2)}^5 & c_{(3)}^5 & & & \end{array} \right). \quad (11.1.2)$$

Поскольку в данной теории допускаются лишь преобразования отдельно внешних и отдельно внутренних параметров, то данное определение частиц оказывается инвариантным относительно постулированных преобразований.

3. Согласно существующим представлениям, элементарные частицы составляют три поколения. Это относится как к лептонам, так и к калибровочным кваркам. Так, в модели электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама—Глэшоу лептоны трех поколений составляют 6 ароматов:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}, \quad (11.1.3)$$

где сверху изображены нейтрино (верхние безмассовые лептоны) трех поколений, а снизу — нижние массивные лептоны, обладающие как левыми, так и правыми компонентами. Выскажем гипотезу, согласно которой лептоны трех поколений отличаются тремя возможностями распределения нулевых столбцов внешних параметров.

4. Электрослабые взаимодействия двух лептонов, как и двух барионов или барионов и лептонов, описываются диагональными элементами подматрицы $M(2, 2)$ базовых 6×6 -отношений. Разница состоит лишь в числе отличных от нуля диагональных элементов. В частности, согласно данному выше определению лептонов, для двух массивных лептонов отличными от нуля будут только 4 диагональных элемента, а для двух взаимодействующих нейтрино отличным от нуля будет только один диагональный элемент.

5. Поскольку электрослабые взаимодействия всех видов частиц описываются единообразно, то их зарядовые свойства определяются одними и теми же 3×3 -матрицами внутренних параметров. По этой причине в следующих разделах эти матрицы рассматриваются в самом общем случае без конкретизации того, к лептонам или барионам они относятся.

11.1.2. Параметры внутренних состояний частиц

Как и в случае сильных взаимодействий, постулируем обменный характер электрослабых взаимодействий, что означает возможность взаимодействий лишь между частицами, находящимися в разных видах состояний по внутренним параметрам. Будем полагать, что имеется одно невырожденное $U^{(w)}$ - и несколько $V^{(w)}$ -состояний.

1. Определим $U_1^{(w)}$ -состояние частиц первого поколения. Для этого нужно отдельно определить, во-первых, значения инвариантных параметров с индексом 5, а во-вторых, вид трех оставшихся двухкомпонентных столбцов.

Опираясь на изначальную (в сильных взаимодействиях) симметрию трех элементов, постулируем, что значения параметров с индексом 5 для всех трех элементов одинаковы. (Это исключает прообраз нейтральных взаимодействий в рамках только одного вида состояний.) Обозначим этот параметр в $U_1^{(w)}$ -состоянии символом c_5 .

Оставшиеся три столбца параметров с индексами 3 и 4 будем рассматривать как компоненты 2-мерных векторов, которые можно разложить по некоторым двум неколлинеарным 2-компонентным векторам \vec{f} и \vec{l} :

$$\vec{b}_{(1)} = C_1 \vec{f} + K_1 \vec{l}; \quad \vec{b}_{(2)} = C_2 \vec{f} + K_2 \vec{l}; \quad \vec{b}_{(3)} = C_3 \vec{f} + K_3 \vec{l}, \quad (11.1.4)$$

где C_s и K_s (при $s = 1, 2, 3$) — шесть коэффициентов разложения.

Как и в случае сильных взаимодействий, полагаем, что фундаментальное 3×3 -отношение для $U_1^{(w)}$ -состояния отлично от нуля, т. е., в соответствии с определениями (11.1.4), имеет вид

$$\begin{vmatrix} b_{(1)1} & b_{(2)1} & b_{(3)1} \\ b_{(1)2} & b_{(2)2} & b_{(3)2} \\ c_5 & c_5 & c_5 \end{vmatrix} = c_5 D_{(w)} \begin{vmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ K_1 & K_2 & K_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0, \quad (11.1.5)$$

где

$$D_{(w)} = \begin{vmatrix} f_1 & l_1 \\ f_2 & l_2 \end{vmatrix} = f_1 l_2 - f_2 l_1 \neq 0 \quad (11.1.6)$$

определитель, составленный из элементов двух неколлинеарных векторов, по которым производится разложение всех 2-компонентных векторов (спиноров).

2. Далее следует определить состояния нейтральных $V_N^{(w)}$ -каналов. Постулируем, что значения инвариантных параметров (с индексами 5) также одинаковы, но принимают иные значения: $c'_5 \neq c_5$. Забегая вперед, отметим, что при тех же самых значениях этих параметров, что и в $U_1^{(w)}$ -состоянии, взаимодействия отсутствуют. Здесь и далее будем помечать параметры $V^{(w)}$ -состояний штрихом.

Три пары оставшихся параметров опять будем понимать как 2-компонентные векторы, которые разложим по тем же самым двум векторам \vec{f} и \vec{l} :

$$\vec{b}'_{(1)} = C'_1 \vec{f} + K'_1 \vec{l}; \quad \vec{b}'_{(2)} = C'_2 \vec{f} + K'_2 \vec{l}; \quad \vec{b}'_{(3)} = C'_3 \vec{f} + K'_3 \vec{l}, \quad (11.1.7)$$

где C'_s и K'_s — новые 6 коэффициентов, характеризующие нейтральные каналы взаимодействий.

Матрицу фундаментального 3×3 -отношения $V_N^{(w)}$ -состояния по аналогии с сильными взаимодействиями положим равной нулю, т. е. имеем

$$\begin{vmatrix} b'_{(1)1} & b'_{(2)1} & b'_{(3)1} \\ b'_{(1)2} & b'_{(2)2} & b'_{(3)2} \\ c'_5 & c'_5 & c'_5 \end{vmatrix} = c'_5 D_{(w)} \begin{vmatrix} C'_1 & C'_2 & C'_3 \\ K'_1 & K'_2 & K'_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (11.1.8)$$

3. $V_C^{(w)}$ -состояния, характеризующие взаимодействия «через промежуточные заряженные бозоны», будем определять, как и в сильных взаимодействиях, изменением знака одного из столбцов дополнительных параметров.

11.1.3. Матричные элементы электрослабых взаимодействий «через нейтральные бозоны»

1. Исходя из понимания электрослабых взаимодействий как другого частного случая единого прообраза физических взаимодействий, определим нейтральные каналы данных взаимодействий двух частиц, опираясь на те же самые соображения, что и в теории сильных взаимодействий. Они будут по-прежнему описываться диагональными элементами подматрицы $M(2, 2)$ в (10.1.10) базового 6×6 -отношения, которые выписаны в (10.2.9). (Будем рассматривать общий случай из 9 элементов. Упрощения на случай лептонов очевидны.)

2. Выразим комбинации из внутренних параметров в (10.2.9) через введенные в (11.1.4) и (11.1.7) величины (коэффициенты). Из соответствующих формул видно, что они строятся из 9 пар выражений вида $(s; rl)$ и $(sr; l)$ — для начальных состояний и 9 пар выражений $(s; r\bar{l})$ и $(sr; \bar{l})$ — для конечных состояний, где латинские буквы определяют номера столбцов двух частиц; до точки с запятой значатся столбцы первой частицы, а после — столбцы второй частицы. Запишем все возможные такие комбинации, полагая, что первая частица сначала находилась в $U_1^{(w)}$ -состоянии, а вторая частица — в $V_N^{(w)}$ -состоянии, а после взаимодействия — наоборот:

$$\begin{aligned} (s; 12) = \overline{(12; s)} &= \begin{vmatrix} \vec{b}_{(s)} & \vec{b}_{(1)} & \vec{b}_{(2)} \\ c_5 & c'_5 & c'_5 \end{vmatrix} = \\ &= \{c_5(C'_1 K'_2 - C'_2 K'_1) + c'_5[C_s(K'_1 - K'_2) - K_s(C'_1 - C'_2)]\} D_{(w)}; \quad (11.1.9) \\ (s; 13) = \overline{(13; s)} &= \{c_5(C'_1 K'_3 - C'_3 K'_1) + c'_5[C_s(K'_1 - K'_3) - K_s(C'_1 - C'_3)]\} D_{(w)}; \\ (s; 23) = \overline{(23; s)} &= \{c_5(C'_2 K'_3 - C'_3 K'_2) + c'_5[C_s(K'_2 - K'_3) - K_s(C'_2 - C'_3)]\} D_{(w)} \end{aligned}$$

и аналогично:

$$(12; s) = \overline{(s; 12)} = \left| \begin{array}{ccc} \vec{b}_{(1)} & \vec{b}_{(2)} & \vec{b}'_{(s)} \\ c_5 & c_5 & c'_5 \end{array} \right| =$$

$$= \{c'_5(C_1K_2 - C_2K_1) + c_5[C'_s(K_1 - K_2) - K'_s(C_1 - C_2)]\}D_{(w)}; \quad (11.1.10)$$

$$(13; s) = \overline{(s; 13)} = \{c'_5(C_1K_3 - C_3K_1) + c_5[C'_s(K_1 - K_3) - K'_s(C_1 - C_3)]\}D_{(w)};$$

$$(23; s) = \overline{(s; 23)} = \{c'_5(C_2K_3 - C_3K_2) + c_5[C'_s(K_2 - K_3) - K'_s(C_2 - C_3)]\}D_{(w)}.$$

3. Используя эти выражения и формулы (10.3.8), находим матричные элементы, характеризующие электрослабые взаимодействия двух частиц «через промежуточные нейтральные бозоны»:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^N(B_1, B_2) &= [1; 1] + [1; 2] + [1; 3] + [2; 1] + [2; 2] + [2; 3] + [3; 1] + [3; 2] + [3; 3] = \\ &= \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\ &\times [(C_2 - C_3)(K'_2 - K'_3) - (K_2 - K_3)(C'_2 - C'_3)]^2 + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\ &\times [(C_2 - C_3)(K'_1 - K'_3) - (K_2 - K_3)(C'_1 - C'_3)] \times \\ &\times [(C_1 - C_3)(K'_2 - K'_3) - (K_1 - K_3)(C'_2 - C'_3)] + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\ &\times [(C_2 - C_3)(K'_1 - K'_2) - (K_2 - K_3)(C'_1 - C'_2)] \times \\ &\times [(C_1 - C_2)(K'_2 - K'_3) - (K_1 - K_2)(C'_2 - C'_3)] + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\ &\times [(C_1 - C_3)(K'_2 - K'_3) - (K_1 - K_3)(C'_2 - C'_3)] \times \\ &\times [(C_2 - C_3)(K'_1 - K'_3) - (K_2 - K_3)(C'_1 - C'_3)] + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\ &\times [(C_1 - C_3)(K'_1 - K'_2) - (K_1 - K_3)(C'_1 - C'_2)] \times \\ &\times [(C_1 - C_2)(K'_1 - K'_3) - (K_1 - K_2)(C'_1 - C'_3)] + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\ &\times [(C_1 - C_3)(K'_1 - K'_3) - (K_1 - K_3)(C'_1 - C'_3)]^2 + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\ &\times [(C_1 - C_3)(K'_1 - K'_2) - (K_1 - K_3)(C'_1 - C'_2)] \times \\ &\times [(C_1 - C_2)(K'_1 - K'_3) - (K_1 - K_2)(C'_1 - C'_3)] + \\ &+ \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\ &\times [(C_1 - C_2)(K'_2 - K'_3) - (K_1 - K_2)(C'_2 - C'_3)] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times [(C_2 - C_3)(K'_1 - K'_2) - (K_2 - K_3)(C'_1 - C'_2)] + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\
 & \times [(C_1 - C_2)(K'_1 - K'_3) - (K_1 - K_2)(C'_1 - C'_3)] \times \\
 & \times [(C_1 - C_3)(K'_1 - K'_2) - (K_1 - K_3)(C'_1 - C'_2)] + \\
 & + \frac{1}{2}(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)})(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 \times \\
 & \times [(C_1 - C_2)(K'_1 - K'_2) - (K_1 - K_2)(C'_1 - C'_2)]^2. \quad (11.1.11)
 \end{aligned}$$

4. Из вида записанных матричных элементов можно сделать следующие выводы:

- 1) Все слагаемые содержат одинаковые множители из внутренних параметров $(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2$. Это подтверждает принятый постулат, что выделенные параметры (с индексом 5) в $U_1^{(w)}$ - и $V_N^{(w)}$ -состояниях должны быть различными.
- 2) Элементам (внешним токам) с номерами (1), (2) и (3) соответствуют следующие комбинации из первичных коэффициентов:

Элементы:	(1)	(2)	(3)
$U^{(w)}$ -состояние	$(C_2 - C_3),$ $(K_2 - K_3),$	$(C_3 - C_1),$ $(K_3 - K_1),$	$(C_1 - C_2),$ $(K_1 - K_2),$
$V_N^{(w)}$ -состояния	$(C'_2 - C'_3),$ $(K'_2 - K'_3),$	$(C'_3 - C'_1),$ $(K'_3 - K'_1),$	$(C'_1 - C'_2),$ $(K'_1 - K'_2).$

(11.1.12)

- 3) Очевидно, все слагаемые инвариантны относительно группы $SL(2, C)$ преобразований (группы Лоренца) внешних параметров (внешних токов).
- 4) Все слагаемые инвариантны относительно группы $SL(2, C)$ (или ее подгруппы $SU(2)$) преобразований внутренних параметров с номерами 3 и 4. Имеет место также аналогичная инвариантность относительно преобразований друг через друга векторов \vec{f} и \vec{l} , через которые расписываются векторы внутренних параметров. Эти векторы входят лишь в виде определителя $D_{(w)}$.

11.1.4. Четыре пары характерных коэффициентов

1. Из матричных элементов (11.1.11) и таблицы (11.1.12) видно, что введенные в (11.1.4) и (11.1.7) коэффициенты присутствуют лишь в виде разностей, так что в каждой из четырех троек комбинаций, например

$(C_2 - C_3)$, $(C_3 - C_1)$, $(C_1 - C_2)$, независимыми являются только две, как это было и в случае V_N -состояний сильных взаимодействий. Это позволяет их представить в виде, аналогичном (10.3.10):

$$C_2 - C_3 = A_1 + Z_1; \quad C_3 - C_1 = -A_1 + Z_1; \quad C_1 - C_2 = -2Z_1, \quad (11.1.13)$$

где A_1 и Z_1 — два независимых коэффициента, которые выражаются через C_s следующим образом:

$$Z_1 = -\frac{1}{2}(C_1 - C_2); \quad A_1 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2 - 2C_3). \quad (11.1.14)$$

Подобные выражения можно записать и для другой тройки коэффициентов $U_1^{(w)}$ -состояния:

$$K_2 - K_3 = A_2 + Z_2; \quad K_3 - K_1 = -A_2 + Z_2; \quad K_1 - K_2 = -2Z_2, \quad (11.1.15)$$

где Z_2 и A_2 — независимые коэффициенты, представимые в виде

$$Z_2 = -\frac{1}{2}(K_1 - K_2); \quad A_2 = \frac{1}{2}(K_1 + K_2 - 2K_3). \quad (11.1.16)$$

Аналогичным образом определяются две пары независимых коэффициентов для $V_N^{(w)}$ -состояний:

$$C'_2 - C'_3 = A'_1 + Z'_1; \quad C'_3 - C'_1 = -A'_1 + Z'_1; \quad C'_1 - C'_2 = -2Z'_1, \quad (11.1.17)$$

$$K'_2 - K'_3 = A'_2 + Z'_2; \quad K'_3 - K'_1 = -A'_2 + Z'_2; \quad K'_1 - K'_2 = -2Z'_2. \quad (11.1.18)$$

В итоге получаем две четверки коэффициентов A_1, Z_1, A_2, Z_2 и A'_1, Z'_1, A'_2, Z'_2 , характеризующие электрослабые взаимодействия элементарных частиц.

2. Условия (11.1.5) и (11.1.8) представляются через новые коэффициенты в более компактном виде:

$$\begin{aligned} \text{для } U_1^{(w)}\text{-состояния} &\rightarrow 2c_5 D^{(w)}(A_1 Z_2 - A_2 Z_1) \neq 0; \\ \text{для } V_N^{(w)}\text{-состояний} &\rightarrow c'_5 D^{(w)}(A'_1 Z'_2 - A'_2 Z'_1) = 0. \end{aligned} \quad (11.1.19)$$

3. Подставляя формулы (11.1.13)–(11.1.18) в матричные элементы, характеризующие взаимодействия «через промежуточные нейтральные

бозоны», получаем для их отдельных частей следующие выражения:

$$[1; 1] \Rightarrow [(A_1 A'_2 - A_2 A'_1) + (Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1) + (A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1) + (Z_1 A'_2 - Z_2 A'_1)]^2; \quad (11.1.20)$$

$$[2; 2] \Rightarrow [(A_1 A'_2 - A_2 A'_1) + (Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1) - (A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1) - (Z_1 A'_2 - Z_2 A'_1)]^2; \quad (11.1.21)$$

$$[1; 2] = [2; 1] \Rightarrow [(A_1 A'_2 - A_2 A'_1) - (Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1)]^2 - [(A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1) - (Z_1 A'_2 - Z_2 A'_1)]^2; \quad (11.1.22)$$

$$[1; 3] = [3; 1] \Rightarrow 4[(Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1) + (A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1)] \times [(Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1) + (Z_1 A'_2 - Z_2 A'_1)]; \quad (11.1.23)$$

$$[2; 3] = [3; 2] \Rightarrow 4[(Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1) - (A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1)] \times [(Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1) - (Z_1 A'_2 - Z_2 A'_1)]; \quad (11.1.24)$$

$$[3; 3] \Rightarrow 16(Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1)^2. \quad (11.1.25)$$

Во всех этих выражениях стоит стрелка вместо равенства, что означает отсутствие, во-первых, внешних токовых слагаемых и, во-вторых, общего множителя $(1/2)(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2$.

Очевидно, что для двух взаимодействующих массивных лептонов (электронов) отсутствуют вклады (11.1.23)–(11.1.25), тогда как для двух взаимодействующих нейтрино остается лишь одно выражение (11.1.25).

4. Из (11.1.20)–(11.1.25) видно, что четыре пары коэффициентов входят в эти выражения лишь в виде четырех «перекрестных» определителей (составленных из коэффициентов разных состояний): $(A_1 A'_2 - A_2 A'_1)$, $(Z_1 Z'_2 - Z_2 Z'_1)$, $(A_1 Z'_2 - A_2 Z'_1)$, $(Z_1 A'_2 - Z_2 A'_1)$. Этим обстоятельством можно воспользоваться и определить 2-компонентные «спиноры» в пространстве коэффициентов, тогда на эти определители можно смотреть как на спинорные инварианты, построенные из четырех 2-компонентных спиноров:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} A'_1 \\ A'_2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Z'_1 \\ Z'_2 \end{pmatrix}. \quad (11.1.26)$$

Из четырех 2-компонентных «спиноров» (11.1.26) можно построить 6 спинорных инвариантов. Из них три определяют заряды электрослабых взаимодействий:

$$\begin{vmatrix} A_1 & A'_1 \\ A_2 & A'_2 \end{vmatrix} \equiv D_{AA}; \quad \begin{vmatrix} Z_1 & Z'_1 \\ Z_2 & Z'_2 \end{vmatrix} \equiv D_{ZZ}; \quad \begin{vmatrix} A_1 & Z'_1 \\ A_2 & Z'_2 \end{vmatrix} \equiv D_{AZ}, \quad (11.1.27)$$

а из оставшихся трех инвариантов:

$$\begin{vmatrix} A_1 & Z_1 \\ A_2 & Z_2 \end{vmatrix} \equiv D_U \neq 0; \quad \begin{vmatrix} Z_1 & A'_1 \\ Z_2 & A'_2 \end{vmatrix} \equiv D_{ZA}; \quad \begin{vmatrix} A'_1 & Z'_1 \\ A'_2 & Z'_2 \end{vmatrix} \equiv D_V = 0 \quad (11.1.28)$$

первый, характеризующий U -состояние, отличен от нуля. Последний определитель обращается в нуль из-за условия вырожденности V_N -состояний (11.1.8).

11.2. Прообраз электрослабых взаимодействий

Как и в случае сильных взаимодействий, электрослабые взаимодействия элементарных частиц характеризуются одним и тем же набором векторов в $U^{(w)}$ -состоянии и тремя наборами векторов в $V^{(w)}$ -состояниях, определяющих три канала электрослабых взаимодействий: $V_A^{(w)}$ -, $V_Z^{(w)}$ и $V_C^{(w)}$ -канал. Отдельно рассмотрим эти три канала, начав с обсуждения двух нейтральных каналов, названных A - и Z -каналами.

11.2.1. Электромагнитные взаимодействия

1. A -Канал (электромагнитное взаимодействие) характеризуется тем, что в соответствующем ему $V_A^{(w)}$ -состоянии отсутствуют Z -коэффициенты:

$$A - \text{канал} \rightarrow A'_1 \neq 0; \quad A'_2 \neq 0; \quad Z'_1 = Z'_2 = 0 \rightarrow D_{AZ} = D_{ZZ} = 0. \quad (11.2.1)$$

Очевидно, при этих условиях будет выполняться условие вырожденности $V_N^{(w)}$ -состояний (11.1.19). Кроме того, опираясь, во-первых, на принципы алгебраической классификации и, во-вторых, на принцип соответствия со стандартной теорией, следует наложить на коэффициенты в $V_A^{(w)}$ -состоянии условие

$$D_{ZA} = Z_1 A'_2 - Z_2 A'_1 = 0, \quad (11.2.2)$$

означающее коллинеарность пары 2-компонентных векторов из (11.1.26):

$$\begin{pmatrix} A'_1 \\ A'_2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix}, \quad (11.2.3)$$

где k — некоторая константа. Таким образом, из четырех 2-компонентных «спиноров» в (11.1.26) независимыми являются только 3. В качестве базисных можно выбрать два первых «спинора», характеризующие $U_1^{(w)}$ -состояние бариона и последний из (11.1.26).

2. При сформулированных условиях отсутствуют перекрестные слагаемые в (11.1.20)–(11.1.25) из коэффициентов двух сортов. При

данных выше определениях внешних векторов скоростей находим, что в (11.1.20)–(11.1.25) *отсутствуют электромагнитные взаимодействия с 3-м внешним вектором*, а присутствуют лишь электромагнитные взаимодействия, определяемые двумя внешними (изотропными) векторами, причем они содержатся так же, как левые (L) и правые (R) компоненты массивного лептона в модели Вайнберга—Салама—Глэшоу. Это дает достаточные основания назвать первый (левый) элемент (столбец из внешних параметров) левой компонентой элементарной частицы (электрона e_L или протона p_L), а второй элемент — правой компонентой частицы (электрона e_R или протона p_R).

3. Матричный элемент электромагнитного взаимодействия двух элементарных частиц первого поколения принимает вид:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(e.m.)} = & \frac{1}{2}(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 D_{AA}^2 \left[(\bar{q}_{1(1)} \gamma^\mu q_{1(1)}) + (\bar{q}_{1(2)} \gamma^\mu q_{1(2)}) \right] \times \\ & \times \left[(\bar{q}_{2(1)} \gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{2(2)} \gamma_\mu q_{2(2)}) \right], \end{aligned} \quad (11.2.4)$$

причем электрические заряды левой и правой компонент частицы одинаковы и определяются лишь одной ключевой комбинацией (инвариантом) D_{AA}

$$A_L = A_R = \pm D_{AA} = (A_1 A'_2 - A_2 A'_1). \quad (11.2.5)$$

В частности, прообраз электромагнитного взаимодействия двух массивных лептонов (у которых $A_L = A_R \equiv A_e$) записывается в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(A)}(e_1, e_2) = \\ = \frac{A_e^2}{2} (c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 [(\bar{e}_{1L} \gamma^\mu e_{1L}) + (\bar{e}_{1R} \gamma^\mu e_{1R})] [(\bar{e}_{2L} \gamma_\mu e_{2L}) + (\bar{e}_{2R} \gamma_\mu e_{2R})], \end{aligned} \quad (11.2.6)$$

соответствующем общепринятому выражению для ток-токового электромагнитного взаимодействия заряженных лептонов. Особое внимание следует обратить на изменение знаков перед векторами правых компонент частиц в (11.2.4) и (11.2.6) по сравнению с аналогичными формулами в (10.3.17). Это обусловлено переходом от изотропных (2-компонентных) обозначений внешних параметров (в верхней части 4-компонентных столбцов) к стандартным обозначениям частиц через 4-компонентные столбцы из левых и правых компонент, согласно (6.1.3).

4. Легко видеть, что *нейтрино в A-канале не взаимодействует* из-за того, что в (11.1.25) присутствует только один спинорный инвариант D_{ZZ} , обращающийся в нуль вследствие условия (11.2.2). Из (11.1.23)

и (11.1.24) следует, что нейтрино не взаимодействует электромагнитным образом также с массивными лептонами и с барионами.

5. Выразим из (11.2.2) коэффициент A'_1 и подставим в ключевой инвариант A -канала D_{AA} , тогда имеем

$$A'_1 = \frac{A'_2}{Z_2} Z_1 \rightarrow D_{AA} = A_1 A'_2 - A_2 A'_1 = \frac{A'_2}{Z_2} (A_1 Z_2 - A_2 Z_1) = k D_U. \quad (11.2.7)$$

11.2.2. Z -взаимодействия

Z -Канал (Z -взаимодействие) соответствует случаю, когда обращаются в нуль A -коэффициенты в $V_Z^{(w)}$ -состояниях:

$$Z\text{-канал} \rightarrow A'_1 = A'_2 = 0; \quad Z'_1 \neq 0; \quad Z'_2 \neq 0 \rightarrow D_{AA} = D_{ZA} = 0. \quad (11.2.8)$$

Очевидно, при этих условиях будет выполняться условие вырожденности $V_N^{(w)}$ -состояний (11.1.19), а в выражениях (11.1.20)–(11.1.25) будут присутствовать лишь два инварианта из (11.1.27) D_{ZZ} и D_{AZ} :

$$[1; 1] \Rightarrow (D_{ZZ} + D_{AZ})^2; \quad [2; 2] \Rightarrow (D_{ZZ} - D_{AZ})^2; \quad (11.2.9)$$

$$[1; 2] = [2; 1] \Rightarrow (D_{ZZ} + D_{AZ})(D_{ZZ} - D_{AZ}); \quad (11.2.10)$$

$$[1; 3] = [3; 1] \Rightarrow 4(D_{ZZ} + D_{AZ})D_{ZZ}; \quad [2; 3] = [3; 2] \Rightarrow 4(D_{ZZ} - D_{AZ})D_{ZZ}; \quad (11.2.11)$$

$$[3; 3] \Rightarrow 16D_{ZZ}^2. \quad (11.2.12)$$

Отдельно рассмотрим Z -взаимодействия лептонов и барионов.

1. Слабому Z -взаимодействию двух массивных лептонов соответствуют значения коэффициентов (11.2.8). Подставляя их в прообраз действия взаимодействия (11.1.20)–(11.1.22), получаем выражения для Z -зарядов при соответствующих произведениях внешних токов двух частиц:

$$(e_{1L}, e_{2L}) \rightarrow (D_{AZ} + D_{ZZ})^2 \equiv g_{eL}^2; \quad (11.2.13)$$

$$(e_{1L}, e_{2R}) \rightarrow (D_{AZ} + D_{ZZ})(D_{AZ} - D_{ZZ}) \equiv g_{eR} g_{eL}; \quad (11.2.14)$$

$$(e_{1R}, e_{2R}) \rightarrow (D_{AZ} - D_{ZZ})^2 \equiv g_{eR}^2. \quad (11.2.15)$$

Здесь использованы сокращенные обозначения для внешних токов и зарядов:

$$(\bar{e}_{1(1)} \gamma^\mu e_{1(1)}) = (\bar{e}_{1L} \gamma^\mu e_{1L}) \rightarrow e_{1L}; \quad g_{eL} = -(D_{ZZ} + D_{AZ}); \quad (11.2.16)$$

$$(\bar{e}_{1(2)} \gamma^\mu e_{1(2)}) = -(\bar{e}_{1R} \gamma^\mu e_{1R}) \rightarrow -e_{1R}; \quad g_{eR} = (D_{ZZ} - D_{AZ}). \quad (11.2.17)$$

Для второй частицы формулы аналогичны.

В итоге имеем матричные элементы Z -взаимодействия двух массивных лептонов:

$$\tilde{S}_{int}^{(Z)} = \frac{1}{2}(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 [(\bar{e}_{1L}\gamma^\mu e_{1L})g_{eL} + (\bar{e}_{1R}\gamma^\mu e_{1R})g_{eR}] \times \\ \times [(\bar{e}_{2L}\gamma_\mu e_{2L})g_{eL} + (\bar{e}_{2R}\gamma_\mu e_{2R})g_{eR}]. \quad (11.2.18)$$

2. Слабое Z -взаимодействие двух нейтрино описывается одним выражением (11.1.25). Из него находим Z -заряд при произведении внешних токов:

$$(\nu_{1L}, \nu_{2L}) \rightarrow 16D_{ZZ}^2 \equiv 4g_{\nu L}^2 \rightarrow g_{\nu L} = \pm 2D_{ZZ}, \quad (11.2.19)$$

где для внешних векторов нейтрино введено стандартное обозначение, т. е. вектор с индексом (3) соответствует левой компоненте нейтрино (L).

3. Слабое Z -взаимодействие нейтрино и массивного лептона определяется выражениями (11.1.23)–(11.1.24), так что имеем вклад в прообраз действия:

$$\tilde{S}_{int}^Z(\nu, e) = [3; 1] + [3; 2] = 4(\bar{\nu}_L\gamma^\mu \nu_L)(\bar{e}_L\gamma_\mu e_L)(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 D_{ZZ}(D_{AZ} + D_{ZZ}) - \\ - 4(\bar{\nu}_L\gamma^\mu \nu_L)(\bar{e}_R\gamma_\mu e_R)(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 D_{ZZ}(-D_{AZ} + D_{ZZ}). \quad (11.2.20)$$

Из этих формул находим подтверждение записанных выше значений Z -зарядов лептонов.

4. Слабые Z -взаимодействия барионов теперь определяются тремя компонентами. Как уже было установлено при обсуждении электромагнитного взаимодействия, внешний вектор [1] следует назвать вектором левой (L) компоненты протона (p_L), а внешний вектор [2] – вектором правой (R) компоненты протона (p_R), тогда из (11.2.9)–(11.2.10) следует, что этим двум компонентам протона следует соотнести (с точностью до знаков) те же заряды слабых Z -взаимодействий, что и для массивных лептонов:

$$g_{pL}^2 = (D_{ZZ} + D_{AZ})^2 = g_{eL}^2; \quad g_{pR}^2 = (D_{ZZ} - D_{AZ})^2 = g_{eR}^2. \quad (11.2.21)$$

Существенным моментом данной теории является наличие третьего внешнего вектора протона p_3 . Ему следует соотнести «эффективный» заряд Z -взаимодействий, как у нейтрино:

$$g_{p3}^2 = 4D_{ZZ}^2 = g_{\nu L}^2. \quad (11.2.22)$$

В итоге получаем, что выражения (11.2.11) описывают некие «эффективные» Z -взаимодействия между двумя «обычными» компонентами протона и дополнительной, третьей, а оставшееся выражение (11.2.12)

описывает «эффективные» взаимодействия между третьими компонентами двух частиц.

Собирая вместе все слагаемые из (11.2.9)–(11.2.12) и учитывая сделанные определения, находим матричные элементы «эффективного» взаимодействия барионов «через Z -бозоны» в виде

$$\tilde{S}_{int}^{(Z)} = \frac{1}{2}(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 [(\bar{q}_{1(1)} \gamma^\mu q_{1(1)})g_{pL} + (\bar{q}_{1(2)} \gamma^\mu q_{1(2)})g_{pR} + (\bar{q}_{1(3)} \gamma^\mu q_{1(3)})g_{p3}] \times \\ \times [(\bar{q}_{2(1)} \gamma_\mu q_{2(1)})g_{pL} + (\bar{q}_{2(2)} \gamma_\mu q_{2(2)})g_{pR} + (\bar{q}_{2(3)} \gamma_\mu q_{2(3)})g_{p3}]. \quad (11.2.23)$$

5. Исходя из изложенного, $U_1^{(w)}$ -, $V_Z^{(w)}$ - и $V_A^{(w)}$ -состояния частиц можно охарактеризовать своеобразными «биспинорами» в пространстве введенных коэффициентов

$$\Psi_U = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix}; \quad \Psi_Z = \begin{pmatrix} Z'_1 \\ Z'_2 \\ A'_1 = 0 \\ A'_2 = 0 \end{pmatrix}; \quad \Psi_A = \begin{pmatrix} Z'_1 = 0 \\ Z'_2 = 0 \\ A'_1 = kZ_1 \\ A'_2 = kZ_2 \end{pmatrix}, \quad (11.2.24)$$

где верхние нижние пары величин можно рассматривать как своеобразные левые и правые компоненты введенного «биспинора».

11.2.3. Прообраз слабых взаимодействий «через заряженные W -бозоны»

1. Прообраз слабых W -взаимодействий аналогичен прообразу сильных взаимодействий «через заряженные глюоны», т. е. в этом канале, как и в рассмотренном прообразе взаимодействий «через нейтральные бозоны», продолжает проявляться тесная (родственная) связь прообразов сильных и электрослабых взаимодействий частиц. Отличие состоит в том, что в слабых взаимодействиях частиц одного поколения (первого) явно выделяется только один из элементов частицы, для которого можно строить новое (V_C -состояние) путем изменения знака всех его дополнительных параметров в U -состоянии. Подчеркнем, что следует по-прежнему изменять знаки *всех трех внутренних параметров* элемента, так как изменение знака только 2-мерного вектора приведет к нулевому результату, поскольку в этом случае в определителе (11.1.2) окажутся две коллинеарные строки.

2. Встает вопрос о том, в каком элементе можно изменить знак внутренних параметров для образования $V_W^{(w)}$ -состояния. Анализ показывает, что для частиц первого поколения таковым может быть лишь

второй элемент. Именно в этом случае выполняется принцип соответствия с калибровочной моделью электрослабых взаимодействий лептонов, поскольку только в этом случае обеспечивается W -взаимодействие левой компоненты заряженной частицы с нейтрино, характеризуемого отличным от нуля третьим столбцом из внешних параметров. Этот вариант взаимодействий «через промежуточные заряженные бозоны» (W^\pm -бозоны) соответствует заряженному Y -каналу сильных взаимодействий (10.4.9).

Таким образом оказывается, что в электрослабых взаимодействиях элементарных частиц (одного поколения) все три его элемента функционально различны по свойствам своих столбцов. Отметим также, что при постулате изменения знака лишь одного столбца три возможности изменения знаков распределены по трем возможным поколениям элементарных частиц.

3. Слабые W -взаимодействия следует описывать посредством формул типа (10.4.2)–(10.4.7), однако теперь отличными от нуля могут оставаться только выражения (10.4.4) и (10.4.5). Используя введенные выше обозначения, выпишем характерную для этого взаимодействия двух барионов комбинацию из внутренних параметров

$$[1; 3] \rightarrow 4(12; 3)^2 = 4 \begin{vmatrix} \vec{b}_{(1)} & \vec{b}_{(2)} & \vec{b}_{(3)} \\ c_5 & c_5 & c_5 \end{vmatrix}^2 = 4c_5^2 (|\vec{b}_{(2)}\vec{b}_{(3)}| - |\vec{b}_{(1)}\vec{b}_{(3)}| + |\vec{b}_{(1)}\vec{b}_{(2)}|)^2. \quad (11.2.25)$$

Подставляя сюда выражения векторов $\vec{b}_{(s)}$ через первичные коэффициенты (11.1.4) или через коэффициенты A_1 , Z_1 , A_2 и Z_2 , согласно (11.1.13), находим

$$4(12; 3)^2 = 4c_5^2 D_{(w)}^2 D_U^2, \quad (11.2.26)$$

где, напомним, определитель $D_{(w)}$ записан в (11.1.6). Отметим, что в это выражение входит характерный определитель U -состояния D_U , определяющий заряд W -взаимодействия.

4. Матричный элемент слабого W -взаимодействия нейтрино и массивного лептона записывается в виде

$$\tilde{S}_{int}^{(W)}(\nu, e) = 4c_5^2 D_{(w)}^2 D_U^2 [(\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L)(\bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L) + (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L)(\bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L)]. \quad (11.2.27)$$

В аналогичном виде записывается матричный элемент W -взаимодействия двух барионов:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{int}^{(W)}(B_1, B_2) = \\ = -4c_5^2 D_{(w)}^2 D_U^2 [(\bar{q}_{1(1)} \gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(3)} \gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{1(3)} \gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(1)} \gamma_\mu q_{2(3)})]. \end{aligned} \quad (11.2.28)$$

11.3. Соотношения зарядов частиц в электрослабых взаимодействиях

Аналогично случаю сильных взаимодействий в реляционной теории электрослабых взаимодействий имеет место алгебраическая симметрия каналов, позволяющая связать константы данного вида взаимодействий. Ниже показано, что эти константы и соотношения между ними соответствуют известным значениям зарядов в калибровочной теории электрослабых взаимодействий.

11.3.1. Алгебраические симметрии каналов электрослабых взаимодействий

1. Выпишем в виде таблиц полученные выше значения зарядов трех компонент протона в трех каналах взаимодействий.

1) **Электромагнитное взаимодействие** можно охарактеризовать таблицей:

		$q_2(1)$	$q_2(2)$	$q_2(3)$	
$q_1(1)$		A^2	A^2	0	(11.3.1)
$q_1(2)$		A^2	A^2	0	
$q_1(3)$		0	0	0	

2) **Слабые взаимодействия через Z -бозоны**, как было показано выше, характеризуются закономерностью: *коэффициент при произведении двух разных токов равен корню квадратному из произведения двух коэффициентов при соответствующих произведениях одинаковых токов*. С учетом этой закономерности имеем таблицу:

		$q_2(1)$	$q_2(2)$	$q_2(3)$	
$q_1(1)$		g_L^2	$g_L g_R$	$g_L g_3$	(11.3.2)
$q_1(2)$		$g_R g_L$	g_R^2	$g_R g_3$	
$q_1(3)$		$g_3 g_L$	$g_3 g_R$	g_3^2	

3) **Слабые взаимодействия через W -бозоны** характеризуются таблицей:

		$q_2(1)$	$q_2(2)$	$q_2(3)$	
$q_1(1)$		0	0	W^2	(11.3.3)
$q_1(2)$		0	0	0	
$q_1(3)$		W^2	0	0	

2. Для электрослабо взаимодействующих протонов, как и в случае сильных взаимодействий, имеют место алгебраические симметрии трех названных каналов взаимодействий, которые можно представить в виде суммарной таблицы:

$$\begin{array}{c|c|c|c} & q_2(1) & q_2(2) & q_2(3) \\ \hline q_1(1) & A^2 + g_L^2 & A^2 + g_L g_R & g_L g_3 + W^2 \\ \hline q_1(2) & A^2 + g_R g_L & A^2 + g_R^2 & g_R g_3 \\ \hline q_1(3) & g_3 g_L + W^2 & g_3 g_R & g_3^2 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c} & q_2(1) & q_2(2) & q_2(3) \\ \hline q_1(1) & b^2 & Y & b^2 \\ \hline q_1(2) & Y & a^2 & Y \\ \hline q_1(3) & b^2 & Y & b^2 \end{array}, \quad (11.3.4)$$

где b^2 , Y и a^2 — некоторые константы. При этом использован факт, что третья компонента бариона участвует в W -взаимодействиях, т. е. имеет характер левой компоненты в калибровочной теории поля.

В этой таблице отражена полная симметрия между первым и третьим элементами. Это означает, что все коэффициенты в угловых слагаемых одинаковы (b^2). Одинаковы также суммарные коэффициенты при произведениях первого и третьего токов с током правой компоненты частицы (Y). Особняком стоит Z -взаимодействие правых компонент, обозначенное через a^2 .

3. В (11.3.4) фактически записаны 6 уравнений, из которых можно выразить 6 величин: g_3 , g_L , g_R , W^2 , A^2 и Y — через две независимые константы b^2 и a^2 . Решение имеет вид:

$$A^2 \equiv e^2 = \frac{a^2(4b^2 - a^2)}{4x^2}; \quad g_L = \pm \frac{a^2 - 2b^2}{2b}; \quad g_R = \pm \frac{a^2}{2b}; \quad g_3 = \pm b; \quad (11.3.5)$$

$$Y = \frac{a^2}{2}; \quad W^2 = \frac{4b^2 - a^2}{2}. \quad (11.3.6)$$

Эти решения справедливы для значений зарядов как лептонов, так и барионов. Главное отличие состоит лишь в том, что в случае лептонов Z -заряд с индексом 3 относится к отдельной частице — нейтрино, тогда как в случае бариона этот заряд является еще одним дополнительным зарядом бариона. Другое различие состоит в выборе знаков. Отдельно рассмотрим эти два случая.

11.3.2. Заряды лептонов

1. Напомним, что в калибровочной модели Вайнберга—Салама—Глэшоу заряды Z -взаимодействий (для лептонов) определяются формулой

$$g_{aC} = B_0(T_{3(C)} - Q_a \sin^2 \theta), \quad (11.3.7)$$

где индекс a характеризует рассматриваемую частицу (электрон (e) или нейтрино (ν)), а индекс C означает компоненту этой частицы: левую ($C = L$) или правую ($C = R$); B_0 — константа, $T_{3(C)}$ — проекция изотопического спина соответствующей компоненты, а Q_a — электрический заряд частицы (в единицах заряда электрона), θ — угол Вайнберга.

Как уже отмечалось, в калибровочной модели электрослабых взаимодействий все константы, в том числе и присутствующие в (11.3.7) константы B_0 и $\sin\theta$, также выражаются только через две константы, обозначаемые как g_1 и g_2 :

$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}; \quad \sin\theta = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}; \quad B_0 = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}. \quad (11.3.8)$$

В модели Вайнберга—Салама—Глэшоу эти константы соответствуют двум калибровочным группам $U(1)$ и $SU(2)$.

Чтобы сопоставить заряды лептонов с решениями (11.3.5) и (11.3.7), напомним значения изотопического спина $T_{3(C)}$ и электрического заряда Q_a для лептонов (первого поколения):

$$T_{3(eL)} = -\frac{1}{2}; \quad T_{3(\nu L)} = +\frac{1}{2}; \quad T_{3(eR)} = 0; \quad Q_e = -1; \quad Q_\nu = 0. \quad (11.3.9)$$

2. Сопоставляя формулы (11.3.7) и (11.3.5) (с верхним знаком), имеем

$$g_{eL} = \frac{a^2 - 2b^2}{2b} = B_0 \left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta \right); \quad g_{eR} = \frac{a^2}{2b} = B_0 \sin^2\theta; \quad g_{\nu L} = b = \frac{1}{2}B_0, \quad (11.3.10)$$

откуда находим соотношения констант в двух теориях:

$$b = \frac{B_0}{2} = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{2} \rightarrow B_0 = 2b; \quad \frac{a^2}{2b} = B_0 \sin^2\theta \rightarrow a^2 = g_1^2. \quad (11.3.11)$$

3. Проиллюстрируем полученные выражения для констант электрослабых взаимодействий лептонов графически (см. рис. 11.1). По горизонтальной оси графика отложены значения электрического заряда (A) частицы (заряды A -канала), а по вертикальной оси — значения зарядов слабых Z -взаимодействий g_{aC} (заряды Z -канала).

4. Введем четвертую характерную точку, соответствующую фиктивной «правой» компоненте нейтрино ν_R с нулевыми зарядами:

$$A_{\nu R} = 0; \quad g_{\nu R} = 0. \quad (11.3.12)$$

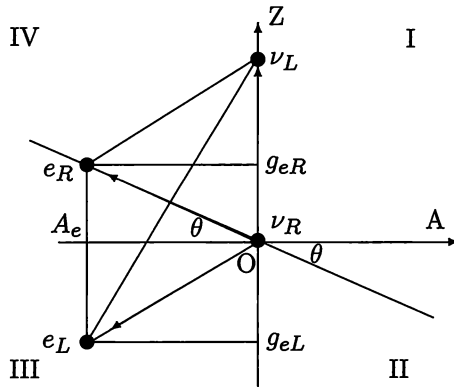


Рис. 11.1. Графическая иллюстрация электрических зарядов (A) и зарядов слабых взаимодействий (g_{aC}) лептонов

Очевидно, эта точка лежит в начале координат. Соединим линиями положения четырех компонент рассматриваемых частиц. Легко показать, что в итоге получается ромб со сторонами b и малой диагональю a . Большая диагональ наклонена к вертикальной оси под углом Вайнберга. Ромб составлен из двух равнобедренных треугольников, соответствующих компонентам (e_L, e_R, ν_R) и (e_R, ν_L, ν_R) .

11.3.3. Заряды барионов

1. Формула (11.3.7) имеет универсальный характер в калибровочной модели электрослабых взаимодействий. Применим ее для левой и правой компонент протона (p). Чтобы формула соответствовала решениям (11.3.5), в них нужно выбрать другой (нижний) знак, а проекции изотопического спина и электрический заряд Q_p протона (на языке калибровочной модели) следует положить обратными, по сравнению с левой и правой компонентами электрона:

$$T_{3(pL)} = +\frac{1}{2}; \quad T_{3(pR)} = 0; \quad Q_{pL} = Q_{pR} = +1, \quad (11.3.13)$$

что согласуется с общепринятым представлением о положительности заряда протона (в единицах e).

2. Применим формулу (11.3.7) также для описания соотношения зарядов третьей компоненты протона. Эта формула будет справедлива, если положить, что на языке калибровочной модели третья компонента протона характеризуется зарядами:

$$T_{3(p3)} = -\frac{1}{2}; \quad Q_{p3} = 0, \quad (11.3.14)$$

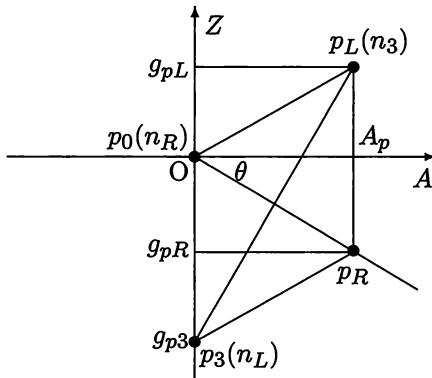


Рис. 11.2. Графическая иллюстрация электрических зарядов (A) и зарядов слабых взаимодействий (g_{pC}) протонов

что означает, что третья компонента протона имеет равный нулю электрический заряд, отличный от значений заряда его левой и правой компонент.

3. Проиллюстрируем полученные выражения для эффективных зарядов электрослабых взаимодействий протонов:

$$g_{pL} = B_0 \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta \right); \quad g_{pR} = -B_0 \sin^2 \theta; \quad g_{p3} = -\frac{1}{2} B_0 \quad (11.3.15)$$

графически (см. рис. 11.2). На этом графике опять по горизонтальной оси отложены значения электрического заряда (A_p) протона (заряды A -канала), а по вертикальной оси — значения зарядов слабых Z -взаимодействий протона.

Легко видеть, что сумма двух векторов \vec{p}_3 и \vec{p}_L , проведенных из начала координат в точки, соответствующие левым компонентам протона, совпадает с вектором правой компоненты протона \vec{p}_R , расположенным вдоль *линии Вайнберга*, которая наклонена под углом Вайнберга θ к горизонтальной оси.

4. По аналогии со случаем лептонов введем четвертую характерную точку, соответствующую фиктивной компоненте p_0 с нулевыми зарядами:

$$p_0 \rightarrow A_{p0} = 0; \quad g_{p0} = 0. \quad (11.3.16)$$

Очевидно, эта точка лежит в начале координат. Соединим линиями положения четырех компонент протона. Легко показать, что в итоге опять получается ромб со сторонами b и малой диагональю a . Большая диагональ наклонена к вертикальной оси под углом Вайнберга. Ромб составлен из двух равнобедренных треугольников, соответствующих компонентам (p_L, p_R, p_0) и (p_R, p_3, p_0) .

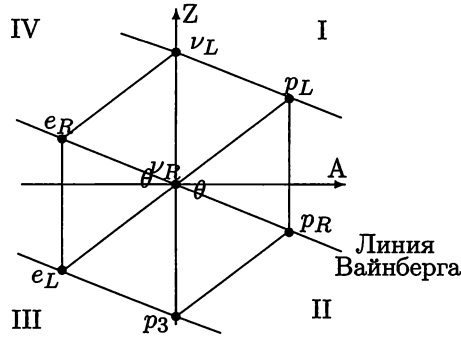


Рис. 11.3. Графическая классификация компонент лептонов и протонов на плоскости электрического и Z -зарядов

Обратим внимание на тот факт, что две компоненты протона p_L и p_R можно уподобить двум V_N состояниям барионов $q_{(1)}$ и $q_{(3)}$ в сильных взаимодействиях, изображенных на рис. 10.2.

5. Особо следует остановиться на случае второго состояния бариона первого поколения — на определении **нейтрона** (нестабильной частицы). Есть основания полагать, что для левой и правой компонент нейтрона можно записать прежнюю формулу (11.3.7), учтя, что электрический заряд нейтрона равен нулю ($A_n = Q_n = 0$):

$$g_{nL} = -\frac{B_0}{2}; \quad g_{nR} = 0. \quad (11.3.17)$$

Анализ показывает, что характеристики третьей компоненты n_3 нейтрона должны быть отождествлены с характеристиками левой компоненты протона p_L .

6. Сравнивая заряды электрослабых взаимодействий лептонов и протонов, легко убедиться, что ромбы, изображенные на рис. 11.1 и 11.2, имеют одинаковые стороны, диагонали и наклонены к координатным осям под одним и тем же углом Вайнберга. Изобразим два ромба на одном и том же графике рис. 11.3. Из него видно, что лептонный ромб получается из протонного зеркальным отображением последнего вдоль линии Вайнберга. Из графика видно, что все компоненты частиц (учитывая фиктивные правые компоненты нейтрино и нейтрона) располагаются на трех параллельных прямых: на линии Вайнберга и на двух симметрично расположенных с ней параллельных линиях, отстоящих от линии Вайнберга на расстояние $\sqrt{b^2 - a^2/4}$. Последняя величина, умноженная на $\sqrt{2}$, определяет константу слабого взаимодействия «через W -бозоны». Все правые компоненты частиц располагаются на линии Вайнберга, тогда как левые компоненты — на соседних линиях.

11.4. Природа кварков

1. Как показано выше, прообраз электрослабых взаимодействий барионов определяется взаимодействиями трех элементов, составляющих барион. Однако эти элементы явно отличаются от кварков, через которые описываются электрослабые взаимодействия барионов в калибровочной модели Вайнберга—Салама—Глэшоу. Напомним, согласно сложившимся представлениям, кварки трех поколений, как и лептоны, составляют 6 ароматов:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (11.4.1)$$

Здесь сверху изображены верхние кварки, а снизу — нижние. Каждый из кварков 6 ароматов имеет левую (L) и правую (R) компоненты.

Ограничимся рассмотрением одного (первого) поколения кварков и сравним их с элементами реляционной теории. Главное отличие элементов от кварков состоит в том, что каждый из них в отдельности не имеет левых и правых компонент, как это имеет место для кварков. Каждый элемент сам по себе может быть назван либо левым, либо правым. В калибровочной теории к левым компонентам частиц принято относить те, которые участвуют в W -взаимодействиях, а к правым — которые в них не участвуют. Согласно этому критерию, к левым следует отнести 1-й и 3-й элементы, а к правым — 2-й элемент.

2. Возникает задача: как перейти от 3 элементов реляционной теории к системе парных кварков, сохранив при этом трехкварковую структуру барионов? Эта задача решается путем, во-первых, образования двух левых компонент кварков u_L и d_L в виде специальных линейных комбинаций из двух элементов p_L , p_3 и, во-вторых, построения двух правых компонент кварков u_R и d_R из одного правого элемента p_R . Если первая часть задачи особых проблем не вызывает, то для решения второй части (с правыми компонентами) необходимо привлечь ряд дополнительных соображений. Прежде всего, при определении правых компонент нужно соблюсти принятые в калибровочной модели правила соответствия левых и правых компонент. Они выражаются формулой (11.3.7), в которой левые компоненты характеризуются полуцелой проекцией изотопического спина T_3 , тогда как правые компоненты полагаются изотопическими скалярами. Кроме того, при определении правых компонент фактически вводится фиктивный четвертый правый элемент p_0 со всеми нулевыми зарядами. Он уже вводился ранее при графическом изображении барионного ромба на рис. 11.2 в виде четвертой вершины ромба в начале координат. Через нее проходит линия Вайнберга, что диктует ее принадлежность именно к правым компонентам.

Две правые компоненты кварков строятся в виде тех же линейных комбинаций из двух правых элементов (p_R и фиктивного p_0), что и две левые компоненты кварков.

3. Продемонстрируем, как конкретно решается данная задача. Для сохранения трехкварковой структуры барионов необходимо трем элементам $p_1 \equiv p_L$, $p_2 \equiv p_R$, p_3 поставить в соответствие три пары кварков двух видов (u_L , u_R) и (d_L , d_R). Очевидно, это можно осуществить двумя способами: либо взяв два комплекта u -кварка и один комплект d -кварка, либо наоборот. Эти две возможности реализуются в природе. Первая возможность соответствует определению протона (p), а вторая возможность — определению нейтрона (n):

$$p \rightarrow 2u + d; \quad n \rightarrow u + 2d. \quad (11.4.2)$$

4. В соответствии с данным определением введем электрические заряды кварков на основе формул, записанных для протона:

$$A_{pL} = 2A_{uL} + A_{dL}; \quad A_{p3} = A_{uL} + 2A_{dL} = 0; \quad (11.4.3)$$

$$A_{pR} = 2A_{uR} + A_{dR}; \quad A_{p0} = A_{uR} + 2A_{dR} = 0. \quad (11.4.4)$$

Поскольку выше было показано, что $A_{pL} = A_{pR}$, то эти две системы тождественны. Из них находим:

$$A_{uL} = A_{uR} \equiv A_u = \frac{2}{3} A_p; \quad A_{dL} = A_{dR} \equiv A_d = -\frac{1}{3} A_p. \quad (11.4.5)$$

Поскольку заряд протона равен плюс единице (в единицах заряда электрона e), то приходим к выводу, что *платой за использование кварков с левой и правой компонентами является переход к дробным электрическим зарядам*. На самом деле электрические заряды элементарных частиц могут быть только целыми, а дробные заряды имеют условный характер.

5. Для нейтрона, в соответствии с (11.4.2), имеем аналогичный комплект соотношений:

$$A_{nL} = A_{uL} + 2A_{dL} = 0; \quad A_{n3} = 2A_{uL} + A_{dL} = A_{pL}; \quad (11.4.6)$$

$$A_{nR} = A_{uR} + 2A_{dR} = 0; \quad A_{n0} = 2A_{uR} + A_{dR} = A_{pR}, \quad (11.4.7)$$

где использован ранее сделанный вывод о том, что электрические заряды левых и правых элементов, определяющих нейтроны, равны нулю, а для согласования формул (11.4.4) и (11.4.7) в качестве четвертого фиктивного элемента для нейтрона следует выбрать нехарактерный для него элемент p_R . При этих оговорках из (11.4.6)–(11.4.7) опять получаем решение (11.4.5).

6. Заряды слабых Z -взаимодействий кварков определяются из аналогичных соотношений (для протона) лишь с той разницей, что теперь Z -заряды верхних и нижних элементов различны:

$$g_{pL} = 2g_{uL} + g_{dL}; \quad g_{p3} = g_{uL} + 2g_{dL}; \quad (11.4.8)$$

$$g_{pR} = 2g_{uR} + g_{dR}; \quad g_{n0} = g_{uR} + 2g_{dR} = 0. \quad (11.4.9)$$

Используя выражения для Z -зарядов элементов (11.3.15), из этих соотношений находим Z -заряды всех компонент кварков:

$$g_{uL} = B_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta \right); \quad g_{dL} = B_0 \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta \right); \quad (11.4.10)$$

$$g_{uR} = B_0 \left(-\frac{2}{3} \sin^2 \theta \right); \quad g_{dR} = B_0 \left(\frac{1}{3} \sin^2 \theta \right). \quad (11.4.11)$$

Легко видеть, что получившиеся решения удовлетворяют принятым в калибровочном подходе формулам (11.3.7) при найденных в (11.4.5) значениях электрических зарядов кварков, если им приписать следующие значения проекций изотопического спина:

$$T_{3(uL)} = +\frac{1}{2}; \quad T_{3(dL)} = -\frac{1}{2}; \quad T_{3(uR)} = T_{3(dR)} = 0. \quad (11.4.12)$$

Это доказывает выполнимость общепринятых соотношений между зарядами левых и правых компонент частиц в калибровочной модели.

7. Для нейтрона имеем аналогичный блок соотношений для Z -зарядов кварков:

$$g_{nL} = g_{uL} + 2g_{dL} = -\frac{1}{2}B_0; \quad g_{n3} = 2g_{uL} + g_{dL} = B_0 \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta \right); \quad (11.4.13)$$

$$g_{nR} = g_{uR} + 2g_{dR} = 0. \quad (11.4.14)$$

Для согласования этих соотношений с (11.4.9) опять следует добавить фиктивную компоненту нейтрона.

Исходя из изложенного, делаем вывод, что две компоненты нейтрона n_L и n_R можно изобразить на рис. 11.2 на одной и той же вертикальной Z -оси в проекциях на нее двух элементов протона, а третья компонента n_3 совпадает с компонентой p_L . Для построения ромба, соответствующего нейтрону, не хватает четвертого эффективного элемента, в качестве которого в написанных выше формулах использовался элемент протона p_R .

11.5. Соотношения зарядов кварков

Введенные выше заряды электрослабых взаимодействий кварков можно найти иным способом, используя алгебраические условия сим-

метрии, аналогичные тем, что были указаны для трех элементов в сильных и электрослабых взаимодействиях.

11.5.1. Алгебраические симметрии каналов для кварков

1. Собирая вместе формулы разных каналов предыдущего раздела, построим 4×4 -таблицу для взаимодействия 4 компонент кварков (первого поколения):

	u_{2L}	u_{2R}	d_{2L}	d_{2R}	
u_{1L}	$A_u^2 + g_{uL}^2$	$A_u^2 + g_{uL}g_{uR}$	$A_u A_d + g_{uL}g_{dL} + W^2$	$A_u A_d + g_{uL}g_{dR}$	
u_{1R}	$A_u^2 + g_{uR}g_{uL}$	$A_u^2 + g_{uR}^2$	$A_u A_d + g_{uR}g_{dL}$	$A_u A_d + g_{uR}g_{dR}$	
d_{1L}	$A_d A_u + g_{dL}g_{uL} + W^2$	$A_d A_u + g_{dL}g_{uR}$	$A_d^2 + g_{dL}^2$	$A_d^2 + g_{dL}g_{dR}$	
d_{1R}	$A_d A_u + g_{dR}g_{uL}$	$A_d A_u + g_{dR}g_{uR}$	$A_d^2 + g_{dR}g_{dL}$	$A_d^2 + g_{dR}^2$	

	u_{2L}	u_{2R}	d_{2L}	d_{2R}	
u_{1L}	B_1^2	Y_1	B_1^2	Y_2	
u_{1R}	Y_1	B_2^2	Y_1	Y_3	
d_{1L}	B_1^2	Y_1	B_1^2	Y_2	
d_{1R}	Y_2	Y_3	Y_2	B_4^2	

(11.5.1)

Отличия от ранее записанных симметрий состоят в том, что теперь мы имеем дело с четырьмя компонентами кварков. Здесь суммарная симметрия левых компонент кварков, соответствующая симметриям кварков в сильных взаимодействиях, отражена величиной B_1^2 в соответствующих четырех ячейках. Кроме того, из симметрии левых компонент кварков следуют равенства значений на пересечениях строк и столбцов, соответствующих, с одной стороны, компонентам u_L и d_L и, с другой стороны, компонентам u_R - и d_R -кварков, которые обозначены пока неизвестными величинами соответственно Y_1 и Y_2 . Диагональные элементы компонент кварков u_R и d_R соответственно обозначены величинами: B_2^2 , B_4^2 . Оставшиеся две ячейки обозначены величиной Y_3 .

2. Отметим, что четыре компоненты кварков можно охарактеризовать четырьмя зарядами:

$$\bar{q}_{uL} = \{A_u, g_{uL}, iW/\sqrt{2}, W/\sqrt{2}\}; \quad (11.5.2)$$

$$\bar{q}_{uR} = \{A_u, g_{uR}, 0, 0\}; \quad (11.5.3)$$

$$\bar{q}_{dL} = \{A_d, g_{dL}, -iW/\sqrt{2}, W/\sqrt{2}\}; \quad (11.5.4)$$

$$\bar{q}_{dR} = \{A_d, g_{dR}, 0, 0\}, \quad (11.5.5)$$

тогда десять независимых соотношений таблицы (11.5.1) можно сопоставить с десятью возможными скалярными произведениями этих векторов:

$$(\vec{q}_{uL})^2 = A_u^2 + g_{uL}^2 = B_1^2; \quad (11.5.6)$$

$$(\vec{q}_{dL})^2 = A_d^2 + g_{dL}^2 = B_1^2; \quad (11.5.7)$$

$$(\vec{q}_{uL}\vec{q}_{dL}) = A_u A_d + g_{uL} g_{dL} + W^2 = B_1^2; \quad (11.5.8)$$

$$(\vec{q}_{uL}\vec{q}_{uR}) = A_u^2 + g_{uL} g_{uR} = Y_1; \quad (11.5.9)$$

$$(\vec{q}_{dL}\vec{q}_{uR}) = A_u A_d + g_{uR} g_{dL} = Y_1; \quad (11.5.10)$$

$$(\vec{q}_{uL}\vec{q}_{dR}) = A_u A_d + g_{uL} g_{dR} = Y_2; \quad (11.5.11)$$

$$(\vec{q}_{dL}\vec{q}_{dR}) = A_d^2 + g_{dL} g_{dR} = Y_2; \quad (11.5.12)$$

$$(\vec{q}_{uR})^2 = A_u^2 + g_{uR}^2 = B_2^2; \quad (11.5.13)$$

$$(\vec{q}_{dR})^2 = A_d^2 + g_{dR}^2 = B_4^2; \quad (11.5.14)$$

$$(\vec{q}_{uR}\vec{q}_{dR}) = A_u A_d + g_{uR} g_{dR} = Y_3. \quad (11.5.15)$$

3. Выписанные 10 соотношений будем рассматривать как 10 уравнений на 10 неизвестных величин: g_{uL} , g_{uR} , g_{dL} , g_{dR} , A_u , A_d , W^2 , Y_1 , Y_2 и Y_3 . Заданными будем считать три диагональные величины: B_1^2 , B_2^2 и B_4^2 .

Вычитая из уравнения (11.5.11) уравнение (11.5.12), имеем

$$g_{dR}(g_{uL} - g_{dL}) = A_d(A_d - A_u). \quad (11.5.16)$$

Аналогично вычтем из (11.5.9) уравнение (11.5.10):

$$g_{uR}(g_{uL} - g_{dL}) = A_u(A_d - A_u). \quad (11.5.17)$$

Деля одно выражение на другое, получаем соотношение

$$\frac{g_{uR}}{g_{dR}} = \frac{A_u}{A_d}, \quad (11.5.18)$$

согласующееся с (11.4.5) и (11.4.11).

Четырех уравнений для квадратов векторов (11.5.6), (11.5.7), (11.5.13), (11.5.14) и соотношений (11.5.8) и (11.5.15) достаточно для нахождения 6 неизвестных величин g_{sr} , A_u и A_d через три независимые константы B_1^2 , B_2^2 и B_3^2 .

4. Воспользуемся полученным значением отношения зарядов

$$\frac{A_u}{A_d} = -2 \rightarrow g_{uR} = -2g_{dR}. \quad (11.5.19)$$

Отсюда и из уравнений (11.5.13) и (11.5.14) находим условие на константы:

$$B_4^2 = \frac{1}{4} B_2^2. \quad (11.5.20)$$

Выражая из квадратов векторов неизвестные g_{uL} , g_{uR} , g_{dL} и g_{dR} через константы B_s^2 , A_u и подставляя их в соотношение (11.5.17), получаем уравнение для одной неизвестной A_u^2 . Решая его, находим

$$A_u^2 = \frac{B_4^2(4B_1^2 - B_4^2)}{B_1^2 + 2B_4^2}; \quad A_d^2 = \frac{B_4^2(4B_1^2 - B_4^2)}{4(B_1^2 + 2B_4^2)}. \quad (11.5.21)$$

5. Используя (11.5.21), из выражений для квадратов векторов, находим неизвестные коэффициенты g_{sr} :

$$g_{uL}^2 = \frac{(B_1^2 - B_4^2)^2}{B_1^2 + 2B_4^2}; \quad g_{uR}^2 = \frac{9B_4^4}{B_1^2 + 2B_4^2}; \quad (11.5.22)$$

$$g_{dL}^2 = \frac{(2B_1^2 + B_4^2)^2}{4(B_1^2 + 2B_4^2)}; \quad g_{dR}^2 = \frac{9B_4^4}{4(B_1^2 + 2B_4^2)}. \quad (11.5.23)$$

Для оставшихся неизвестных величин имеем значения:

$$Y_1 = B_4^2; \quad Y_2 = -\frac{1}{2}B_4^2; \quad Y_3 = -2B_4^2; \quad W^2 = \frac{1}{2}(4B_1^2 - B_4^2). \quad (11.5.24)$$

11.5.2. Анализ зарядов кварков

1. Легко убедиться, что найденные из условий симметрии каналов заряды кварков представимы в стандартном виде (11.3.7). В частности, заряд g_{uL} можно переписать в форме:

$$g_{uL} = \pm \frac{B_1^2 - B_4^2}{\sqrt{B_1^2 + 2B_4^2}} = \pm 2\sqrt{B_1^2 + 2B_4^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{3B_4^2}{2(B_1^2 + 2B_4^2)} \right) \equiv \pm B_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta \right), \quad (11.5.25)$$

откуда находятся выражения для принятых в калибровочной теории величин через введенные выше константы:

$$\frac{2}{3} \sin^2 \theta = \frac{3B_4^2}{2(B_1^2 + 2B_4^2)}, \quad B_0 = 2\sqrt{B_1^2 + 2B_4^2} = \frac{3B_4}{\sin \theta}. \quad (11.5.26)$$

Оставшиеся Z -заряды кварков принимают вид

$$g_{uR} = \mp \frac{3B_4^2}{\sqrt{B_1^2 + 2B_4^2}} = \pm B_0 \left(-\frac{2}{3} \sin^2 \theta \right); \quad (11.5.27)$$

$$g_{dL} = \mp \frac{2B_1^2 + B_4^2}{2\sqrt{B_1^2 + 2B_4^2}} = \pm B_0 \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta \right); \quad (11.5.28)$$

$$g_{dR} = \pm \frac{3B_4^2}{2\sqrt{B_1^2 + 2B_4^2}} = \pm B_0 \left(\frac{1}{3} \sin^2 \theta \right), \quad (11.5.29)$$

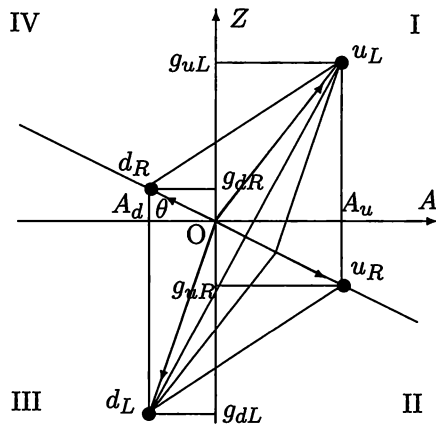


Рис. 11.4. Положения двух пар калибровочных кварков на плоскости электрических (A) и Z -зарядов (g_{aC}) (Z)

соответствующий общепринятым выражениям для кварков. Верхние знаки соотнесем кваркам, а нижние — антикваркам.

2. Проиллюстрируем полученные выражения для зарядов кварков с помощью графика на рис. 11.4. На нем, как и на аналогичном графике 10.2 (для случая сильных взаимодействий) или на рис. 11.2 (для электрослабых взаимодействий барионов), вдоль горизонтальной оси отложены значения зарядов A -канала (электрические заряды (A)), а вдоль вертикальной оси — значения зарядов Z -канала (B -канала), т. е. заряды слабых Z -взаимодействий.

Легко показать, что сумма векторов для левых кварков совпадает с суммой векторов для правых кварков:

$$\vec{u}_L + \vec{d}_L = \vec{u}_R + \vec{d}_R \tag{11.5.30}$$

и лежит во втором квадранте на линии, проведенной из начала координат под углом Вайнберга к горизонтальной (зарядовой) линии, которую по-прежнему будем называть *линией Вайнберга*.

Если соединить на рис. 11.4 положения всех четырех компонент кварков, то получится ромб, большая диагональ которого составляет угол Вайнберга с вертикальной осью. Малая диагональ ромба лежит на линии Вайнберга. Линия пересечения двух диагоналей ромба сдвинута вдоль линии Вайнберга влево и вверх.

3. Из полученных выше формул находятся условия связи нейтральных и заряженного каналов электрослабых взаимодействий кварков:

$$(A_u - A_d)^2 + (g_{uL} - g_{dL})^2 = W^2. \tag{11.5.31}$$

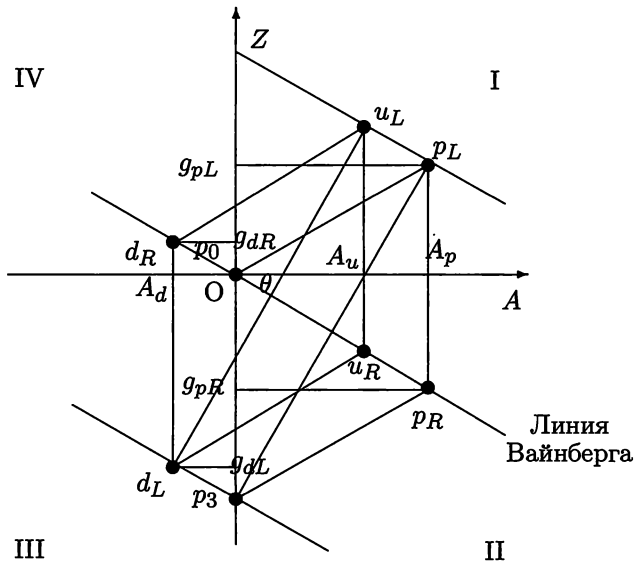


Рис. 11.5. Соотношение калибровочного кваркового и барионного ромбов

Из рис. 11.4 видно, что значение W -заряда соответствует длине большой диагонали кваркового ромба, а характеристики двух каналов нейтральных взаимодействий — двум катетам прямоугольного треугольника с гипотенузой W .

4. Сравним константы и графики для барионов и для кварков. Из сравнения соответствующих формул находим

$$A_u^2 = \frac{4}{9} A_p^2 \rightarrow \frac{b_4^2(4B_1^2 - B_4^2)}{B_1^2 + 2B_4^2} = \frac{a^2(4b^2 - a^2)}{9b^2}; \quad (11.5.32)$$

$$W^2 = \frac{1}{2}(4B_1^2 - B_4^2) = \frac{1}{2}(4b^2 - a^2). \quad (11.5.33)$$

Из этих выражений находим соотношения констант:

$$b = \sqrt{B_1^2 + 2B_4^2}; \quad a = 3B_4; \rightarrow B_1^2 = b^2 - \frac{2}{9}a^2, \quad (11.5.34)$$

а также аналогичные выражения через две константы электрослабых взаимодействий g_1 и g_2 :

$$B_1^2 = \frac{1}{36}(9g_2^2 + g_1^2); \quad B_4 = \frac{g_1}{3}. \quad (11.5.35)$$

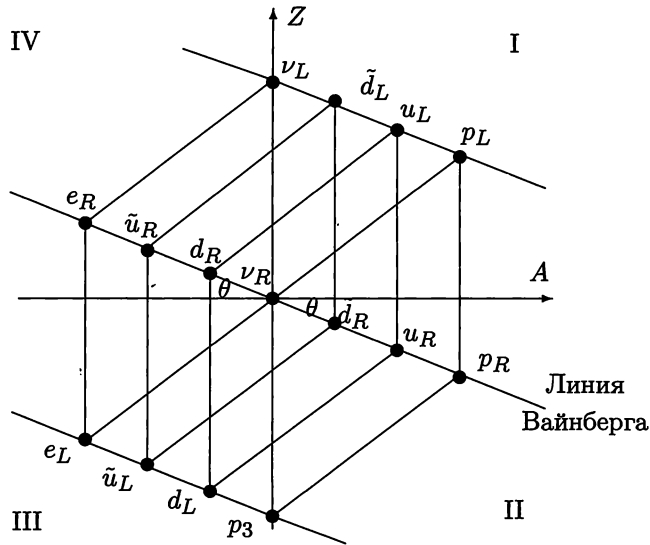


Рис. 11.6. Графическая классификация компонент лептонов, протонов, кварков и антикварков на плоскости электрического и Z -зарядов

5. Из соотношения констант электрослабых взаимодействий барионов и кварков легко убедиться, что ромбы, изображенные на рис. 11.2 и 11.4, имеют одинаковые стороны, диагонали и наклонены к координатным осям под одним и тем же углом Вайнберга. Изобразим оба ромба на одном и том же графике рис. 11.5. Из него видно, что барионный ромб получается из кваркового сдвигом последнего вдоль линии Вайнберга вправо вниз.

6. Сравнивая заряды электрослабых взаимодействий лептонов, протонов и кварков, легко убедиться, что ромбы, изображенные на рис. 11.1, 11.2 и 11.4, имеют одинаковые стороны, диагонали и наклонены к координатным осям под одним и тем же углом Вайнберга. Изобразим четыре ромба на одном и том же графике рис. 11.6. Из графика видно, что все 16 компонент частиц (учитывая фиктивные правые компоненты нейтрино и нейтрона) располагаются на трех параллельных прямых: на линии Вайнберга и на двух симметрично расположенных с ней параллельных линиях, отстоящих от линии Вайнберга на расстояние $\sqrt{b^2 - a^2/4} = (1/2)\sqrt{4B_1^2 - B_4^2}$. Последняя величина, умноженная на $\sqrt{2}$, определяет константу слабого взаимодействия через W -бозоны. Все правые компоненты частиц располагаются на линии Вайнберга, тогда как левые компоненты — на соседних линиях.

7. Наконец заметим, что найденные решения позволяют выразить характерные инварианты (из коэффициентов) электрослабых взаимо-

действий через константы a и b . Используя (11.2.19)–(11.2.21) и (11.2.22), находим

$$D_{AZ} = \pm \frac{(b^2 - a^2)}{2b\sigma}; \quad D_{ZZ} = \pm \frac{b}{2\sigma}; \quad D_{AA} = \pm \frac{z\sqrt{4b^2 - a^2}}{2b\sigma}, \quad (11.5.36)$$

где $\sigma = 2(c_5 - c'_5)D_{(w)}$. Из (11.2.27) находим оставшийся инвариант, характеризующий U -состояния:

$$D_U = \pm \frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{4\sqrt{2}c_5 D_{(w)}}. \quad (11.5.37)$$

11.6. Выводы из реляционной теории электрослабых взаимодействий

Сделаем ряд выводов из материала, изложенного в этой главе.

1. Основной вывод состоит в том, что в рамках БСКО ранга $(6,6)$ описываются ключевые закономерности электрослабых взаимодействий лептонов, впервые найденные в рамках калибровочной модели Вайнберга—Салама—Глэшоу.

2. Электрослабые взаимодействия элементарных частиц следует понимать как иной, по сравнению с сильными взаимодействиями, способ усечения общей теории на базе БСКО ранга $(6,6)$, когда симметрия между всеми тремя элементами усекается до симметрии между парой элементов.

3. Барions, массивные лептоны и нейтрино описываются эквивалентным образом через 3×5 -матрицы. Взаимодействия этих частиц между собой описываются однотипно из универсальных выражений, следующих из базового 6×6 -отношения. Отличия этих частиц обусловлены лишь числом нулевых 2-столбцов из внешних параметров. Таким образом, можно утверждать, что лептоны, как и барions, имеют трех-элементную структуру.

4. В электромагнитных взаимодействиях барions (и массивных лептонов) участвует лишь пара элементов, что позволяет использовать для их описания упрощенную модель на базе БСКО ранга $(4,4)$. Можно утверждать, что в стандартной (калибровочной) теории эти два элемента соответствуют левой и правой компонентам частиц. Третий элемент проявляется лишь в Z - и W -взаимодействиях.

Легко убедиться, что описанные в этой главе электромагнитные и слабые Z -взаимодействия лептонов одного поколения соответствуют упрощенной модели бинарного многомерия на базе БСКО ранга $(4,4)$, изложенной в гл. 7.

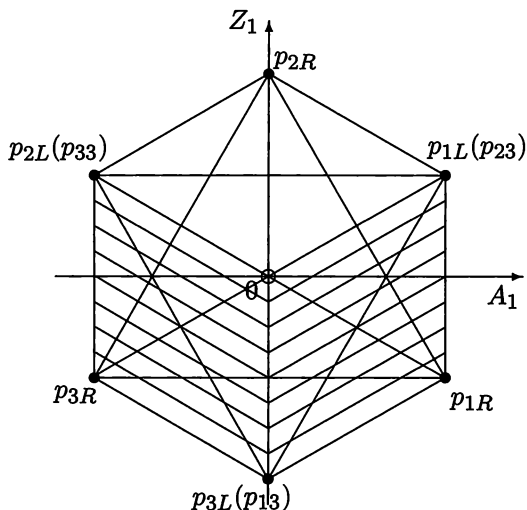


Рис. 11.7. Соотношение трех поколений первичных кварков

5. *Электронное нейтрино в реляционном подходе описывается не левой компонентой, как это принято считать в калибровочной теории, а дополнительной третьей компонентой.*

6. На основе проведенного анализа в реляционной теории найдены простые алгебраические симметрии электрослабых взаимодействий, заменяющие групповые $SU(2) \times U(2)$ -симметрии общепринятой модели Вайнберга—Салама—Глэшоу. В итоге открывается более простой взгляд на электрослабые взаимодействия.

7. *Используемые в калибровочной модели электрослабых взаимодействий верхние и нижние кварки существенно отличаются от элементов бинарной геометрофизики.* От них можно перейти к кваркам путем пересчета зарядов нейтральных каналов взаимодействий. В итоге получаются все известные в модели Вайнберга—Салама—Глэшоу соотношения между зарядами двух пар кварков.

8. Как уже отмечалось, *электрослабые взаимодействия частиц трех поколений представляют собой три копии друг друга.* Рассмотрим их соотношение на одном и том же графике. Вследствие симметрии трех поколений, графики зарядов частиц второго и третьего поколений можно получить, например, из рис. 11.2, развернув его на 120 градусов в одну и в другую стороны вокруг начала координат. В итоге получается график, изображенный на рис. 11.7. На этом рисунке возникают три линии Вайнберга, также повернутые друг относительно друга на 120 градусов.

Данный рисунок можно воспринимать как проекции трех взаимно перпендикулярных граней барионного куба 10.2 на плоскость, перпендикулярную линии, соединяющей две противоположные вершины куба, которые соответствуют $U_{(\pm)}$ -состояниям протона. Оставшиеся шесть вершин куба изображают три левых элемента трех поколений, обозначаемые символами p_{iL} ($i = 1, 2, 3$), и три правых элемента, обозначаемые аналогичными символами p_{iR} . В скобках обозначены третьи элементы трех поколений.

9. *Метод построения единой теории взаимодействий в бинарной геометрофизике соответствует способу объединения сильных и электрослабых взаимодействий в унарной геометрофизике*, т. е. в многомерных геометрических моделях физических взаимодействий типа теорий Калуцы и Клейна [28], где все виды фундаментальных взаимодействий описываются в рамках единого 8-мерного искривленного пространственно-временного многообразия. Напомним, в ней гравитационно-сильные взаимодействия описываются именно 8-мерной теорией, а переход к гравитационно-электрослабым взаимодействиям осуществляется посредством своеобразной склейки пар из трех дополнительных (скрытых) размерностей калуцевского типа. Три способа перехода от 8-мерия к 7-мерию склейкой двух размерностей из трех в унарной геометрофизике интерпретируется как наличие трех поколений элементарных частиц. Нечто аналогичное осуществляется и в бинарной геометрофизике.

10. Обменный характер (по внутренним параметрам) взаимодействий в реляционной теории позволяет высказать гипотезу, что возможно создание достаточно значительных концентраций частиц в одном из U - или V -состояний, где они, согласно изложенному выше, не взаимодействуют друг с другом. Приведение их в контакт с частицами в иных состояниях должно привести к интенсивным взаимодействиям, что может иметь практическое применение.

Массы элементарных частиц



В предыдущих главах рассматривался не весь комплекс слагаемых, составляющих базовое 6×6 -отношение БСКО ранга $(6,6)$. Обсуждались лишь слагаемые средней подматрицы $M(2,2)$, характеризующие сильные и электрослабые взаимодействия пар частиц «через промежуточные векторные бозоны». Данная глава посвящена оставшимся блокам базового 6×6 -отношения, и главное внимание в ней уделяется массовым блокам в электрослабых взаимодействиях. Здесь показано, что для получения масс частиц, как и для описания «свободных» вкладов в преобразе действия выделенных частиц, необходимо учитывать частицы всего окружающего мира, что принято трактовать как проявление принципа Маха.

Данная книга, как уже отмечалось, нацелена на изложение принципиальных моментов реляционного подхода к физике, на доказательство того, что реляционный подход представляет собой достаточно обоснованную альтернативу ныне доминирующему теоретико-полевому подходу (теории поля). В рамках реляционного подхода открываются богатые возможности решения ряда фундаментальных проблем современной теоретической физики, в том числе и проблемы нахождения спектра масс элементарных частиц. В этой главе, в частности, показывается, как в рамках реляционного подхода можно подойти к решению данной проблемы.

12.1. Индивидуальные, массовые и «лишние» блоки базового 6×6 -отношения

1. Рассмотрим оставшиеся блоки (кроме центрального) базового 6×6 -отношения (10.1.10).

Четыре угловых 3×3 -блока базового 6×6 -отношения характеризуются тем, что в них пары внешних параметров элементов отдельно из множеств \mathcal{M} или \mathcal{N} принадлежат одной и той же частице. Выпишем

в виде таблицы, аналогичной (10.2.1), комбинации из внешних (с индексами 1 и 2) параметров для четырех угловых блоков:

$\begin{bmatrix} 1_1 & 2_1 \\ 1_1 & 2_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1_1 & 2_1 \\ 1_1 & 3_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1_1 & 2_1 \\ 2_1 & 3_1 \end{bmatrix}$.	.	.	$\begin{bmatrix} 1_1 & 2_1 \\ 1_2 & 2_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1_1 & 2_1 \\ 1_2 & 3_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1_1 & 2_1 \\ 2_2 & 3_2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1_1 & 3_1 \\ 1_1 & 2_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1_1 & 3_1 \\ 1_1 & 3_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1_1 & 3_1 \\ 2_1 & 3_1 \end{bmatrix}$.	.	.	$\begin{bmatrix} 1_1 & 3_1 \\ 1_2 & 2_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1_1 & 3_1 \\ 1_2 & 3_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1_1 & 3_1 \\ 2_2 & 3_2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2_1 & 3_1 \\ 1_1 & 2_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2_1 & 3_1 \\ 1_1 & 3_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2_1 & 3_1 \\ 2_1 & 3_1 \end{bmatrix}$.	.	.	$\begin{bmatrix} 2_1 & 3_1 \\ 1_2 & 2_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2_1 & 3_1 \\ 1_2 & 3_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2_1 & 3_1 \\ 2_2 & 3_2 \end{bmatrix}$
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.	.	.						

12.1.1. Массовые блоки

1. Напомним, что для лептонов парные комбинации из внешних параметров одного вида записаны в гл. 7 (см. формулы (7.6.1) и (7.6.2)). Они представляются через скаляры. Для барионов можно ввести аналогичные обозначения. Например, для первой частицы, характеризующейся матрицей (10.1.6) и сопряженной ей матрицей из греческих букв, примем обозначения:

$$\begin{aligned}\alpha^1\beta^2 - \alpha^2\beta^1 &= -(\bar{q}_{1(1)}q_{1(2)}); & \beta^1\gamma^2 - \beta^2\gamma^1 &= -(\bar{q}_{1(2)}q_{1(3)}); \\ \gamma^1\alpha^2 - \gamma^2\alpha^1 &= -(\bar{q}_{1(3)}q_{1(1)}); & & (12.1.2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}i^1k^2 - i^2k^1 &= -(\bar{q}_{1(2)}q_{1(1)}); & k^1j^2 - k^2j^1 &= -(\bar{q}_{1(3)}q_{1(2)}); \\ j^1i^2 - j^2i^1 &= -(\bar{q}_{1(1)}q_{1(3)}). & & (12.1.3)\end{aligned}$$

Обратим внимание на то, что в этих выражениях для элементов множества \mathcal{N} индексы расположены по часовой стрелке, а для элементов из множества \mathcal{M} — против часовой стрелки.

Известно, что скалярные комбинации такого типа присутствуют в массовой части плотности лагранжиана спинорных частиц (входят умноженными на массу частицы). По этой причине две угловые 3×3 -подматрицы $M[(2)(2)]$ названы *массовыми блоками* базового 6×6 -отношения. Они обобщают простейшие блоки из одного слагаемого, получавшиеся в упрощенной модели на основе БСКО ранга (4,4).

2. Следует напомнить, что слагаемые из среднего блока $M(2,2)$ базового 6×6 -отношения в предыдущей главе интерпретировались как матричные элементы прообраза S -матрицы процесса взаимодействия двух частиц. В квантовой теории поля такие слагаемые можно вводить, исходя из классического действия для взаимодействующих полей. Как известно, оно содержит как члены, характеризующие взаимодействия, так и свободную часть полей и массовые слагаемые. Аналогичную интерпретацию имеют и слагаемые, получаемые из базового 6×6 -отношения. Однако теперь массовые слагаемые базового отношения правильнее соотносить не с прообразом S -матрицы, а с *прообразом массовой части действия (лагранжиана) частиц*.

3. Массовые подматрицы $M[(2)(2)]$ из (12.1.2) в общем случае дают отличные от нуля вклады в прообраз действия двух взаимодействующих частиц в нейтральных каналах (как электрослабых, так и сильных взаимодействий). Выпишем их. Нижний левый блок в прежних обозначениях

представляется в виде

$$\begin{aligned}
 M[(2)(2)]_d = & \\
 = & \left[\begin{array}{cc} 1_2 & 2_2 \\ 1_1 & 2_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 3_2 \\ 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_2 & 2_2 \\ 1_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 3_2 \\ 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 1_2 & 2_2 \\ 2_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 3_2 \\ 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 2_2 \\ 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 1_2 & 3_2 \\ 1_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 2_2 \\ 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_2 & 3_2 \\ 2_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 2_2 \\ 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 1_2 \\ 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 1_2 \\ 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 & + \left[\begin{array}{cc} 2_2 & 3_2 \\ 2_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 2_1 & 3_1 & 1_2 \\ 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right). \quad (12.1.4)
 \end{aligned}$$

Верхний правый блок записывается аналогично:

$$\begin{aligned}
 M[(2)(2)]^u = & \\
 = & \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 2_1 \\ 1_2 & 2_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 2_1 \\ 1_2 & 3_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 2_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 2_1 \\ 2_2 & 3_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 1_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 3_1 \\ 1_2 & 2_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 3_1 \\ 1_2 & 3_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 2_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 3_1 \\ 2_2 & 3_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 1_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 2_1 & 3_1 \\ 1_2 & 2_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 2_1 & 3_1 \\ 1_2 & 3_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 2_2 \end{array} \right) + \\
 & + \left[\begin{array}{cc} 2_1 & 3_1 \\ 2_2 & 3_2 \end{array} \right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ 1_1 & 2_1 & 3_1 & 1_2 \end{array} \right). \quad (12.1.5)
 \end{aligned}$$

4. Легко показать, что если первая частица сначала находилась в U -состоянии, а вторая — в V -состоянии, а в конце процесса наоборот, то левый нижний массовый блок дает нулевой вклад в прообраз действия. Это обусловлено тем, что в соответствующих определителях из дополнительных параметров элементов окажется несколько коллинеарных столбцов из V -состояния второй частицы. Если же, наоборот, первая частица сначала находилась в V -состоянии и в результате обмена перешла в U -состояние, то правый верхний массовый блок даст нулевой вклад в прообраз действия. По этой причине достаточно рассмотреть лишь один из массовых блоков. Ограничимся верхним правым блоком $M[(2)(2)]^u$.

12.1.2. Индивидуальные блоки

Индивидуальными блоками, как и в гл. 7, названы два угловых блока в (12.1.1) на главной диагонали, т. е. левый верхний блок $M(4, 0)$ и правый нижний блок $M(0, 4)$, характеризующиеся внешними параметрами лишь одной из частиц.

Напомним, что содержащиеся в этом блоке диагональные слагаемые *из внешних параметров* (с индексами 1 и 2), согласно формулам (7.2.8) и (7.6.1), могут быть представлены как в виде произведения двух скаляров, так и в виде суммы квадратов компонент 4-мерного вектора.

Распишем полностью слагаемые *из внутренних параметров* левого верхнего блока $M(4, 0)$, перейдя от буквенных к числовым обозначениям:

$$\begin{aligned}
 M(4, 0) = & \\
 = & \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 2_1 \\ 1_1 & 2_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 2_1 \\ 1_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 2_1 \\ 2_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 3_1 \\ 1_1 & 2_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 3_1 \\ 1_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 1_1 & 3_1 \\ 2_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 + & \left[\begin{array}{cc} 2_1 & 3_1 \\ 1_1 & 2_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) - \left[\begin{array}{cc} 2_1 & 3_1 \\ 1_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right) + \\
 & + \left[\begin{array}{cc} 2_1 & 3_1 \\ 2_1 & 3_1 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c|ccc} 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \end{array} \right). \quad (12.1.6)
 \end{aligned}$$

Здесь значки снизу обозначают, какой частице соответствует данный параметр. Горизонтальные и вертикальные линии разделяют параметры первой и второй частиц.

Аналогично расписывается подматрица $M(0, 4)$. В ней меняются местами параметры первой и второй частиц.

Поскольку при обменном взаимодействии вторая частица в начале или в конце процесса обязательно окажется в V -состоянии, то коэффициенты из внутренних параметров во всех слагаемых из (12.1.6) обязательно обратятся в нуль. Это следует из того, что в нейтральных каналах в определителях, обозначаемых круглыми скобками, окажется несколько коллинеарных столбцов. Следовательно, на самом элементарном уровне (без суммирований по окружающему миру) в *нейтральных каналах* два блока $M(4, 0)$ и $M(0, 4)$ на главной диагонали дают нулевые вклады как в *сильных*, так и в *электрослабых взаимодействиях*.

12.1.3. «Лишние» слагаемые

Оставшиеся четыре 3×9 -блока $M(3,1)$ и $M(1,3)$

$$\left(\begin{array}{c|c|c} \dots & +M(3,1)+ & \dots \\ \hline +M(3,1)+ & \dots & +M(1,3)+ \\ \hline \dots & +M(1,3) & \dots \end{array} \right) \quad (12.1.7)$$

базового 6×6 -отношения, представленного в матричном виде (10.2.4), как и в случае теории на базе БСКО ранга (4,4), будем называть «лишними». На самом элементарном уровне часть из этих слагаемых тождественно обращается в нуль по тем же причинам, что и в индивидуальных блоках, а другая часть дает отличные от нуля вклады, но малые по сравнению со слагаемыми среднего блока $M(2,2)$.

Более того, при переходе к общепринятой теории слагаемые «лишних» блоков исчезают вследствие специфических свойств БСКО ранга (2,2), выделяемой из БСКО ранга (3,3). Это можно объяснить тем, что в «лишних» блоках присутствует нечетное число (один или три) экспоненциальных множителей (параметров БСКО ранга (2,2)), выделяемых из внешних параметров каждой из взаимодействующих частиц. Это означает, что показатели экспонент таких слагаемых не являются малыми, в отличие от соответствующих слагаемых в массовых блоках или в центральном блоке, где отличия экспонент в парных комбинациях из левых и правых компонент или из параметров в соседних множествах (по вертикали) малы. Итоговые выражения из нечетных комбинаций экспоненциальных слагаемых можно считать «быстро осциллирующими», т. е. несущественными при усреднении по так или иначе вводимому классическому времени.

12.2. Массы лептонов в электрослабых взаимодействиях

Названные блоки имеют универсальный характер в том смысле, что они справедливы как для электрослабых, так и для сильных взаимодействий. Начнем со случая электрослабых взаимодействий лептонов.

12.2.1. Массовый блок для лептонов

Массовые блоки для лептонов существенно упрощаются, по сравнению с барионными, из-за меньшего числа отличных от нуля 2-столбцов внешних параметров.

1. Для двух взаимодействующих массивных лептонов, когда первый лептон находился в $U^{(w)}$ -состоянии, а второй в $V^{(w)}$ -состоянии, достаточно ограничиться верхним правым массовым блоком, в котором отлично от нуля только одно первое слагаемое в (12.1.5). Для нейтральных каналов имеем массовый вклад:

$$\left(\begin{array}{c|cc|c} 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 1_1 & 2_1 & 3_1 & 3_2 \end{array} \right) = \left| \begin{array}{cccc} \vec{b}_{(1)} & \vec{b}_{(2)} & \vec{b}_{(3)} & \vec{b}'_3 \\ c_5 & c_5 & c_5 & c'_5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{cccc} \vec{b}'_3 & \vec{b}_{(1)} & \vec{b}_{(2)} & \vec{b}_{(3)} \\ c'_5 & c_5 & c_5 & c_5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right| =$$

$$= -(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 [(C_1 K_2 - K_1 C_2) + (C_2 K_3 - K_2 C_3) + (C_3 K_1 - K_3 C_1)]^2. \quad (12.2.1)$$

Обратим внимание на то, что в этом выражении отсутствуют коэффициенты C'_s и K'_s , характеризующие 2-мерные векторы $V^{(w)}$ -состояния. Внутренние параметры $V^{(w)}$ -состояния присутствуют только в виде параметра c'_5 .

2. Сумму из трех определителей из коэффициентов для $U^{(w)}$ -состояния можно записать проще, перейдя к двум парам независимых коэффициентов, введенных в (11.1.11) и (11.1.13),

$$(C_1 K_2 - K_1 C_2) + (C_2 K_3 - K_2 C_3) + (C_3 K_1 - K_3 C_1) = 2(A_1 Z_2 - A_2 Z_1) = 2D_U. \quad (12.2.2)$$

Справа оказался определитель, характеризующий $U^{(w)}$ -состояние взаимодействующих лептонов. В итоге находим следующий вклад в массовую часть прообраза действия взаимодействия лептонов через нейтральные каналы (в терминах калибровочной теории, — «через промежуточные фотоны и Z -бозоны»):

$$\tilde{S}_m^{A,Z}(e_1, e_2) = -4(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 D_U^2 (\bar{q}_{1(1)} q_{1(2)}) (\bar{q}_{2(2)} q_{2(1)}). \quad (12.2.3)$$

3. Легко видеть, что массовые вклады от нейтральных каналов для двух взаимодействующих нейтрино обращаются в нуль. Дают нулевой вклад также массовые блоки для процессов взаимодействия массивного лептона и нейтрино.

12.2.2. Соотношение с моделью на базе БСКО ранга (4,4)

Поскольку в гл. 7 уже обсуждался вопрос о природе массовых слагаемых в упрощенной модели электрослабых взаимодействий на базе БСКО ранга (4,4), то необходимо сопоставить эти две теории друг с другом и на этой основе уточнить представления о массах лептонов (пока одного первого поколения). Отдельно рассмотрим каналы электромагнитных и Z -взаимодействий массивных лептонов.

I. Электромагнитные взаимодействия

1. Прежде всего, следует сопоставить друг с другом определения электрических зарядов в двух теориях:

$$e \equiv \tilde{A} = \tilde{A}_1 - \tilde{A}_2 \longleftrightarrow (c_5 - c'_5)D_w D_{AA}, \quad (12.2.4)$$

где ключевой характер имеют сопоставляемые константы:

$$\left(\begin{array}{l} \tilde{A}_1 \simeq c_L \simeq c_R; \\ \tilde{A}_2 = c'_L = c'_R. \end{array} \right) \longleftrightarrow D_{AA} = \left| \begin{array}{cc} A_1 & A'_1 \\ A_2 & A'_2 \end{array} \right|. \quad (12.2.5)$$

Здесь значком тильда помечены константы из модели на базе БСКО ранга (4,4), а штрихом — внутренние параметры частиц в V -состоянии БСКО ранга (6,6).

Из этих формул видно, что значения электрического заряда в обеих теориях определяются, согласно (12.2.5), различием внутренних параметров частиц в U - и V -состояниях.

2. Теперь сопоставим друг с другом определения массовых слагаемых в двух теориях:

$$\tilde{m} \sim c_m^2 \longleftrightarrow (c_5 - c'_5)^2 D_w^2 D_U^2, \quad (12.2.6)$$

где ключевой характер имеют сопоставляемые константы:

$$c_m = c_L - c_R \neq 0 \longleftrightarrow D_U = \left| \begin{array}{cc} A_1 & Z_1 \\ A_2 & Z_2 \end{array} \right| \neq 0. \quad (12.2.7)$$

Отсюда следует, что в обеих теориях значения масс определяются (с точностью до коэффициента) внутренними параметрами частиц в U -состоянии.

В гл. 7 отмечалось, что для согласования теории с наблюдаемыми свойствами электромагнитных взаимодействий следует положить, что c_m должно быть чрезвычайно малой величиной по сравнению с c_L , c_R и c'_L , определяющими электрический заряд. Для сохранения прежних рассуждений о природе масс в теории на базе БСКО ранга (6,6) также следует положить малость определителя D_U по сравнению с D_{AA} , т. е. имеем соответствие:

$$(c_m \ll c_L \sim c_R; \quad c_m \ll c'_L = c'_R) \longleftrightarrow D_U \ll D_{AA}. \quad (12.2.8)$$

3. Последнее соотношение в (12.2.8) можно проинтерпретировать через первичные коэффициенты C_s , C'_s , K_s , K'_s , введенные в (11.1.4)–(11.1.7) при определении внутренних параметров частиц в двух состояниях. Чтобы это сделать, напомним в двух теориях соответствующие

друг другу определения A -каналов:

$$c'_L - c'_R = 0 \longleftrightarrow \left(\begin{array}{l} Z'_1 = C'_L - C'_R = 0; \\ Z'_2 = K'_L - K'_R = 0. \end{array} \right), \quad (12.2.9)$$

где, в отличие от (11.1.7) и (11.1.18), индекс 1 заменен на L , а индекс 2 — на R . Кроме того, в теории на базе БСКО ранга (6,6) имеется условие (11.2.2) на отличные от нуля параметры A'_1 A'_2 . Учитывая определения D_U и D_{AA} , согласно (12.2.5) и (12.2.7), из (11.2.2) находим

$$D_U = \frac{1}{k_1} D_{AA}, \quad \text{где} \quad k_1 = \frac{A'_1}{Z_1} = \frac{A'_2}{Z_2}. \quad (12.2.10)$$

Это значит, что константа k_1 , характеризующая коллинеарность столбцов из параметров A'_s и Z_s , должна быть чрезвычайно большой по сравнению с единицей.

4. Наконец, отметим, что в общей теории на базе БСКО ранга (6,6) в U -состоянии первый и второй 3-столбцы из внутренних параметров близки, но не равны друг другу, тогда как в V -состоянии эти столбцы строго равны друг другу.

II. Слабые Z -взаимодействия

1. Как уже отмечалось, упрощенная модель на базе БСКО ранга (4.4) описывает, наряду с электромагнитным взаимодействием, также Z -взаимодействие. Выпишем соответствующие друг другу в двух теориях значения Z -зарядов:

$$g_{eL} \sim (\tilde{A}_1 - Z_R) \longleftrightarrow (c_5 - c'_5) D_w (-D_{ZZ} - D_{AZ}); \quad (12.2.11)$$

$$g_{eR} \sim (\tilde{A}_1 - Z_L) \longleftrightarrow (c_5 - c'_5) D_w (D_{ZZ} - D_{AZ}); \quad (12.2.12)$$

$$g_\nu \sim (\tilde{A}_1 - Z'_\nu) \longleftrightarrow (c_5 - c'_5) D_w 2D_{ZZ}, \quad (12.2.13)$$

где ключевые сопоставляемые величины представляются в виде:

$$\left(\begin{array}{l} Z_L = c'_L; \\ Z_R = c'_R \end{array} \right) \longleftrightarrow \left(D_{ZZ} = \begin{vmatrix} Z_1 & Z'_1 \\ Z_2 & Z'_2 \end{vmatrix}; \quad D_{AZ} = \begin{vmatrix} A_1 & Z'_1 \\ A_2 & Z'_2 \end{vmatrix} \right). \quad (12.2.14)$$

Отсюда видно, что в теории на базе БСКО ранга (4,4) Z -заряды определялись тремя константами, из которых одна (\tilde{A}_1) оставалась неопределенной, тогда как в теории на базе БСКО ранга (6,6) Z -заряды определяются двумя независимыми комбинациями из внутренних параметров D_{ZZ} и D_{AZ} .

2. Поскольку в значения масс (12.2.3) не входят внутренние параметры V -состояния с индексами 3 и 4, то приходим к выводу, что *парные массовые выражения для электромагнитного и Z -взаимодействий одинаковы.*

Следует напомнить, что в модели на базе БСКО ранга (4,4) возникла проблема с введением масс в канале Z -взаимодействий. Согласно формуле (7.6.4), массы определялись тем же слагаемым, что и Z -заряды. Это соответствует значениям планковских масс, т. е. в упрощенной модели при описании масс в Z -канале возникала проблема перенормировки планковских масс, типичная для унарных многомерных моделей физических взаимодействий типа теории Калуцы. В данной же объединенной теории на базе БСКО ранга (6,6) такой проблемы не возникает. Массовые вклады в Z -канале можно привести к наблюдаемым значениям для лептонов.

3. Поскольку D_U чрезвычайно малая величина, ее можно положить равной нулю при обсуждении зарядов Z -взаимодействий. Исходя из этого и определений двух детерминантов D_{ZZ} и D_{AZ} в (12.2.14), можно определить соотношение между этими детерминантами:

$$D_{ZZ} = \frac{1}{k_2} D_{AZ}, \quad \text{где} \quad k_2 = \frac{A_2}{Z_2} \simeq \frac{A_1}{Z_1}. \quad (12.2.15)$$

В этом случае, в отличие от (12.2.10), введенная константа не является чрезвычайно большой.

12.3. Массы барионов и кварков

Перейдем к обсуждению проблемы получения масс барионов (протонов) и кварков, уделив главное внимание массовым блокам частиц в нейтральных каналах электрослабых взаимодействиях.

12.3.1. Массы барионов в электрослабых взаимодействиях

1. Опять положим, что первый барион сначала находится в $U^{(w)}$ -состоянии, т. е. достаточно ограничиться рассмотрением верхнего правого блока (12.1.5). После несложных подсчетов убеждаемся, что *комбинации из внутренних параметров для всех 9 слагаемых массового блока называются одинаковыми.* Собирая их, получаем вклад в массовую часть

прообраза действия бариона, участвующего в электрослабых взаимодействиях:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_m^{A,Z}(B_1, B_2) = & -4(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 D_U^2 \times \\ & \times [(\bar{q}_{1(1)} q_{1(2)}) + (\bar{q}_{1(2)} q_{1(3)}) + (\bar{q}_{1(3)} q_{1(1)})] \times [(\bar{q}_{2(2)} q_{2(1)}) + (\bar{q}_{2(3)} q_{2(2)}) + (\bar{q}_{2(1)} q_{2(3)})]. \end{aligned} \quad (12.3.1)$$

Здесь использованы прежние обозначения. Характерно, что массовые вклады для электромагнитного и Z -канала оказываются одинаковыми.

2. Обратим внимание на тройные комбинации из *внешних параметров* в последних двух квадратных скобках. Они определяются тройками 2-компонентных столбцов $\vec{q}_{r(s)}$, где первый индекс (r) нумерует частицу, а второй (в круглых скобках) — номер столбца (2-компонентного спинора). Можно выбрать два произвольных линейно независимых 2-компонентных столбца (спинора) \vec{a}_1 и \vec{a}_2 и разложить векторы $\vec{q}_{r(s)}$ по этим спинорам, введя соответствующие коэффициенты, как в формулах (11.1.4):

$$\vec{q}_{1(1)} = C_{1(1)} \vec{a}_1 + K_{1(1)} \vec{a}_2; \quad \vec{q}_{1(2)} = C_{1(2)} \vec{a}_1 + K_{1(2)} \vec{a}_2; \quad \vec{q}_{1(3)} = C_{1(3)} \vec{a}_1 + K_{1(3)} \vec{a}_2; \quad (12.3.2)$$

$$\vec{q}_{2(1)} = C_{2(1)} \vec{a}_1 + K_{2(1)} \vec{a}_2; \quad \vec{q}_{2(2)} = C_{2(2)} \vec{a}_1 + K_{2(2)} \vec{a}_2; \quad \vec{q}_{2(3)} = C_{2(3)} \vec{a}_1 + K_{2(3)} \vec{a}_2. \quad (12.3.3)$$

Каждую из квадратных скобок в (12.3.1), используя (12.3.2) (или (12.3.3)), можно представить в виде

$$\begin{aligned} [(\bar{q}_{1(1)} q_{1(2)}) + (\bar{q}_{1(2)} q_{1(3)}) + (\bar{q}_{1(3)} q_{1(1)})] = & [(C_{1(1)} K_{1(2)} - K_{1(1)} C_{1(2)}) + \\ & + (C_{1(2)} K_{1(3)} - K_{1(2)} C_{1(3)}) + (C_{1(3)} K_{1(1)} - K_{1(3)} C_{1(1)})] D_q, \end{aligned} \quad (12.3.4)$$

где

$$D_q = [\vec{a}_1 \vec{a}_2] = a_{1(1)} a_{2(2)} - a_{2(1)} a_{1(2)}. \quad (12.3.5)$$

3. Опять вводя пары независимых коэффициентов аналогично формулам (11.1.14) и (11.1.16):

$$P_{1(1)} = -\frac{1}{2}(C_{1(1)} - C_{1(2)}); \quad P_{1(2)} = -\frac{1}{2}(K_{1(1)} - K_{1(2)}); \quad (12.3.6)$$

$$S_{1(1)} = \frac{1}{2}(C_{1(1)} + C_{1(2)} - 2C_{1(3)}); \quad S_{1(2)} = \frac{1}{2}(K_{1(1)} + K_{1(2)} - 2K_{1(3)}), \quad (12.3.7)$$

приходим к соотношению вида

$$\begin{aligned} (C_{1(1)} K_{1(2)} - K_{1(1)} C_{1(2)}) + (C_{1(2)} K_{1(3)} - K_{1(2)} C_{1(3)}) + (C_{1(3)} K_{1(1)} - K_{1(3)} C_{1(1)}) = \\ = S_{1(1)} P_{1(2)} - S_{1(2)} P_{1(1)} \equiv D_{1m}, \end{aligned} \quad (12.3.8)$$

которое позволяет переписать (12.3.1) в более компактном виде

$$\tilde{S}_m^{A,Z}(B_1, B_2) = -16(c_5 - c'_5)^2 D_{(w)}^2 D_U^2 \times D_q^2 D_{1m} D_{2m}. \quad (12.3.9)$$

Здесь, как и ранее, цифры без скобок нумеруют частицы.

4. Напомним, что электромагнитные взаимодействия барионов одного поколения определяются лишь левой и правой компонентами частиц. Третья компонента в этих взаимодействиях не задействована, однако она входит в массовые вклады электромагнитных взаимодействий. Отсюда можно сделать вывод, что различие масс электрона и протона обусловлено вкладом третьего внешнего 2-столбца (спинора) бариона.

В связи с этим напомним, что ранее использовалась нормировка на единицу именно инварианта, построенного из внешних параметров первого и второго столбцов (для левых и правых компонент), т. е. для первого слагаемого в (12.3.8). Однако пока не накладывалось никаких условий нормировки на других два инварианта в (12.3.8). Следовательно, выбирая должным образом нормировку этих инвариантов, которые в совокупности составляют инвариант D_m в массовом слагаемом базового 6×6 -отношения, можно обосновать численное соотношение масс электрона и протона.

12.3.2. Массовые блоки в сильных взаимодействиях

Конкретизируем общие выражения массовых блоков для сильных взаимодействий. Как было показано, для описания нейтральных каналов сильных взаимодействий достаточно рассмотреть правый верхний массовый блок (12.1.5). Так, для первого слагаемого имеем

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c|ccc} 3_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 1_1 & 2_1 & 3_1 & |3_2 \end{array} \right) &= \left| \begin{array}{cccc} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \vec{b}_3 & \vec{l}_3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{cccc} \vec{l}_3 & \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \vec{b}_3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right| = \\ &= -(|\vec{b}_2 \vec{b}_3 \vec{l}_3| - |\vec{b}_1 \vec{b}_3 \vec{l}_3| + |\vec{b}_1 \vec{b}_2 \vec{l}_3| - |\vec{b}_1 \vec{b}_2 \vec{b}_3|)^2 = -D_{(s)}^2 (3C'_3 - 1)^2. \end{aligned} \quad (12.3.10)$$

Аналогично находятся коэффициенты для двух других диагональных слагаемых:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} 2_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 1_1 & 2_1 & 3_1 & |2_2 \end{array} \right) = -D_{(s)}^2 (3C'_2 - 1)^2; \quad (12.3.11)$$

$$\left(\begin{array}{c|ccc} 1_1 & 1_2 & 2_2 & 3_2 \\ \hline 1_1 & 2_1 & 3_1 & |1_2 \end{array} \right) = -D_{(s)}^2 (3C'_1 - 1)^2. \quad (12.3.12)$$

Для коэффициентов из внутренних параметров для недиагональных слагаемых массового блока автоматически выполняется мультипликативное правило, ранее проявлявшееся для взаимодействий «через нейтральные бозоны». Все такие коэффициенты можно представить в виде таблицы, где по вертикали указаны внешние параметры первого бариона в конечном состоянии, а по горизонтали — внешние параметры второго бариона в начальном состоянии:

	$\left[\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot \\ 1_2 & 2_2 \end{smallmatrix} \right]$	$\left[\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot \\ 3_2 & 1_2 \end{smallmatrix} \right]$	$\left[\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot \\ 2_2 & 3_2 \end{smallmatrix} \right]$
$\left[\begin{smallmatrix} 1_1 & 2_1 \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix} \right]$	$-D_{(s)}^2 (3C'_3 - 1)^2$	$-D_{(s)}^2 (3C'_3 - 1) \times (3C'_2 - 1)$	$-D_{(s)}^2 (3C'_3 - 1) \times (3C'_1 - 1)$
$\left[\begin{smallmatrix} 3_1 & 1_1 \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix} \right]$	$-D_{(s)}^2 (3C'_2 - 1) \times (3C'_3 - 1)$	$-D_{(s)}^2 (3C'_2 - 1)^2$	$-D_{(s)}^2 (3C'_2 - 1) \times (3C'_1 - 1)$
$\left[\begin{smallmatrix} 2_1 & 3_1 \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix} \right]$	$-D_{(s)}^2 (3C'_1 - 1) \times (3C'_3 - 1)$	$-D_{(s)}^2 (3C'_1 - 1) \times (3C'_3 - 1)$	$-D_{(s)}^2 (3C'_2 - 1)^2 \times (3C'_1 - 1)$

(12.3.13)

Из изложенного видно, что в нейтральных каналах массовые вклады зависят от новых констант, отсутствовавших в определениях зарядов сильно взаимодействующих частиц. Этот факт позволяет их использовать для согласования с феноменологически найденными значениями масс элементарных частиц в сильных взаимодействиях.

Затронем вопрос о массовых вкладах в заряженных каналах сильных взаимодействий. Как уже отмечалось в гл. 10, в этих каналах $V^{(s)}$ -состояния отличаются от $U^{(s)}$ -состояний изменением знака одного из столбцов. Легко убедиться, что в заряженных каналах получается ряд отличных от нуля выражений, выражающихся через те же комбинации параметров, что и заряды взаимодействующих частиц. При пересчете на значения масс из них получаются планковские массы. Тем самым возникает проблема перенормировки планковских масс в заряженных каналах взаимодействий, аналогичная той, что возникает в унарных многомерных геометрических моделях физических взаимодействий типа теории Калуцы.

12.4. На пути к получению спектра масс элементарных частиц

Не претендуя на решение проблемы теоретического обоснования спектра масс элементарных частиц, выскажем ряд соображений на этот счет с позиций реляционного подхода.

1. Если признать, что в микромире имеет место самостоятельная система понятий и закономерностей, описанию которых посвящена эта книга, то естественно сделать вывод, что фундаментальные свойства элементарных частиц, в том числе и значения масс, должны описываться независимо от классических пространственно-временных представлений, что и предлагается в этой главе.

2. В реляционном подходе массы являются не внутренним свойством отдельных частиц или микросистем, а обусловлены свойствами всего окружающего мира. Этот вывод соответствует принципу Маха, означающему зависимость понятий и закономерностей мира в малом от его глобальных свойств. В русле этого принципа были выполнены работы Р. Фейнмана, Дж. Уилера, Ф. Хойла и ряда других авторов. В частности, Дж. Уилер во время посещения кафедры теоретической физики в МГУ на стене написал: «Не может быть теории, объясняющей элементарные частицы, которая имеет дело лишь с частицами». Из разговора, предшествовавшего написанию этой фразы, было ясно, что он имел в виду зависимость характеристик элементарных частиц от глобальных свойств Вселенной.

Следует также напомнить, что в серии работ Ф. Хойла и Дж. Нарликара [66, 114], выполненных в русле концепции дальнего действия, также предпринималась попытка получения масс частиц путем суммирования вкладов от частиц всего окружающего мира.

Конкретная реализация принципа Маха в бинарной геометрофизике опирается на соображения, изложенные в гл. 7 при рассмотрении упрощенной модели на базе БСКО ранга (4,4). Важнейшим из них является замечание о том, что от базового 6×6 -отношения, описывающего взаимодействие (фактически парное отношение) *двух элементарных частиц*, необходимо перейти к прообразу действия *отдельных частиц*. Это предлагается сделать посредством суммирования всех базовых 6×6 -отношений с участием избранной частицы по всем другим частицам окружающего мира.

Напомним, для проведения этой программы было необходимо, чтобы среди констант, определяющих массовые вклады, была малая величина, которая, будучи умноженной на некоторую (численно достаточно большую) функцию от числа частиц (соответствующих элементов) окру-

жающего мира, давала бы наблюдаемые значения масс элементарных частиц. Именно это обуславливало требования малости величин c_m и D_U в формулах (12.2.7) и (12.2.8).

3. Для получения значений масс элементарных частиц необходимо сравнение массовых вкладов с действием «свободной» частицы. Как уже отмечалось в гл. 7, прообраз действия для «свободной» частицы получается из индивидуальных блоков базовых 4×4 - (в упрощенной модели) или 6×6 -отношений. При рассмотрении двух взаимодействующих частиц эти базовые блоки обращаются в нуль, однако они будут отличны от нуля, если их строить для выделенной и других частиц окружающего мира, находящихся в U -состоянии. Более того, дополнительные элементы (кроме элементов выделенной частицы) могут принадлежать разным частицам. Все это приводит к появлению коэффициента при внешних параметрах выделенной частицы, который, как и в массовых слагаемых, отождествляется с массой покоя частицы.

Из самих же внешних параметров выделенной частицы получается известное выражение с дифференцированием волновой функции частицы лишь после введения классического пространства-времени, самого понятия волновой функции и с использованием тех принципов, которые изложены в гл. 7.

4. Существенный блок проблем на пути к получению спектра масс элементарных частиц связан с определением частиц второго и третьего поколений. В этой части книги рассматривались электрослабые взаимодействия и массовые слагаемые лишь для частиц одного поколения.

Относительно описания других поколений лептонов выше была сформулирована гипотеза, согласно которой второе и третье поколения определяются изменением расположения нулевых 2-столбцов из внешних параметров.

5. При рассмотрении массовых слагаемых, возникающих из базового 6×6 -отношения, было указано на имеющийся произвол в условиях нормировки трех инвариантов в (12.3.8), определяющих массовые слагаемые для барионов в прообразе их действия. Можно высказать гипотезу, что определение барионов других поколений может быть связано с условиями нормировки этих трех инвариантов из внешних параметров.

6. Решение названных и ряда других принципиальных проблем тесно связано с определением функций, возникающих при суммировании по частицам окружающего мира. Очевидно, что для каждого сорта частиц эти функции могут оказаться разными.

7. Для решения всего комплекса перечисленных проблем может оказаться полезным анализ соотношения масс основного блока составляющих элементарных частиц. Выпишем в виде табл. 12.3.14) эксперимен-

тально найденные значения для лептонов и кварков (верхних и нижних) трех поколений:

Частицы	1-е поколение	2-е поколение	3-е поколение
Лептоны	$m_e \simeq 0,5 \text{ МэВ}$	$m_\mu \simeq 105,6 \text{ МэВ}$	$m_\tau \simeq 1784 \text{ МэВ}$
Нижние кварки	$m_d \simeq 7 \text{ МэВ}$	$m_s \simeq 150 \text{ МэВ}$	$m_b \simeq 4800 \text{ МэВ}$
Верхние кварки	$m_u \simeq 5 \text{ МэВ}$	$m_c \simeq 1300 \text{ МэВ}$	$m_t \simeq 178\,000 \text{ МэВ}$

(12.4.1)

8. Поскольку теория может претендовать лишь на получение безразмерных величин, то представляет интерес записать таблицу отношений масс частиц, например, к массе электрона:

Частицы	1-е поколение	2-е поколение	3-е поколение
Лептоны	m_e	$m_\mu \simeq m_e(10\sqrt{2})^2$	$m_\tau \simeq m_e(10\sqrt{2})^2(10\sqrt{3})$
Нижние кварки	$m_d \simeq m_e(10\sqrt{2})$	$m_s \simeq m_e(10\sqrt{2})^2\sqrt{2}$	$m_b \simeq m_e(10\sqrt{2})^2(10\sqrt{3})2\sqrt{2}$
Верхние кварки	$m_u \simeq m_e \frac{(10\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$	$m_c \simeq m_e \frac{(10\sqrt{2})^2(10\sqrt{3})}{\sqrt{2}}$	$m_t \simeq m_e \frac{(10\sqrt{2})^2(10\sqrt{3})^3}{2\sqrt{2}}$

(12.4.2)

9. В этой таблице специально выделены характерные множители, которые позволяют сделать несколько любопытных выводов:

- 1) масса протона примерно равна полусумме масс лептонов трех поколений;
- 2) для частиц второго поколения имеется характерный множитель $(10\sqrt{2})^2$, а для частиц третьего поколения — множитель $(10\sqrt{2})^2(10\sqrt{3})$.

10. Наконец, особое внимание следует обратить на соотношение значений электрических зарядов и масс элементарных частиц. Как было показано в предыдущих главах этой части, внутренние параметры определяют, главным образом, значения электрических зарядов элементарных частиц. Непосредственный пересчет зарядов на значения масс приводит к планковским массам, на двадцать с лишним порядков превышающим наблюдаемые массы. Эта проблема была вскрыта уже в рамках унарных многомерных геометрических моделей, где разрабатывались методы перенормировки планковских масс.

Аналогичная методика необходима и в рамках реляционной теории. При описании масс элементарных частиц (через внутренние параметры) она основана на постулате о чрезвычайной малости отличий параметров левой и правой компонент частиц, что позволяет производить суммирование по окружающему миру и при этом еще получать значения масс, на много порядков меньших планковских масс.

От бинарной геометрофизики к классической и квантовой теории



Данная часть книги посвящена описанию перехода от элементарных понятий бинарной геометрофизики к общепринятой физике, главным образом к категориям теоретико-полевого миропонимания. Иными словами, здесь рассматривается обратный путь от теории в монистической парадигме к теориям дуалистических и триалистической парадигм. Эта задача, имеющая принципиальный (метафизический) характер, может быть проиллюстрирована с помощью рис. 13.0, где символом $R_\mu(\mu)$ в центре куба обозначена бинарная геометрофизика. Остальные обозначения соответствуют рис. 1.1.

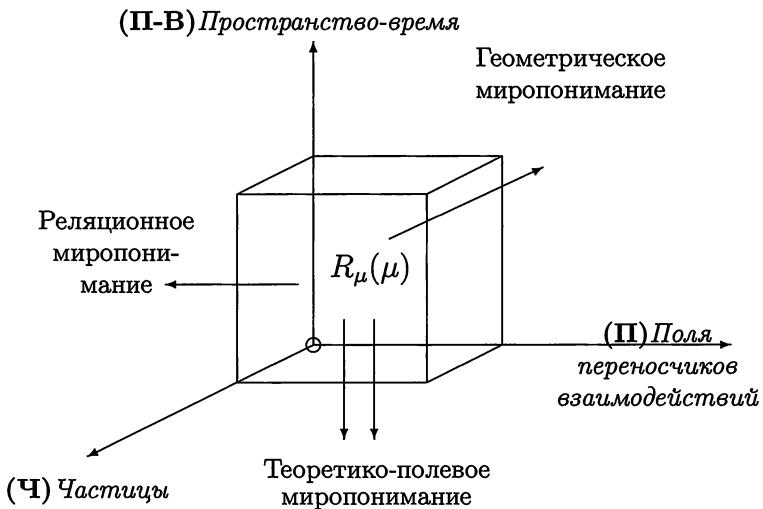


Рис. 13.0. Переход от элементарной бинарной геометрофизики к известным теориям трех миропониманий

Для описания этого перехода, прежде всего, следует показать, как возникают классические пространственно-временные отношения из первичных понятий бинарной геометрофизики. Данная задача решается на основе *идеи макроскопической (статистической) природы пространства-времени*, которая состоит в том, что классические представления справедливы лишь для достаточно больших (сложных) систем из элементарных частиц — макросистем — и возникают в результате своеобразного наложения (суммирования) огромного количества *неких вкладов*, присущих физике микромира. Лишь после решения этой задачи можно приступить к осмыслению ключевых понятий теоретико-полевого миропонимания с реляционных позиций.

Макроскопический подход к природе классического пространства-времени тесно связан с рядом других принципиальных проблем теоретической физики, а именно с квантованием пространства-времени и с интерпретацией квантовой механики. В частности, он приводит к новой — реляционной — интерпретации квантовой механики, которая не противоречит общепринятой копенгагенской.

Макроскопическая природа пространства-времени

Построение макроскопической модели классических пространственно-временных отношений основывается на теории электромагнитных взаимодействий в бинарной геометрофизике. При этом можно исходить либо из теории БСКО ранга (3,3) с нормировкой на электрические заряды частиц, либо из теории БСКО ранга (4,4), в которой электрический заряд обусловлен дополнительными параметрами элементов с индексом 3, либо из БСКО ранга (6,6) для случая электромагнитных взаимодействий. Все эти варианты эквивалентны, поскольку будут использоваться, главным образом, внешние параметры элементов.

Построению макроскопической модели пространства-времени предшествуют:

- а) выявление имеющихся в бинарной геометрофизике средств, которые можно использовать для этой цели;
- б) уточнение соотношения бинарной геометрофизики с классической физикой и квантовой теорией;
- в) выделение элементарных *факторов*, из которых предлагается строить классические пространственно-временные отношения;
- г) описание методики их наложения (суммирования), позволяющей вплотную подойти также к решению проблемы квантования пространства-времени.

13.1. Путь к общепринятой физике

В теории систем отношений, как унарной, так и бинарной, всегда присутствуют три подмножества: 1) рассматриваемые элементы, 2) базисные элементы системы отношений, 3) все прочие элементы окружающего мира (частицы), с которыми может произойти взаимодействие (см. рис. 2.2). К этому следует добавить 4) множество систем отношений, соответствующих процессам в прошлом. Подмножество (3) соответствует будущему (мировому поглотителю) в теории прямого межчастичного взаимодействия типа Фоккера—Фейнмана, а мно-

жество (4) — прошлому (мировому излучателю). Все эти факторы играют важную роль в построении модели классических пространственно-временных отношений.

13.1.1. Классификация реляционных теорий

Совокупности рассматриваемых и базисных элементов системы отношений могут быть простыми (в виде отдельных элементов или частиц) или достаточно сложными, вплоть до макрообъектов. Случай простых подмножеств обозначим символом μ , достаточно сложные подмножества (макрообъекты) — символом m , а третье подмножество и четвертое множество, которые, по определению, являются чрезвычайно сложными, — символом M .

Обозначим бинарную геометрофизику латинской буквой R (имея в виду английскую терминологию — reality), к которой добавим символы, соответствующие четырем названным подмножествам элементов: ${}^A R_a^B(b)$. Символом a охарактеризуем вид базиса (системы отношений или системы отсчета), относительно которого описывается рассматриваемый объект (событие), обозначаемый символом b . Символом A сверху слева обозначим процессы в прошлом, а символом B сверху справа — частицы (элементы) всего окружающего мира, с которыми могут произойти процессы в будущем.

Во второй, третьей и четвертой частях книги речь шла преимущественно о простейших системах b (элементарных частицах) типа μ относительно простейших элементарных базисов типа μ , фактически представляющих собой такие же элементарные частицы, т. е. обсуждение проводилось в рамках теории вида $R_\mu(\mu)$.

В гл. 7 и 12 встречались моменты, где производилось суммирование по всем частицам окружающего мира, что означало использование более общей теории вида $R_\mu^M(\mu)$.

Классическая физика в реляционной формулировке, рассмотренная в первой части, представляется во введенных обозначениях символом ${}^M R_m^M(m)$, поскольку в ней рассматриваются макрообъекты ($b \rightarrow m$) относительно классического тела отсчета (макроприбора $a \rightarrow m$). Окружающий мир в виде частиц поглотителя ($B \rightarrow M$) подразумевается неявно, а процессы в прошлом ($A \rightarrow M$) учитываются опосредованно через классические пространственно-временные отношения.

Общепринятые физические теории микромира ($b \rightarrow \mu$), в частности квантовая теория, всегда строятся относительно макроприбора ($a \rightarrow m$), т. е. их следует обозначать символом ${}^M R_m^M(\mu)$.

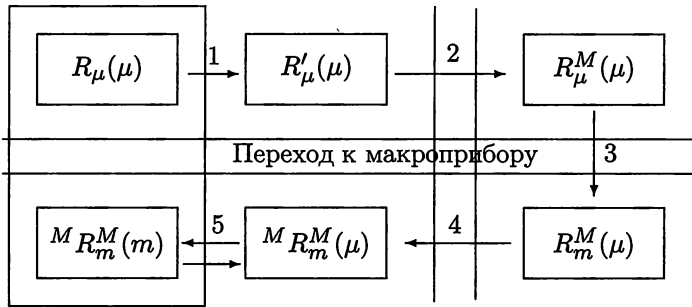


Рис. 13.1. Стадии развития бинарной геометрофизики от элементарного уровня $R_\mu(\mu)$ до классической физики $M R_m^M(m)$

Используя введенные обозначения, поясним с помощью блок-схемы 13.1 стадии развития бинарной геометрофизики от самого элементарного уровня $R_\mu(\mu)$ до классической физики в реляционной формулировке $M R_m^M(m)$.

Начальная стадия развития бинарной геометрофизики $R_\mu(\mu) \rightarrow R'_\mu(\mu)$ состояла в переходе от общих понятий математической теории БСКО, например, ранга (4,4) с абстрактными элементами, к прообразам S -матрицы (действия) взаимодействующих частиц. Здесь $R'_\mu(\mu)$ олицетворяет физически осмысленную теорию. (Эта процедура достаточно полно охарактеризована в предыдущих главах книги.)

На этой стадии, описываемой лишь средствами алгебры, нет классического пространства-времени и многих сопутствующих ему макропонятий: нет причинности, мировых линий частиц, отсутствуют понятия волновых функций частиц и полей переносчиков взаимодействий, нет пропагаторов полей и сингулярных функций. Нет многого другого, без чего не мыслится общепринятая теория поля. Наконец, на этом уровне развития теории нет смысла говорить о гравитационных взаимодействиях.

13.1.2. Стадии развития бинарной геометрофизики

Следующие стадии развития бинарной геометрофизики связаны с последовательным учетом или усложнением факторов, характеризующих физическую теорию $A R_a^B(b)$.

Вторая стадия развития ($R'_\mu(\mu) \rightarrow R_\mu^M(\mu)$) связана с учетом частиц окружающего мира ($B \rightarrow M$) в рамках одной и той же БСКО ранга (4,4). На этой стадии производится переход от одного базового 4×4 -отношения к сумме базовых отношений, обязательно содержащих 1) фиксированное число элементов выделенной (первой) частицы

в каждом из двух множеств элементов и 2) элементы всего окружающего мира, по которым производится суммирование¹⁾.

В этой связи заметим, что в предыдущих главах книги рассматривались лишь стадии развития бинарной геометрофизики (см. верхнюю часть блок-схемы 13.1) в рамках одной и той же БСКО того или иного ранга.

Третья стадия развития бинарной геометрофизики ($R_\mu^M(\mu) \rightarrow R_m^M(\mu)$) состоит в переходе от элементарных базисов μ к достаточно сложным системам из базисных элементов — в пределе к макроприбору m . Здесь возникает еще одно своеобразное суммирование — уже по элементарным базисам, составляющим макроприбор.

Четвертая стадия ($R_m^M(\mu) \rightarrow {}^M R_m^M(\mu)$) связана с учетом окружающего мира, но теперь не в виде суммирования по внешним частицам в будущем, а с их учетом в прошлом. На этой стадии развития бинарной геометрофизики появляется возможность говорить о квантовой механике²⁾.

¹⁾Напомним основные моменты, относящиеся к этой стадии.

1) Рассмотрение массовых блоков базового 4×4 -отношения (в рамках БСКО ранга (4,4)) показало, что если ограничиться лишь двумя взаимодействующими частицами, то масса любой из них оказывается зависящей от свойств другой частицы. Исходя из этого, индивидуальное значение массы частиц предложено вводить через сумму всех базовых 4×4 -отношений выделенной частицы со всеми частицами окружающего мира в рамках данной (одной и той же) БСКО ранга (4,4) (см. гл. 7).

2) Аналогичным образом при рассмотрении массовых блоков базового 6×6 -отношения в рамках БСКО ранга (6,6) было выявлено, что при взаимодействии двух лептонов получается тот же результат, что и в случае БСКО ранга (4,4). Для случая взаимодействующих барионов в массовых блоках возникают дополнительные слагаемые, которые обуславливают разность масс барионов и лептонов. В обобщенной теории массы частиц также определялись суммированием базовых 6×6 -отношений по всем окружающим частицам мира (см. гл. 12).

3) В рамках БСКО ранга (4,4) было показано, что прообраз «свободной» части действия частицы получается путем суммирования индивидуальных блоков базового 4×4 -отношения с участием выделенной частицы по всем частицам окружающего мира. Это суммирование включало в себя лишь внутренние характеристики окружающих частиц. Таким образом, было продемонстрировано, что в мире не может быть свободных частиц. То, что называется «свободной» (или динамической) частью действия, на самом деле представляет собой специфический результат взаимодействия частицы со всем окружающим миром (см. гл. 7).

Точно такая же ситуация имеет место в рамках БСКО ранга (6,6). Отличие состоит лишь в большем числе слагаемых с участием барионов.

²⁾В предыдущих главах в ряде мест с целью пояснения физического смысла вводимых величин производился переход от отдельных комплексных чисел (от параметров элементов относительно элементарного базиса) к волновым функциям частиц. Всякий раз, когда это делалось, фактически подразумевалась замена элементарного базиса на макроприбор и учет окружающего мира.

На пятой стадии развития бинарной геометрофизики (${}^M R_m^M(\mu) \rightarrow {}^M R_m^M(m)$) возникает классическая реляционная физика, в которой рассматриваются макрообъекты относительно макроприборов.

Содержание этой стадии соответствует в квантовой механике квазиклассическому переходу от микрочастиц к макрообъектам.

В рамках реляционной (унарной) формулировки классической физики также можно разглядеть процедуры, соответствующие названным стадиям развития бинарной геометрофизики.

- 1) Так, при описании гравитационных взаимодействий через диагональные миноры (из матрицы в токовом законе) возникали слагаемые с участием третьих частиц. Действие «свободных» частиц, вводилось путем суммирования миноров с участием выделенной частицы по всем третьим частицам окружающего мира (учет фактора $B \rightarrow M$).
- 2) В работах Р. Фейнмана и Дж. Уилера в рамках теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия было показано, что учетом всех частиц окружающего мира можно устранить опережающие взаимодействия, что также свидетельствует о необходимости учета всех частиц окружающего мира уже в рамках классической теории.
- 3) Суммирования по частицам рассматриваемых объектов (учет фактора $b \rightarrow m$) производились при получении суммарных зарядов тел q из зарядов $\pm e$ идеализированных микрочастиц, составляющих макротела. Напомним, что принцип Фоккера записывается именно для взаимодействующих макрообъектов (см. гл. 3).
- 4) Аналогичным суммированием в классической теории вводились эффективные массы в виде совокупности квадратичных слагаемых из электрических зарядов.
- 5) В классической теории зависимость масс частиц от окружающего мира фактически содержится в перенормирующем коэффициенте C_2 в (3.2.2).

13.2. Природа элементарных носителей пространственно-временных отношений

1. Приступим к построению модели классических пространственно-временных отношений между произвольными парами частиц (объектов) путем суммирования элементарных комплексных отношений (*вкладов*) между ними, создаваемых совокупностью БСКО, описывающих процессы **электромагнитных взаимодействий** в окружающем мире.

Выделенность именно электромагнитных взаимодействий можно подкрепить рядом доводов.

- 1) Все основные понятия геометрии (примитивы ее аксиоматики) — это абстракции, взятые от классических объектов, построенных из атомов и молекул на основе именно электромагнитных взаимодействий.
- 2) Получение наблюдателем любой информации неизбежно сопряжено с изменениями состояний каких-то атомов или молекул, т. е. на общепринятом языке связано с испусканием или поглощением фотонов — переносчиков электромагнитных взаимодействий.
- 3) Электромагнитные взаимодействия являются дальнедействующими в смысле медленного убывания с расстоянием. Другой вид медленно убывающих взаимодействий, — гравитационных — в данном подходе обусловлен электромагнитным взаимодействием (см. гл. 3).
- 4) Природа экономна, поэтому естественно предположить, что она основана на простом и известном виде взаимодействий, а не пытаться вводить для решения данной задачи гипотетические гравитоны или какие-либо иные неведомые носители.

2. При выводе классических пространственно-временных отношений следует иметь в виду привязку комплексных параметров, а значит, и самой БСКО к отдельным процессам (электромагнитных) взаимодействий в окружающем мире. В реляционном подходе элементарными носителями пространственно-временных отношений являются параметры элементов БСКО, порожденных электромагнитными процессами. В общепринятой теоретико-полевой парадигме таковыми являются процессы излучения и поглощения фотонов. Однако это не означает, что непосредственными носителями пространственно-временных отношений выступают «фотоны». Они только реализуют (превращают в действительность) одну из возможностей, описываемых мировой матрицей, в виде процесса поглощения конкретной частицей. Но процесс взаимодействия содержит в себе нечто большее — генерацию всеобщих отношений между источником и всеми другими возможными поглотителями.

На языке реляционной теории изложенное означает, что в процессе взаимодействия (в момент «излучения») возникает БСКО ранга (3,3) (или, точнее, ранга (4,4) в виде упрощенной модели БСКО ранга (6,6)), в которой собственным базисом (системой эталонных элементов) является излучатель. В этой системе отношений отображаются все возможные поглотители, в том числе и тот, который реально провзаи-

модействует с источником, т. е. поглотит его «излучение», реализовав тем самым возможность в действительность. Как только происходит поглощение «фотона», данная БСКО прекращает свое существование, а вместо нее возникает (или может возникнуть) иная система отношений, где базисом является уже новый излучатель, ранее бывший приемником.

3. В реальном мире мы имеем дело не с одной БСКО ранга (4,4) (точнее, БСКО более высокого ранга), а с огромной совокупностью БСКО этого ранга, обусловленных множеством происходящих в мире процессов взаимодействий. На языке общепринятой теоретико-полевой парадигмы это соответствует наличию во Вселенной гигантского «моря фотонов», испущенных, но еще не нашедших своего поглотителя. При этом следует особо подчеркнуть, что речь идет не только о фотонах, достигших какого-то конкретного места, а о всех фотонах, существующих в мире. Отношения, устанавливаемые в рамках БСКО, в некотором смысле «распространяются с бесконечной скоростью».

4. От каждой БСКО ранга (3,3) можно перейти к двум видам унарных геометрий: геометрии Лобачевского, в которой частицы характеризуются неизотропным вектором скорости, и к прообразу геометрии Минковского, чему соответствует изотропный вектор k^μ , сопоставляемый с каждой частицей. В данном случае, когда обсуждается построение классических пространственно-временных отношений, нас прежде всего интересуют изотропные векторы. Но в реляционном подходе это не означает, что сама частица при этом становится светоподобной (или превращается в нейтрино).

В теоретико-полевой парадигме изотропный вектор k^μ принято приписывать фотону, т. е. электромагнитному излучению, испущенному излучателем и поглощенному другой частицей (приемником). Но в теории прямого межчастичного взаимодействия нет полей переносчиков взаимодействий. Следовательно, **изотропный вектор k^μ принадлежит не фотону, а характеризует вторую частицу (приемник излучения) в ее пространственно-временных отношениях с излучателем и с окружающим миром.**

Примечательно, что уже в унарной теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана было провозглашено, что никакая частица не излучает в пустоту, — всякий процесс излучения может иметь место лишь тогда, когда имеется поглотитель излучения. Важной составной частью этой теории является фейнмановская теория абсолютного поглотителя.

5. Существование пространственно-временных отношений тесно связано с тем, что в системах отношений имеется понятие, которое на быденном языке интерпретируется как «промежуток времени» между излучением и поглощением сигнала. Другими словами, **пространственно-временные отношения обусловлены не мгновенностью распространения (световых) сигналов между взаимодействующими объектами.**

Можно утверждать и обратное: смысл и назначение отношений, характеризующих БСКО ранга (3,3), в частности, состоит в задании расстояний между парами частиц, которые, в свою очередь, определяют «промежутки времени» существования возможных БСКО при (электромагнитном) взаимодействии между соответствующими парами частиц. На языке классической теории это соответствует закономерностям, положенным в основу хроногеометрии, т. е. сигнатуре (+ - -) классического пространства-времени.

6. Происхождение классических пространственно-временных отношений из наложения элементарных отношений БСКО, порожденных процессами в окружающем мире, является еще одним **проявлением принципа Маха.**

Согласно данному подходу, принцип причинности и наличие изотропного конуса не являются первичными понятиями физики, а имеют макроскопическую природу, т. е. выступают следствием суммирования вкладов из отношений от процессов во всем окружающем мире.

В связи с этим уместно напомнить слова Э. Маха: «Закон причинности выражает *взаимную зависимость между явлениями*. Особое упоминание о пространстве и времени в выражении закона причинности не нужно, ибо все отношения пространства и времени снова сводятся ко взаимной зависимости между явлениями» [58, с. 428].

7. Изложенный в предыдущей части книги материал по принципам описания фундаментальных физических взаимодействий позволяет глубже проникнуть в основания классических пространственно-временных отношений. Как известно, в реляционном подходе взаимодействия имеют обменный характер, т. е. всякий процесс взаимодействия *по внутренним параметрам* сопровождается переходом одной частицы из невырожденного U -состояния в некоторое V -состояние (для нейтральных каналов вырожденное), а другой частицы — обратно из V -состояния в невырожденное U -состояние. Изложенное позволяет перенести (в некотором смысле) этот принцип и *на внешние параметры*. Токовые отношения (для скоростей) строятся на двух парах параметров (на двух неколлинеарных спинорах), тогда как пространственно-временные отношения определяются отдельными спинорами. Или, в иной интерпретации, скорости

определяются невырожденными 2×2 -матрицами из компонент двух спиноров, а пространственно-временные отношения характеризуются вырожденными 2×2 -матрицами из двух коллинеарных спиноров.

13.3. От элементарных вкладов к расстояниям

Рассмотрим модель перехода от элементарных вкладов к классическим понятиям, описываемым вещественными числами¹⁾. Важность построения классических понятий из квантовых отмечалась рядом авторов. Так, например, в книге М. Б. Менского, посвященной анализу принципов квантовой теории, по этому поводу говорится: «Теперь мы оказываемся перед лицом самого трудного и интригующего вопроса: как появляются классические черты у исходно квантового мира. В известном смысле, в наше время это очень простой вопрос. С другой точки зрения — он труден и все еще не решен, и даже может оказаться вообще неразрешимым» [59, с. 197].

13.3.1. Компактифицированные элементарные вклады

1. Рассмотренное выше (см гл. 5) введение прообраза расстояний между взаимодействующими объектами (элементами) (на базе БСКО ранг (3,3)) производилось на основе 2-компонентных спиноров, приводящих к изотропным векторам k_μ . Из них находились две угловые координаты, характеризующие положения точек на 2-мерной сфере единичного радиуса. Разнесение этих точек по радиусу (по 3-мерному пространству) предлагалось производить по значениям конформного фактора, соответствующего параметрам БСКО ранга (2,2) (см. гл. 5).

Однако для случаев отдельных элементарных частиц параметры элементов БСКО ранга (2,2) являются комплексными числами с модулем, равным единице:

$$\Phi(s) = e^{i\varphi(s)} \rightarrow |\Phi(s)| = 1. \quad (13.3.1)$$

Чтобы получить вещественные значения радиуса, формально использовались параметры БСКО ранга (2,2;а), получаемые из параметров БСКО ранга (2,2) через процедуру логарифмирования (см. (6.4.9)). Но в данном случае, поскольку показатель экспоненты мнимый, фаза оказывается определенной с точностью до произвольного целого числа, умноженного на период 2π . Это означает, что простое логарифмирование отдельных параметров не позволяет получить радиальную классическую координату. Поэтому здесь возникает вопрос о переходе от

¹⁾Первая попытка построения подобной модели была предпринята автором в работе [17].

совокупности комплексных параметров вида (13.3.1) в разных БСКО ранга (3,3) к вещественной радиальной координате, ранее трактовавшейся через вещественный параметр БСКО ранга (2,2;a).

Построение классических расстояний на основе идеи о макроскопической природе пространства-времени сводится к решению задачи получения некомпактифицированных величин, описываемых вещественными числами, исходя из компактифицированных понятий, т. е. из экспоненциальных вкладов по модулю, равных единице. Другими словами, к построению вещественных величин из совокупности фаз, определенных с точностью до 2π .

2. Любым двум частицам (совокупностям элементов) ставится в соответствие множество экспоненциальных слагаемых. Пары частиц соответствуют фактору b , а множество экспоненциальных слагаемых — фактору $A \rightarrow M$ в строящейся теории ${}^A R_a^B(b)$.

Одинаковые по модулю вклады образуют некоторое распределение по числам вкладов, имеющих определенные значения фаз на окружности единичного радиуса (см. рис. 13.2). Все точки на окружности равноправны, и для них нет понятия больше-меньше, столь свойственного вещественным числам. Само множество точек на окружности

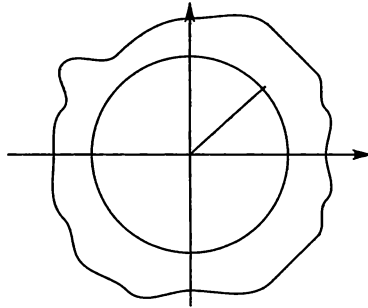


Рис. 13.2. Совокупность элементарных вкладов макросостояния

можно считать непрерывным или дискретным. Отдавая предпочтение дискретному характеру точек (конечному их числу) на окружности, тем не менее будем считать их число настолько большим, что с высокой степенью точности множество точек можно полагать непрерывным.

3. Точки на окружности можно упорядочить различными способами, что на примере циклических групп означает различные представления группы. Уже само распределение вкладов по единичной окружности является выбором некоторого конкретного представления, конкретизация которого приводит к введению прообраза упорядоченности точек в этом представлении в пределах периода 2π .

В решении вопроса о физической причине выбора того или иного представления будем исходить из того, что аналогом представления циклической группы является значение энергии k квазифотонных вкладов. В классической физике энергия, как известно, зависит от системы отсчета, а в бинарной геометрофизике — от базиса системы отношений. Следовательно, выбор представления группы (в указанном смысле) определяется базисом системы отношений, т. е. проявляется фактор базиса a в теории ${}^A R_a^B(b)$.

Сделанное утверждение означает наделение базиса системы отношений способностью классифицировать квазифотонные вклады по упорядоченным значениям энергии. При этом для дальнейшего совершенно неважно, с какой точностью это может производиться. Важен будет сам факт классификации по упорядоченным значениям.

4. Смысл фазовых параметров φ БСКО ранга (2,2), характеризовавших как импульсные отношения, так и пространственно-временные, интерпретировался через произведения импульса передачи и прообразы координат соответствующего элемента (см. (6.4.13)):

$$\varphi_{(s)} = \frac{1}{\hbar} k_{r(a)} \tilde{x}_{(s)}^r, \quad (13.3.2)$$

где $k_{r(a)}$ импульс передачи данной частице s от источника a ; символом $\tilde{x}_{(s)}^r$ были обозначены прообразы трех пространственных координат, фактически являющиеся некими коэффициентами, позволяющими образовать скалярное значение фазы из компонент 3-мерного вектора k_r . Поскольку компоненты вектора передачи могут изменяться по векторному закону при переходе к другому базису, то и введенные коэффициенты также должны при этом изменяться по векторному закону. Очевидно, что при заданных $k_{r(a)}$ неопределенность в значениях фазы $\varphi_{(s)}$ перекладывается на коэффициенты $\tilde{x}_{(s)}^r$.

5. Для перехода к классической физике необходимо положить, что базис является достаточно сложным $a \rightarrow m$, т. е. относительно этого базиса все квазифотоны разделяются по некоторому множеству энергий, соответствующих некой совокупности различных представлений циклической группы. В итоге все множество вкладов на единой окружности разносится по ряду окружностей, соответствующих различным энергиям квазифотонных вкладов (см. рис. 13.3).

6. Учитывая значение макроприбора в предложенном механизме введения расстояний, приведем высказывание одного из активных исследователей теории S -матрицы Φ . Дайсона, который, рассматривая трудности с расходимостями в математическом аппарате квантовой теории поля, писал: «Можно истолковывать различие между содержащим

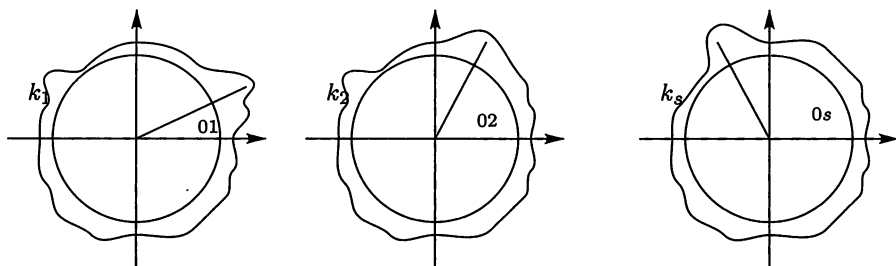


Рис. 13.3. Переход от элементарных вкладов макросостояния к вкладам микросостояний

расходимости гамильтоновым формализмом и формализмом с конечной S -матрицей как различие между двумя картинами мира, рассматриваемого двумя наблюдателями, которые имеют в своем распоряжении различные измерительные приборы. Первую картину, представляющую собой набор квантованных полей с локализованными взаимодействиями, видит воображаемый наблюдатель, аппараты которого не имеют атомной структуры и точность измерений которого ограничивается только существованием фундаментальных постоянных c и \hbar . Такой наблюдатель будет называться в последующем „идеальным“. Вторую картину, представляющую собой набор наблюдаемых величин (по терминологии Гейзенберга), видит реальный наблюдатель, аппараты которого состоят из атомов и элементарных частиц и точность измерений которого ограничивается не только постоянными c и \hbar , но также такими постоянными, как α и m » [34].

В реляционном подходе предполагается, что распределение вкладов квазифотонов по микросостояниям (по ящикам) зависит от строения (возможностей) макроприбора.

13.3.2. Макро-, микро- и субмикросостояния

1. Поскольку вкладов много и значений фаз (точек на окружности) также много, то целесообразно использовать понятия статистической физики, не зависящие от классических понятий. Воспользуемся терминологией, близкой к общепринятой в статистической физике, и будем говорить о *макросостояниях* рассматриваемого парного отношения (b) относительно выделенного базиса (a), составленных из достаточно большого дискретного набора *микросостояний* s , характеризующихся значениями $k_{(s)}$. Каждому микросостоянию соответствует некоторое число N_s вкладов и точек на единичной окружности — ячеек, заполняемых вкладками. Кроме того, введем понятие *субмикросостояний*, которые

образуют микросостояние. Эти субмикросостояния также характеризуются дискретными числами r , которые определяют разбиения точек единичной окружности на малые подмножества из C_r точек, так что числа вкладов в микросостоянии N_s теперь разбиваются на свои числа $N_{s,r}$ вкладов, заполняющих C_r точек-ячеек так, что

$$C_s = \sum_r N_{s,r}. \quad (13.3.3)$$

2. Далее предлагается действовать внутри каждого микросостояния таким же образом, как (см., например, в [52]) при описании неравновесного идеального газа, ферми- или бозе-газов элементарных частиц.

При построении статистической теории для каждого из таких субмикрораспределений можно ввести статистический вес, характеризующий распределения соответствующего количества квазифотонов по возможным значениям фаз на единичной окружности. От статистического веса можно перейти к энтропии.

3. Далее следует ввести понятие квазиэнергии, соответствующее энергии в общепринятой статистической физике. Поскольку в данном случае все субмикрораспределение определяется одной и той же энергией, то в качестве квазиэнергии может выступать разность фаз. Положим, что для данного микросостояния оказывается выделенным какое-то значение фазы φ_{0s} , тогда можно ставить задачу на определение функции распределения фаз вокруг этого значения φ_{0s} [17]. Действуя общепринятым образом, можно ввести температуру T_s , характеризующую распределение вкладов для выделенного микросостояния s . В общем случае температуры для различных микросостояний могут быть разными.

4. Оставляя в стороне возникающие на этом пути вопросы, отметим, что для дальнейшего рассуждения достаточно того, что в силу некоторых причин есть выделенные фазы в каждом из микросостояний и фазовые вклады группируются вокруг этих выделенных фаз.

13.3.3. Процедура декомпактификации

1. На данном этапе рассуждений еще нет прообраза классических расстояний, поскольку пока обсуждались лишь понятия, связанные с главным значением фазы, т. е. в промежутке $0 < \varphi_s < 2\pi$. Понятие расстояния возникает только при сопоставлении микросостояний с различными энергиями k_s , причем это достигается посредством **процедуры декомпактификации**, которая состоит в переходе от главных значе-

ний фазы к иным значениям, отличающимся на целые числа периодов:

$$\varphi_s \rightarrow \varphi_s(n) = 2\pi n + \varphi_s, \quad (13.3.4)$$

и в сравнении вкладов друг с другом. Поскольку фазы было предложено представлять в виде (13.3.2), то, заменяя энергию на эквивалентную величину, трактуемую как длину волны $\lambda = h/k$, из выражения (13.3.4) для любого выделенного значения k_{s1} получаем определение дискретных значений x_n :

$$x_n = n\lambda_{s1} + \frac{1}{2\pi} \varphi_{s1} \lambda_{s1}. \quad (13.3.5)$$

2. Процедура декомпактификации может быть пояснена на примере представлений конечных циклических групп. Пусть элементы определены в одном из представлений. Выбирая другое представление, например, по элементу 3, который становится первым, получаем другое перечисление элементов по данному модулю. Если мы будем перечислять элементы в пределах одного цикла (т. е. в пределах 2π) по старому перечислению, то легко убедиться, что таким образом будут учтены не все элементы, а только часть их. Чтобы учесть все элементы, потребуется (с точки зрения старого перечисления) несколько раз пройти по всему циклу, что и означает своеобразную декомпактификацию.

3. Привяжем к каждому значению n выделенного k_{s1} фазы всех других микросостояний. Очевидно, это можно сделать лишь на основе соотношения их энергий. Пусть вторая выделенная энергия имеет значение k_{s2} , тогда для него соотношение (13.3.5) представится в виде

$$x_n = n\lambda_{s1} + \frac{1}{2\pi} \varphi_{s1} \lambda_{s1} = n' \lambda_{s2} + \frac{1}{2\pi} \varphi'_{s2} \lambda_{s2}, \quad (13.3.6)$$

где n' — целое число длин волн λ_{s2} , укладывающихся в длину x_n , а φ'_{s2} — главное значение получающейся таким образом фазы, которая в общем случае отлична от значения фазы φ_{0s2} второго микросостояния.

4. Построим комплексное число для второго микросостояния $s2$, соответствующее значению n , в виде суммы всех единичных по модулю вкладов с разбросом по фазам:

$$\Phi_a(b; n; s2) = \sum_{\epsilon} N_{s2;\epsilon} \exp[i(\varphi'_{s2\epsilon} - \varphi_{0s2})], \quad (13.3.7)$$

где ϵ нумерует точки на единичной окружности.

Если положить, что все отдельные вклады примерно имеют одинаковые значения фаз, то будем иметь:

$$\Phi_a(b; n; s2) \sim N_{s2} \exp(i\varphi_2) = N_{s2} \exp[i(\varphi'_{s2} - \varphi_{0s2})]. \quad (13.3.8)$$

5. Охарактеризуем макросостояние рассматриваемого парного отношения b относительно макроприбора a для каждого значения n (выделенной длины волны) суммой характеристик отдельных микросостояний (13.3.6):

$$\Phi_a(b; n) = \sum_{sl} \Phi_a(b; n; sl) \sim \sum_{sl} N_{sl} \exp[i(\varphi'_{sl} - \varphi_{0sl})]. \quad (13.3.9)$$

Введем понятие вероятности значения x_n для расстояния между объектами b относительно макроприбора a в виде модуля характеристики макросостояния (13.3.8):

$$W(x_n) = |\Phi_a(b; n)|^2. \quad (13.3.10)$$

Это выражение имеет некоторое распределение по числам n . Будем считать наиболее вероятным то положение частицы, где разности фаз по всем микросостояниям наиболее близки друг другу.

13.3.4. Природа волновых свойств частиц

1. В предложенной модели введения расстояний пока сохраняется неопределенность в выборе выделенных значений фаз в каждом из макросостояний (на единичных окружностях) и в законе распределений фазовых вкладов вокруг выделенного значения (например, в задании дисперсии). Если исходными являются именно эти понятия, то должны быть обстоятельства, снимающие эти неопределенности.

Чтобы их вскрыть, нужно учесть свойства рассматриваемых объектов b , для которых вводятся расстояния. Как уже отмечалось, объектами могут быть как микрочастицы (μ), так и достаточно сложные образования из них вплоть до макрообъектов (m).

2. Пусть одним (или двумя) из объектов является микрочастица. Для частицы, как уже отмечалось, БСКО описывает переходы из одного состояния в другое. Пока рассматривались суммарные характеристики частицы относительно излучателей, т. е. вклады от изотропных векторов. Рассмотрим другое состояние, ответственное за отношения неизотропных скоростей (токов или импульсов). Известно, что частица, обладая импульсом p , характеризуется длиной волны $\lambda = \hbar/p$. Точнее, частица представляется в виде волнового пакета, с некоторым разбросом значений импульса. В соответствии со своими волновыми свойствами частица реагирует на окружающий мир, т. е. в процессах с ее участием проявляются квантовомеханические закономерности. Для нее можно сказать то же самое, что и для процессов электромагнитного излучения: имеет место матрица отношений с окружающими процессами, в согласии с которой она может прореагировать с той или иной другой части-

цей. Спрашивается, как ее матрица отношений соотносится с матрицами квазифотонных отношений и с результирующим пространственным отношением?

3. Чтобы ответить на поставленный вопрос, учтем следующие обстоятельства:

- 1) прообразы пространственно-временных и импульсных (унарных) отношений (скоростей) строятся из одних и тех же отношений БСКО ранга (3,3);
- 2) при построении двух видов унарных отношений имеются конформные факторы в виде элементов БСКО ранга (2,2), представимые в качестве единичных по модулю комплексных величин вида $\exp[ip(x_1 - x_2)]$ и $\exp[ik(x_1 - x_2)]$;
- 3) в обоих видах экспонент используются одни и те же значения (разностей) пространственных координат $(x_1 - x_2)$.

Перечисленные обстоятельства позволяют заключить, что матрицы отношений частицы и мировых квазифотонов совпадают.

4. Данное утверждение позволяет приступить к раскрытию указанных выше неопределенностей в фазах отдельных микрораспределений. Прежде всего, это означает, что выделенные фазовые вклады будут лишь у микросостояний со значениями энергии k_s , которые соответствуют энергиям частицы, характеризующим ее волновой пакет, т. е. $k_s = p_s$. Для всех других микросостояний фазовые вклады квазифотонов будут, однако они распределяются практически равномерно по единичной окружности так, что их суммарный вклад в (13.3.9) практически равен нулю, т. е. они не будут вносить вклад в определение расстояния между выделенной микрочастицей и другим объектом.

Таким образом, можно сказать, что импульсы массивных частиц являются той «ловушкой», которая выделяет из мирового моря квазифотонов вклады, определяющие расстояния между рассматриваемой микрочастицей и иным объектом.

5. Может вызвать недоумение тот факт, что значения k_s квазифотонных вкладов являются изотропными, тогда как импульсы массивной частицы p_s относятся ко времени-подобным векторам. Однако будем иметь в виду, что отождествляются лишь пространственные части векторов, которые определяются относительно базиса системы отношений. И вообще речь идет о задании пространственных координат частиц (точнее, длин между частицами). Понятие времени достраивается по значениям пространственных координат, причем по-разному для процессов «распространения света» или «прохождения частицы» из одного положения в место, где находится другая частица. Для «распростра-

нения света» время отождествляется с длиной (с точностью до универсальной константы — скорости света $t_{12} = l_{12}/c$), а для «распространения частицы» пересчет производится через значение скорости: $t_{12} = l_{12}/v = l_{12}m/p$.

6. Существенным фактором является значение массы покоя частицы m , которая, как уже отмечалось, возникает из учета вкладов от всех окружающих частиц Вселенной.

13.4. Расстояния между макрообъектами

В общепринятой квантовой теории рассматривается переход от теории микрочастиц к классической физике, однако это делается на фоне готового пространства-времени относительно макроприбора. В бинарной геометрофизике предлагается тот же путь, но сопряженный с параллельным выводом самого классического пространства-времени.

13.4.1. Формирование пространства-времени

1. Приведем наиболее близкую к данной программе формулировку такого перехода, сформулированную Дж. Уилером: «Прямой путь перехода от классической теории к квантовой дает формулировка Фейнмана. Выражение

$$\langle C_2\sigma_2|C_1\sigma_1 \rangle = \sum_H \exp\left(\frac{iS_H}{\hbar}\right) \quad (13.4.1)$$

представляет собой ключ, необходимый для оценки всех имеющих физический смысл величин: амплитуды вероятности перехода от некоторой конфигурации C_1 на пространственно-подобной гиперповерхности σ_1 к C_2 на σ_2 . Здесь H символизирует любую историю изменения системы между σ_1 и σ_2 , обладающую в качестве граничных значений конфигурациями C_1 и C_2 . Величина S_H является классическим действием, связанным с этой историей. Символ \sum_H обозначает суммирование с одинаковыми весами по всем историям, как допустимым, так и недопустимым с классической точки зрения, при такой нормировке, чтобы функция распространения (13.4.1) была унитарной» [93, с. 335].

При переходе от бинарной геометрофизики к классической физике решается задача, соответствующая записанной формуле, если несколько изменить смысл входящих в нее величин. Левую часть будем понимать в духе бинарной геометрофизики как амплитуду перехода между двумя состояниями достаточно сложной системы (на двух множествах \mathcal{M} и \mathcal{N} БСКО), а в правой части предлагается трактовать суммирование не по

классическим траекториям в готовом пространстве-времени, а по вкладам всех квазифотонов в парные отношения между частями сложной системы. При этом классическое действие S_H понимается в преобразованном (динамическом) виде, соответствующем введению эволюции во времени. Последнее означает, что речь идет не об установившемся в некоем процессе пространственном отношении, а о мыслимом его изменении из-за введения координаты времени.

2. Для установления классических пространственно-временных отношений существенен тот факт, что для макрообъектов все разности фаз для некоторого n практически равны нулю, что и трактуется как нахождение пары объектов, обозначенных единым символом b , на классическом расстоянии x_n . Это соответствует известным экспериментальным фактам корреляции между различными «фотонами» при определении расстояний между макрообъектами. Известно, что «фотоны» с одной и той же энергией k (длиной волны $\lambda = hc/k$), рожденные и на Земле, и на Солнце, и на любой звезде, попадая в интерферометр, дают одну и ту же разность фаз, т. е. сопоставляют двум разнесенным на расстояние x классическим объектам одно и то же значение фазы

$$\exp(i\varphi) \rightarrow \varphi = 2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{xk}{c\hbar}. \quad (13.4.2)$$

«Фотоны» с различными энергиями (длинами волн) соотносят свои фазы согласно формуле:

$$\varphi_1 \lambda_1 = \varphi_2 \lambda_2 = \dots = 2\pi x = Const, \quad (13.4.3)$$

причем постоянство x проявляется с высокой степенью точности, ограниченной закономерностями квантовой механики.

3. Классические пространственно-временные отношения характеризуются дираковской дельта-функцией, которая в теории прямого межчастичного взаимодействия имела смысл вклада от координатных пространственно-временных отношений.

Взглянем на эту величину с макроскопической точки зрения. Известно, что дельта-функцию можно представить в виде бесконечного ряда экспоненциальных слагаемых, которые будем интерпретировать не как формальный ряд, а как сумму реальных вкладов от экспоненциальных слагаемых, соответствующих неким неосуществившимся процессам, т. е. того, что в общепринятой теории называют фотонами. Фотонов в мире очень много, что может свидетельствовать о достаточно хорошем

приближении большой суммы интегралом вида

$$\delta(x' - x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik(x'-x)} dk. \quad (13.4.4)$$

Здесь интегрирование производится по величине k .

При записи этого выражения при данной интерпретации, разумеется, предполагается некий равномерный вклад фотонов, обладающих различными значениями импульсов. Примечательным свойством этого выражения является то обстоятельство, что для всех значений импульса передачи пишется одно и то же значение $(x' - x)$, соответствующее паре рассматриваемых макрочастиц.

4. Для окончательного введения классического пространства-времени необходимо осуществить ряд процедур. Перечислим главные из них.

- 1) Экспоненциальные вклады характеризуются скалярной величиной, представляемой в виде скалярного произведения 3- или 4-мерного импульса на изначально неопределенные множители с тремя компонентами:

$$\varphi = \vec{k}\vec{l}, \quad (13.4.5)$$

которые вследствие инвариантности фазы должны иметь векторный характер. Этот факт дает основание для перехода от одномерной к трехмерной модели.

- 2) Следует произвести согласование введенных вещественных расстояний (отношений) между отдельными парами макрообъектов в соответствии с законом унарной системы вещественных отношений ранга 5, т. е. доопределить классическое 3-мерие. Для решения этой задачи учитывается материал, изложенный в гл. 5.
- 3) Введение четвертого, времени-подобного измерения в реляционной теории соответствует фиктивному введению эволюции через значения расстояний. Эта фиктивная для микрочастиц размерность совпадает с реальной для макротел, участвующих в достаточно большом числе процессов.

На этом пути встает и ряд других задач.

13.4.2. Роль фазовых вкладов в построении геометрии

1. В изложенной программе перехода от бинарной геометрофизики к классическому понятию расстояния (метрики) и ко всей общепринятой геометрии ключевую роль играет фаза, т. е. элементы БСКО минимального ранга (2,2). Важная роль этого понятия в раскрытии сущности геометрии отмечалась Дж. Уилером, который писал: «Однако Природа

умеет „вести учет“ различия „фаз“. Значит, если Природа сводится к геометрии, „фаза“ также должна быть сводима к геометрии. Однако „фаза“ не всегда отчетливо отражает чисто геометрический характер исконно единой теории поля. Не впадает ли эта теория в чрезмерную узость, используя исключительно средства *дифференциальной* геометрии — геометрии в непосредственной окрестности точки? Не является ли ее пороком невозможность признания общности между отдаленными точками? Не являются ли обычные геометрические средства непригодными потому, что они, так сказать, вводят слишком много точек и допускают различимость этих точек в качестве постулата, не подлежащего сомнению? Не существует ли какой-либо возможности отбросить подобные неудачные основы и все же сохранить существенные черты глобальной структуры? Не достаточно ли одной точки? Не может ли эта точка повторять свою роль вновь и вновь, подобно тому, как электронный луч в телевизионной трубке, пробегая достаточно быстро, воспроизводит все изображение. Не будет ли взаимная „фаза“ двух точек играть более важную роль, если между точками будет иметь место более глубокая внутренняя связь этого типа? Конечно, здесь не идет речь об *изменении* теорий Эйнштейна и Максвелла; мы лишь ищем другую *формулировку* этой теории. *Существование в основных законах классического пространства-времени величины такого типа как относительная „фаза“ двух отдельных точек приводит исследователей, ищущих чисто геометрическое описание природы, к заключению, что понятие „фазы“ еще не нашло своего наиболее удачного геометрического средства выражения* (везде курсив Дж. Уилера) [93, с. 61]. Близкую мысль о роли «фазы» он высказывает и в других местах, относя к одной из важных нерешенных проблем физики вопрос: «Могут ли идеи римановой геометрии и геометродинамики быть переформулированы в таком виде, чтобы концепция относительной „фазы“ двух удаленных точек приобрела простой смысл?» [93, с. 207].

2. Предлагаемое здесь построение макроскопической теории классических пространственно-временных отношений в значительной степени является ответом на сформулированные Дж. Уилером вопросы. Они основаны на постановке понятия «фазы» во главу угла, причем не отдельной «фазы», а большой совокупности фазовых вкладов, из наложения которых предлагается выводить как понятие расстояния, так и всю классическую геометрию.

В приведенном высказывании Дж. Уилера особо примечательны следующие моменты. Во-первых, в нем выражено сомнение в обоснованности методов дифференциальной геометрии, основанных на «непосредственной окрестности точки». Здесь фактически ставится вопрос о воз-

возможности глобального задания фаз между удаленными точками, что означает переход к концепции дальнего действия. Об этом также говорят его слова об использовании в существующей теории «слишком многих точек» пространства и ставится вопрос о «какой-либо возможности отбросить эти неудачные основы». Именно это осуществляется в бинарной геометрофизике, причем в ней используются не безликие точки, а события и частицы, составленные из элементов. Фазы определены лишь для пар частиц (элементов), но не для эфемерных геометрических точек, где нет реальных частиц.

Во-вторых, заслуживает внимание рассуждение Уилера о повторении роли точки вновь и вновь, из чего строится изображение, как в примере с электронно-лучевой трубкой. Это может быть соотнесено с использованным выше приемом декомпактификации фазовых вкладов, когда на мысленной прямой каждый вклад повторяется вновь и вновь, а становление расстояния происходит из наложения большого числа этих вкладов.

Наконец, позволим себе отметить слова о том, «что понятие „фазы“ еще не нашло своего наиболее удачного геометрического средства выражения». На решение этого вопроса претендует программа бинарной геометрофизики, где фазовые вклады наряду с угловыми образуют мировые матрицы парных отношений.

3. Сопоставим идею о глобальном задании фаз между элементами (частицами) мира, эквивалентную в нашем подходе введению матриц отношений, порожденных (электромагнитными) процессами, с общепринятым выделением из электромагнитного поля продольной (плюс временной) части, «распространяющейся с бесконечной скоростью». О «мгновенности распространения» продольной части писал ряд классиков. Так, в книге Р. Фейнмана излагаются взгляды Э. Ферми на квантовую электродинамику: «Предположим, что все атомы Вселенной помещены в некотором кубе. Классически такой куб можно рассматривать как обладающий собственными колебаниями, описываемыми с помощью распределения гармонических осцилляторов, взаимодействующих с веществом. Переход к квантовой электродинамике заключается в простом предположении, что эти осцилляторы являются не классическими, а квантовыми. (...) Взаимодействие фотонов с веществом приводит к изменению числа фотонов n на ± 1 (излучение или поглощение). Поле в кубе можно представить в виде плоских стоячих волн, сферических волн или плоских бегущих волн e^{ikx} . Можно сказать, что полное поле в кубе состоит из кулоновского поля, ответственного за *мгновенное* взаимодействие зарядов по закону e^2/r_{ij} , и поля, связанного с *поперечными волнами*» [96, с. 10].

В работах самого Р. Фейнмана многократно обращается внимание на то, что действие для электромагнитного поля делится на две части: «Одна из них описывает вклад, обусловленный мгновенным кулоновским взаимодействием; оставшуюся часть назовем действием S_{field} , которое соответствует полю излучения (учет излучения обеспечивает все поправки к мгновенному полю, например поправки, связанные с запаздыванием суммарного воздействия электромагнитного поля и поправки на скорость распространения этого взаимодействия, которое не превышает скорости света)» [99, с. 262].

4. В этих и ряде других подобных высказываний наиболее примечательными являются слова о «мгновенности» кулоновского взаимодействия, что созвучно идее о матрице отношений, порожденной электромагнитным излучением. Эта матрица отношений характеризует *возможность* того или иного исхода процесса, тогда как поперечная часть определяет *действительность*, т. е. уже окончательный результат процесса электромагнитного взаимодействия.

5. При этом следует обратить внимание на дефект представления о мгновенности распространения продольной части именно как кулоновского потенциала e^2/r_{ij} . Это предполагает, что отдельный «испущенный фотон» уже несет в себе классическое представление о расстоянии, например, между излучателем i и всеми возможными приемниками j . Но в процессе его «распространения» (в классическом смысле) эти расстояния в общем случае изменяются. Как может оставаться это неизменное значение потенциала?

Реляционные представления о матрице компактифицированных отношений обладают тем преимуществом, что фазовый вклад может совмещаться с различными значениями классических расстояний, вводимых описанным выше способом.

13.5. Проблема квантования пространства-времени

Бинарная геометрофизика позволяет по-новому взглянуть на давно поставленную проблему квантования пространства-времени.

13.5.1. Макроскопический подход как квантование пространства-времени

Развиваемый в этой главе макроскопический подход к природе классического пространства-времени фактически представляет собой наибо-

лее естественный способ решения проблемы квантования пространства-времени, причем в этом подходе квантование приобретает ряд аспектов.

Во-первых, квантование проявляется уже в использовании идеи об элементарных носителях пространственно-временных отношений, возникающих в виде матрицы квазифотонных отношений, описываемых БСКО ранга (3,3) (или более высоких рангов). Как уже отмечалось, полагается, что в мире имеется дискретное число БСКО ранга (3,3), связанных с нереализованными процессами, на общепринятом языке называемыми излучением и поглощением фотонов. Это число является переменным.

Во-вторых, в предлагаемой теории рассматривается дискретное (большое, но конечное) число частиц, которые могут провзаимодействовать с ранее «испущенными фотонами». Как уже отмечалось, это число учитывается в значениях масс элементарных частиц.

В-третьих, в данном подходе уже сам факт нахождения электронов в квантованных состояниях предлагается понимать как квантованность пространственных отношений. Известно, что с позиций классических пространственно-временных представлений электрон не может находиться на стационарных орбитах, — он должен был бы сойти с них, излучая свет.

В-четвертых, возможность базиса разложить совокупность квазифотонных вкладов на множество ячеек (на распределения вкладов по системе единичных окружностей) также является своеобразным проявлением дискретности понятий (энергетических уровней, различных базисом).

В-пятых, естественно высказать гипотезу, что число возможных значений фаз на единичных окружностях не является бесконечным, а представляет собой дискретное множество. Заметим, что в развиваемой здесь модели пока этот вопрос практически не рассматривался, но такая возможность привлекательна и, видимо, будет исследоваться в будущем.

В-шестых, имеется достаточно много аспектов для обсуждения квантованности отношений, описываемых внутренними параметрами в теории БСКО ранга (6,6).

Идея о связи макроскопического подхода к природе классического пространства-времени с проблемой его квантования является естественной и фактически звучала во всех высказываниях его сторонников. В первой главе книги уже были приведены позиции по этому вопросу П. К. Рашевского, Е. Циммермана, Р. Пенроуза и других. Добавим еще несколько соображений, касающихся упомянутых выше аспектов.

Физик-теоретик Д. ван Данциг, неоднократно высказывавшийся в пользу макроскопической интерпретации пространства-времени, фактически касался вопроса о статистическом смысле расстояний. В частности, он писал: «Можно быть склонным рассматривать метрику как описывающую некое „нормальное“ состояние материи (включая излучение) и дать ей *статистическую* интерпретацию как некоторый вид среднего физических характеристик окружающих событий, вместо того чтобы класть ее в основу всей физики. На статистическую интерпретацию наводит также тот факт, что, например, измерение длины требует твердых тел, т. е. большого числа частиц. Однако еще не известно, *как* такая статистическая интерпретация метрики может быть получена» [35].

Здесь наиболее примечательными являются, во-первых, слова о метрике (читайте — о понятии расстояния) как описывающей «некое нормальное состояние материи (включая излучение)» и, во-вторых, предложение интерпретировать ее «как некоторый вид среднего характеристик окружающих событий». Именно так предлагается делать в предложенном здесь подходе.

Другой известный физик-теоретик А. Эддингтон, много сделавший для развития общей теории относительности, в своей книге «Фундаментальная теория» [126, 127] пытался конструктивно реализовать мысль о выводе классических понятий из физики микромира. Он настаивал на том, что введение длины (и соответствующее задание временного интервала) должно предшествовать заданию всех других физических величин, причем количественная часть рецепта введения длины должна состоять исключительно из безразмерных чисел. Он писал: «Только в квантовой теории развит метод задания физической структуры безразмерными величинами — числами элементарных частиц в квантовой системе. Таким образом, стандарт длины должен быть *квантово-определяемой структурой*» [126].

Однако конкретные попытки А. Эддингтона построить такую теорию оказались неудачными. На наш взгляд, он не смог найти, какие частицы (вклады) и в каких состояниях необходимо суммировать, чтобы получить прообраз классических длин (метрики). Видимо, это затрудняло использование им не реляционного, а теоретико-полевого или геометрического миропониманий.

13.5.2. Иные подходы к квантованию пространства-времени

Обсуждение вопроса о возможной дискретности пространства и времени длится уже несколько тысячелетий, что отображено в монографии

А. Н. Вяльцева [29]. Уже древние греки, а затем мыслители средних веков проанализировали ряд характерных свойств дискретного пространства и времени: изотаксии, кекинемы, реновации и др. Не ослабевал интерес к этой проблеме и позже. В прошедшем столетии его обсуждение происходило на качественно новой основе, когда теория пространства и времени перешла из сферы философии и чистой математики в предмет изучения физиков, как теоретиков, так и экспериментаторов.

В XX веке постановка вопроса о дискретности пространства-времени или о его квантовании была обусловлена рядом встретившихся трудностей в физике микромира, заставивших допустить, что в микромире они теряют силу. Об этом писали А. Эйнштейн, А. Эддингтон, Р. Фейнман и ряд других авторов. Так, Эйнштейн писал: «Предложенная здесь физическая интерпретация геометрии не может быть непосредственно применена к областям пространства субмолекулярных размеров (...) Однако может оказаться, что подобная экстраполяция имеет не больше оснований, чем распространение понятия температуры на части тела молекулярных размеров» [128, с. 88].

В том же ключе позже высказывался польский физик-теоретик А. Траутман: «Следует помнить, что теория относительности является также теорией строения пространства-времени. В ее основе лежит гипотеза, что пространство-время непрерывно, точнее, что оно обладает структурой дифференциального многообразия. Это предположение, по-видимому, лежит в фундаменте классической физики, но оно далеко от очевидности, если принять во внимание квантовую природу явлений. Теория с непрерывным пространством-временем предполагает возможность идентификации произвольно близких событий. Но это с учетом атомарного строения материи и конечных размеров элементарных частиц не является выполнимым» [90].

Выводы о необходимости изменения пространственно-временных представлений в малом заставляют задуматься и о справедливости классических представлений на значительных макрорасстояниях. Об этом говорил Эйнштейн на Сольвеевском конгрессе в 1927 году, приводя пример с дифракцией электронов, регистрируемой на фотопластинке больших размеров. Луи де Бройль по этому поводу писал: «И было бы недостаточно сказать, что наши понятия пространства и времени, взятые из макроскопического опыта, вполне могут оказаться ошибочными в применении к объектам атомного масштаба: в описанном случае фотопленка имеет макроскопические размеры (ее площадь может составлять 1 м^2), и дело, по-видимому, сводится определенно к тому, чтобы признать непригодность понятий пространства и времени даже

в макроскопическом масштабе, с чем, по правде говоря, по-видимому, довольно трудно согласиться» [11, с. 27].

Вопрос о квантовании пространства-времени ставился рядом авторов независимо от идеи о макроскопической природе пространства-времени. Кратко рассмотрим предлагавшиеся пути его решения, сравнивая их с макроскопическим подходом.

I. Модель ячеистой структуры пространства предлагалась и исследовалась в работах ряда авторов: В. А. Амбарцумяна и Д. Д. Иваненко [2], А. Даса, Е. Коула и др. В этом подходе пространство мыслилось в виде прямолинейной трехмерной решетки или более изошренных решеток из тетраэдров или иных геометрических фигур. Сюда примыкают работы по замене математического аппарата дифференциального исчисления на методы конечно-разностных вычислений.

Главным недостатком этого подхода является тот факт, что в нем предлагалась лишь простая замена априорного *непрерывного* пространства-времени на также исходно заданное, но только *дискретное* пространство. Другим недостатком, уже технического плана, является нарушение свойства изотропии классического пространства.

II. Идея минимальной длины в пространстве рассматривалась в работах И. Е. Тамма, В. Г. Кадышевского [41] и многих других авторов. Отметим, что гипотезе минимальной длины эквивалентна идея максимального импульса. Как правило, работы этого направления непосредственно связаны с попытками решения проблемы расходимостей в теории поля. В качестве минимальной длины назывались размеры порядка классического радиуса электрона $l_e = e^2/mc^2 \sim 10^{-13}$ см, характерные размеры электрослабых $l_w \sim 10^{-17}$ см или сильных взаимодействий. В последнее время в связи с усилением интереса к проблеме объединения гравитации и квантовой теории поля в качестве основного претендента на минимальную длину рассматривается планковская длина $l_P = \sqrt{G\hbar/c^3} \sim 10^{-33}$ см. Заметим, что введение минимальной длины в большинстве работ данного направления еще не означало постановки вопроса о получении классических расстояний из минимальных длин.

III. Теория квантованного пространства и времени основана на перенесении методов квантовой механики непосредственно на операторы пространства или времени. Это направление развивалось в работах Снайдера [84] и других авторов.

С позиций макроскопического подхода данная постановка вопроса имеет смысл при переходе от одномерной модели к 3-мерным пространственным отношениям, поскольку из одних и тех же элементарных вкладов получают разные проекции классических векторов смещений.

IV. Анализ конечных геометрий предпринимался с целью положить в основу геометрии не непрерывное множество, а конечное число точек поля Галуа. Эти исследования проводились в работах Х. Коиша [44], И. С. Шапиро [122, 123] и других авторов. Предлагалось строить теорию физического пространства-времени на основе поля Галуа, в котором определены операции сложения и умножения по простому модулю (т. е. по числу p). Как писал Шапиро, «метрические отношения (т. е. понятие расстояния) в конечном пространстве ввести невозможно. В силу этого проблемы „световых“ сигналов в некотором смысле не существует, поскольку нет никакой возможности ввести такое понятие, как скорость сигнала. Иными словами, в рассматриваемой концепции предполагается, что в микромире понятие длины, т. е. расстояния между двумя точками, теряет всякий смысл» [123, с. 164]. В связи с этим предлагается строить теорию не на всех точках, а использовать лишь некоторое их подмножество, выбранное так, что в нем можно установить привычные нам метрические отношения, которые охватывают наблюдаемый интервал расстояний от классического радиуса электрона 10^{-13} см до наблюдаемых размеров Вселенной в $13,5 \cdot 10^9$ световых лет.

В конечном пространстве возникают необычные свойства и дополнительные к классическим симметрии, которые предлагалось связать со свойствами и закономерностями физики элементарных частиц (с барионными и лептонными числами, с дискретностью электрического заряда, с комбинированной инверсией). Но главное, на что были нацелены эти исследования, — это дать новую геометрическую интерпретацию теории электрослабых взаимодействий.

Со времени тех исследований прошло немало времени. Теория электрослабых взаимодействий сейчас представляется в совершенно ином свете. В развиваемой здесь бинарной геометрофизике аналогичная задача геометризации электрослабых взаимодействий решается в рамках бинарной геометрии (в рамках БСКО ранга (6,6)), а не на основе конечной геометрии в виде поля Галуа. Однако сама идея конечных множеств, как нам представляется, имеет перспективы в связи с возможным использованием конечных циклических групп для описания микросостояний в макроскопическом подходе к пространству и времени, о чем уже упоминалось выше.

13.6. Некоторые выводы и замечания

1. Ряд положений, сформулированных в этой части книги, уже был неоднократно высказан рядом физиков и математиков, в том числе и непосредственными создателями квантовой теории и теории отно-

сительности. Однако в процессе довольно сложного, подчас бурного и противоречивого развития теоретической науки, с характерными для нее односторонними удачами и неизбежными иллюзиями, многие высказывания и точки зрения оказались забытыми или не привлекали должного внимания. Чтобы изложенное не казалось «гласом вопиющего в пустыне», здесь сознательно и порой довольно пространно приводились цитаты из работ классиков фундаментальной физики. При этом автору уже трудно различить, какие из них послужили стимулом для формулировки сделанных здесь утверждений, а какие были подобраны позже в качестве иллюстрации или подкрепления своей точки зрения.

2. Развиваемый в книге макроскопический подход к природе классического пространства-времени не противоречит следствиям уже существующей теории. Напротив, его отличает направленность на построение реляционной интерпретации имеющейся теории, которая позволила бы на новой основе преодолеть ряд трудностей современной теоретической физики.

3. Вместе с тем, развиваемая теория в корне противоречит ныне господствующим представлениям о физическом вакууме. Это не относится к введению вакуума в квантовой теории поля как наимизшего состояния, на которое действуют операторы рождения и уничтожения частиц. В таком его понимании это не более как формальный технический прием вычислений, не вызывающий возражений. Предлагаемый здесь *макроскопический подход к природе классического пространства-времени несовместим с представлением о вакууме как о реально существующей субстанции* независимо от того, вносится ли он в уже постулированное пространство-время, как это предполагается большинством исследователей, или этот «бурлящий» вакуум в микромасштабах создает флуктуации метрики (самого пространства-времени), как это утверждалось в геометродинамике Уилера [93].

Согласно разрабатываемой в книге теории, все, что принято ныне ассоциировать с флуктуациями вакуума, следует трактовать через вклады на рассматриваемые микропроцессы со стороны явлений (процессов) окружающего мира. На наш взгляд, такой подход более содержателен и обладает значительно большими перспективами, поскольку заменяет идеализированные (надуманные) представления о самостоятельности локальных свойств систем на их обусловленность реальными процессами в окружающем мире в соответствии с принципом Маха.

4. Бинарная геометрофизика и макроскопический подход к природе классического пространства-времени представляют собой альтернативу суперструнному (супермембранному) направлению исследований (см., например, [15, 33, 94]), столь модному в теоретической физике конца

XX века. Как известно, суперструны (мембраны или браны) вводятся с целью получения новых степеней свободы, необходимых для описания свойств микроматерии. Предлагается в качестве таковых использовать моды колебаний суперструн. Однако колебания суперструн могут происходить лишь на фоне готового пространства-времени. Как пишет один из известных специалистов в области теории суперструн Б. Грин, «современная формулировка теории струн заранее предполагает существование пространства и времени, в котором струны (и другие объекты М-теории) движутся и вибрируют. Это позволяет вывести физические свойства теории струн во Вселенной с одним временным измерением, определенным числом развернутых пространственных измерений (обычно равных трем) и определенным числом дополнительных измерений, которые свернуты в одну из конфигураций, допускаемых уравнениями движения теории» [33, с. 244].

Однако Б. Грин и ряд других исследователей сознают ограниченность выдвигаемой ими картины мира. Так, Грин в конце своей книги, излагающей программу теории суперструн, пишет: «Мы не должны ограничивать теорию, заставляя ее действовать в уже существующих рамках пространства-времени. Вместо этого, так же, как мы должны позволить нашей художнице работать с чистого листа, мы должны позволить теории струн *создавать* ее собственную пространственно-временную арену, начиная с конфигурации, в которой пространство и время отсутствуют. (...) Нахождение корректного математического аппарата для формулировки теории струн без обращения к изначальным понятиям пространства и времени является одной из наиболее важных задач, с которыми сталкиваются теоретики. Разобравшись в том, как возникают пространство и время, мы смогли бы сделать огромный шаг к ответу на ключевой вопрос, какая геометрическая структура возникает *на самом деле*» [33, с. 244].

Бинарная геометрофизика и макроскопический подход к природе классического пространства-времени как раз и представляют собой альтернативу построения физической картины мира, не опирающейся на чистый лист из готового пространства-времени. Отметим, что большая часть изложенного в книге материала (начиная с 4-й главы) не опирается на априорно заданное пространство-время. Исходными понятиями здесь являются отношения между элементами, описывающими реально существующие частицы. Бинарная геометрофизика не нуждается во введении каких-либо колебаний. Прообраз времени заложен в постулате бинарности систем отношений. Фазовые вклады, которые обычно ассоциируются с колебаниями, в этой теории имеют совершенно иной

смысл — это парные отношения БСКО минимального ранга (2,2), являющейся подсистемой отношений БСКО более высоких рангов.

5. Содержащийся в книге материал не претендует на законченную теорию. Скорее, это предложение альтернативного пути и программы предстоящих исследований. Автор отдает себе отчет в сложности проблем, с которыми неизбежно столкнутся исследователи, однако надеется на их успешное преодоление.

6. Реляционное миропонимание открывает широкие перспективы для новых исследований. Сразу же становится ясным, что за тем, что нами воспринималось как априорно заданное пространство-время, кроется гигантский массив вкладов от процессов окружающего мира, из которого мы извлекаем лишь усредненные понятия в виде расстояний (плоской или искривленной метрики) и физических полей. Можно ожидать, что из конгломерата отношений можно будет выделить более тонкие взаимосвязи между объектами (материальными структурами) и явлениями. Не исключено, что ряд загадочных явлений из области биологии, сознания или психики человека (см. [38]) представляет собой проявления подобных взаимосвязей между достаточно сложными биологическими объектами.

Реляционная интерпретация квантовой механики



Поскольку ключевые положения бинарной геометрофизики нацелены на описание свойств физики микромира, представляется целесообразным уделить особое внимание интерпретации в ее рамках квантовой механики. По сути дела, основные идеи, касающиеся этого вопроса, уже были изложены выше, и нам остается лишь их приложить непосредственно к интерпретации квантовой механики. Этому посвящен первый раздел данной главы, где изложена суть реляционной интерпретации и ее соотношение с общепринятой в теоретико-полевом подходе копенгагенской интерпретацией.

Реляционный подход применен к описанию энергетических уровней связанных систем из частиц в виде атома. Показано, что этот подход тесно связан с $O(4)$ -симметрией уравнения Шредингера в задаче атома водорода, открытой в работах В. А. Фока и Е. А. Хиллерааса.

Реляционная интерпретация родственна фейнмановской формулировке квантовой механики, введенной ее автором в качестве квантового аналога классической теории прямого межчастичного (электромагнитного) взаимодействия, т. е. также построенной в рамках реляционного подхода. Сопоставлению реляционной и фейнмановской интерпретаций посвящен третий раздел данной главы.

14.1. Новая интерпретация квантовой механики

Ричард Фейнман, развивая электродинамику в реляционной (дуалистической) парадигме, вынужден был разработать ее квантовый вариант в виде так называемой фейнмановской формулировки квантовой механики. Аналогичная задача возникла и в бинарной геометрофизике, которая представляет собой, в частности, переформулировку и переосмысление содержания квантовой теории.

Сразу же подчеркнем, что как фейнмановская формулировка не противоречит принципам квантовой механики, а представляет собой

иной взгляд на ее содержание, так и реляционная интерпретация не противоречит выводам уже сложившейся квантовой механики. Более того, в ряде положений она усиливает и развивает ее принципы. В связи с этим следует напомнить слова Р. Фейнмана: «Теории известного, основанные на разных физических представлениях, могут быть совершенно эквивалентными во всех своих выводах, а потому неразличимы в научном отношении. Но они не идентичны психологически, когда мы пытаемся, оттолкнувшись от них, шагнуть в неизвестное. Ведь с разных точек зрения можно усмотреть разные возможности для модификаций. . . » [97, с. 230]. Реляционная интерпретация квантовой теории призвана расчистить путь, по которому можно было бы дальше «шагнуть в неизвестное».

14.1.1. Суть реляционной интерпретации квантовой механики

1. Современная квантовая механика построена в рамках *дуалистической теоретико-полевой парадигмы*. В ней одной из двух ключевых категорий является априорно заданное классическое пространство-время, а в качестве другой выступает поле амплитуды вероятности (как самих фермионных частиц, так и бозонных полей переносчиков взаимодействий). Новая реляционная интерпретация формулируется на базе не дуалистической, а реляционной *монистической парадигмы*, которая основана на одной ключевой категории бинарных систем комплексных отношений. Таким образом, главное отличие реляционной интерпретации квантовой механики от копенгагенской и всех иных имеет парадигмальный характер, т. е. обусловлено использованием разных метафизических парадигм.

2. В стандартном изложении квантовая механика не претендует на обоснование свойств пространства-времени. Поля микрочастиц и переносчиков взаимодействий вкладываются в априорно заданное пространство-время, причем понятие поля бессмысленно в отсутствие пространственно-временного фона, на котором оно определяется. В реляционном же подходе нет подобного фона, и предлагается **выводить пространственно-временные отношения из более первичных комплексных отношений, причем параллельно с формированием квантовомеханических закономерностей**. Другими словами, реляционная интерпретация квантовой механики тесно связана с теорией пространства-времени (с геометрией).

В рамках бинарной геометрофизики фактически предлагается решение проблемы, которую сформулировал еще Луи де Бройль на заре

становления квантовой механики. В частности, им отмечалось, что в ней понятия пространства и времени «нужно было бы заменить другими понятиями, играющими фундаментальную роль в микропроцессах». Напомним также сделанное им тогда замечание: «Однако пока мы не добились успеха в распространении наших представлений в указанном направлении, мы должны стараться с большими или меньшими трудностями втиснуть микроскопические явления в рамки понятий пространства и времени, хотя нас все время будет беспокоить чувство, что мы пытаемся втиснуть алмаз в оправу, которая ему не подходит» [12, с. 187]. Прошедшие с тех пор годы свидетельствуют о том, что это чувство беспокоило не только де Бройля, но и многих других физиков XX века. Более того, оно не оставляет их и по сей день.

3. Главной чертой квантовой механики, как в общепринятой копенгагенской интерпретации, так и в реляционной, является ее вероятностный характер. Именно это свойство заложено в основу теории бинарных систем отношений, где два множества элементов определяют состояния систем (микросистем) в начале и в конце элементарного звена процесса, а парные отношения характеризуют амплитуду вероятности возможных переходов (реализации процесса). Эта математическая конструкция, положенная в основу бинарной геометрофизики, отражает сущность квантовой механики и в то же время соответствует идее Аристотеля о соотношении возможности и действительности. Наличие системы отношений (ее возникновение в момент излучения) означает создание матрицы из парных отношений, определяющей возможные исходы процесса взаимодействия.

В связи с этим хотелось бы отметить созвучие развиваемой здесь программы со словами В. Гейзенберга, сказанными по поводу интерпретации квантовой механики, намеченной в работе Бора, Крамерса и Слэтера: «С введением волны вероятности в теоретическую физику было введено совершенно новое понятие. В математике или статистической механике волна вероятности означает суждение о степени нашего знания фактической ситуации. (...) Но волна вероятности, по Бору, Крамерсу и Слэтеру, была чем-то гораздо большим. Она означала нечто подобное стремлению к определенному протеканию событий. Она означала количественное выражение старого понятия „потенция“ аристотелевской философии. Она ввела странный вид физической реальности, который находится приблизительно посередине между возможностью и действительностью» [30, с. 16].

В другом месте В. Гейзенберг писал: «Понятие возможности, которое играет решающую роль в философии Аристотеля, в современной физике снова заняло центральное положение. Математические законы кванто-

вой теории можно рассматривать как количественную формулировку аристотелевских понятий „дюнамис“ или „потенция“» [30, с. 393]. Именно это «понятие возможности» в виде комплексных отношений между элементами бинарных систем занимает центральное положение в основаниях бинарной геометрофизики, причем еще более существенное, нежели в общепринятой квантовой механике.

4. Понятие системы отношений в реляционной интерпретации заменяет то, что в общепринятой физике (в квантовой механике) интерпретируется как распространение волны излучения. В реляционном подходе нет распространения чего бы то ни было. Процесс поглощения излучения одновременно означает исчезновение соответствующей системы отношений.

Общепринятые представления о распространении волны излучения и затем его поглощении, т. е. о «редукции волнового пакета», зачастую вызывают ряд недоразумений, поскольку трактовка волны как реально существующей в пространстве-времени и ее редукция в приемнике многими понимается как процесс «схлопывания» материальной волны практически в точку с бесконечной скоростью. Строго говоря, в копенгагенской интерпретации квантовой механики уже заложено предостережение о недопустимости подобной столь упрощенной трактовки волны излучения, однако в бинарной геометрофизике эта мысль реализована в более четкой форме.

5. С позиций бинарной геометрофизики введение волновой функции обусловлено невозможностью применения к отдельным микрочастицам понятия координаты (положения), а следовательно, их нельзя характеризовать отдельными точками в унарной геометрии. Это является следствием более первичных понятий и закономерностей, из которых предлагается выводить как саму геометрию, так и понятие волновой функции на ней.

В копенгагенской же интерпретации квантовой механики исходят из факта невозможности классического описания микрочастиц на фоне готового пространства-времени, фактически предлагается смириться с этим и довольствоваться специфическими «правилами игры». В ней основным понятием (примитивом теории) предлагается считать волновую функцию микросистем, которая, по существу, является неким «черным ящиком», из которого по установленным правилам извлекают необходимую информацию. Такой подход неизбежен, если исходить из *априорно заданного* классического пространства-времени.

6. В общепринятой копенгагенской интерпретации квантовомеханические закономерности приписываются самой микрочастице. Согласно принципу дополнительности Н. Бора, геометрические и динамические

свойства частиц дополняют друг друга, точность их измерения характеризуется квантовомеханическим принципом неопределенностей. В реляционной интерпретации эта неопределенность присуща не самим выделенным частицам, а их отношениям с другими частицами, определяемым огромной совокупностью элементарных систем отношений (совокупностью незавершившихся процессов излучения).

7. В реляционной интерпретации еще более возрастает и становится более понятной роль макроприбора в описании микрочастиц, поскольку, во-первых, сами параметры элементов имеют смысл лишь относительно базиса системы отношений и, во-вторых, сам базис должен быть достаточно сложным, чтобы можно было говорить о статистическом получении пространственно-временных отношений. Теперь, оказывается, *макроприбор не только влияет на состояния частицы и трактовку результатов эксперимента, но и в значительной степени становится ответственным за сами классические пространственно-временные представления.*

14.1.2. Реляционное обоснование ряда понятий квантовой механики

В рамках предложенного здесь реляционного подхода *дается теоретическое обоснование ряда феноменологически установленных понятий и процедур общепринятой квантовой механики.*

1. Прежде всего, к ним следует отнести введение в квантовую механику понятия комплексной амплитуды вероятности, из которой определяется в виде квадратичной комбинации классическая плотность вероятности. Действительно, у всех, приступающих к изучению квантовой механики, возникает вопрос, почему в ней исходят не прямо из понятия вероятности (или плотности вероятности), а из квадратного корня из вероятности? Некоторые не могут смириться с этим обстоятельством и пытаются переформулировать квантовую теорию непосредственно на основе понятия плотности вероятности.

В реляционном подходе на основе бинарных систем комплексных отношений ответ на этот вопрос содержится в необходимости перехода от исходных БСКО к унарной геометрии (к унарным системам вещественных отношений) и к другим понятиям классической физики, который осуществляется посредством определения вещественных унарных отношений через квадратичные комбинации из комплексных бинарных отношений.

2. Следующий вопрос связан с использованием в квантовой теории комплексных величин вместо привычных в геометрии и в классической

физике вещественных величин. Это обстоятельство объясняется тем, что в физике микромира теряет силу ряд привычных свойств геометрии, в частности, классическое понятие больше-меньше. В современной квантовой теории данный факт отражен широким использованием комплексных чисел, у которых нет свойства линейной упорядоченности, как это имеет место для вещественных чисел, которыми описывается классическое пространство-время. В силу этих причин и первичные отношения бинарной геометрофизики описываются комплексными числами.

3. Еще одним обстоятельством в квантовой теории является наличие векторов в двух пространствах, что в аксиоматике квантовой механики Дирака [36] отражено двумя типами векторов: со-векторов $\langle \text{bra} |$ и векторов $| \text{ket} \rangle$. Скалярные произведения в квантовой теории строятся из совокупности векторов двух типов, например $\langle B | A \rangle$. Как пишет Дирак, «из данных здесь определений видно, что со-векторы имеют совсем иную природу, чем векторы, и до сих пор между ними не было никакой связи, за исключением возможности образования скалярного произведения для любого вектора и со-вектора» [36, с. 38]. В бинарной геометрофизике векторы и со-векторы соответствуют двум множествам элементов, на которых строится теория бинарных систем комплексных отношений. Их скалярные произведения определяют парные отношения между элементами двух множеств. Для свободных частиц со-вектор находится во взаимно однозначном соответствии с вектором, т. е. является комплексно сопряженным вектору.

4. Важным свойством микрочастиц в квантовой теории является их волновой характер. В реляционной интерпретации квантовой механики истоком волновых свойств является цикличность (компактифицированность) первичных отношений, описываемая БСКО ранга (2,2). Напомним, при переходе от БСКО ранга (3,3) к унарной геометрии классические расстояния предлагалось получать из конформных факторов, являющихся элементами БСКО ранга (2,2). Согласно свойствам элементарных частиц, комплексный конформный фактор должен иметь модуль, равный единице, что и означает циклический характер ($\sim \exp(i\varphi)$) ключевых понятий теории микромира.

5. Другой причиной волновых свойств является представление показателя экспоненты в виде $\varphi = (\vec{p} \vec{x})$, т. е. в виде скалярной комбинации двух понятий: импульса (скорости) и координаты, соответствующих двум унарным геометриям, которые получаются близким методом квадрирования из одной и той же первичной БСКО ранга (3,3). Этим шагом устанавливаются комплексные циклические отношения между частицами (элементами) окружающего мира. Но цикличность отношений еще не означает волновых свойств.

6. Волновой характер поведения частицы возникает лишь в результате дополнительного постулата, чуждого реляционному подходу к микромиру, о распространении частицы в готовом пространстве-времени, что достигается введением *текущей* времени-подобной координаты x^0 и превращением фазового вклада в классическое действие ($\varphi \rightarrow iS/\hbar$). Поскольку классическое действие определяется вдоль одной времени-подобной мировой линии частицы, а отношения задаются между исходным состоянием (положением) частицы и всеми другими окружающими частицами, то не остается ничего иного, как дополнить постулат распространения возможностью эволюций вдоль множества траекторий, всеми возможными способами как бы соединяющими исходное состояние частицы со всеми другими.

7. Еще один важный вопрос, возникающий при освоении квантовой теории, связан со спинорностью частиц. Справедливо считается, что спин является сугубо квантовым понятием. Однако нередко возникает вопрос: почему основные виды элементарных частиц описываются именно спинорными волновыми функциями? Если исходить из классических представлений, казалось бы, ничто не мешает частицам быть скалярными или векторными. В общепринятом подходе наиболее убедительный ответ на этот вопрос состоит в том, что из спинорных величин можно построить скалярные и векторные величины, а наоборот нельзя, т. е. спинор представляется самым простым объектом.

В бинарной геометрофизике *спинорность частиц, получает строгое логическое обоснование*: элементы ключевой БСКО ранга (3,3) описываются 2-компонентными спинорами. В теории, опирающейся на БСКО более высокого ранга, 2-компонентные спиноры характеризуют внешние свойства элементарных частиц.

Одним из существенных отличий бинарной геометрофизики от общепринятой квантовой теории является то, что в ней спиноры получаются не извлечением квадратного корня из классических векторов, как это делается в квантовой механике, а наоборот, — векторы и другие величины выводятся из спиноров как более первичных понятий теории.

Из строгого алгебраического подхода к спинорам на основе алгебр Клиффорда над полем вещественных чисел делается вывод, что характер спиноров (вещественность, комплексность или кватернионность, число компонент и т. д.) определяется пространством, в котором они вводятся. В бинарной геометрофизике предлагается обратный ход: из вида первичных спиноров определяются свойства соответствующего им пространственно-временного многообразия. В понятии 2-компонентных спиноров содержится прообраз (причина) как размерности, так и сигнатуры классического пространства-времени.

8. В рамках бинарной геометрофизики (реляционного подхода) обосновывается вид общепринятых лагранжианов для взаимодействующих микрочастиц, причем это делается на основании специфических свойств теории систем отношений. Прообраз действия частиц, оказывается, представляет собой своеобразный объем бинарной геометрии.

14.2. Природа атома в бинарной геометрофизике

Одной из важнейших задач квантовой механики является описание энергетических уровней атомов. Именно эти уровни позволяют базису в виде атома распределять квазифотонные вклады по отдельным микросостояниям, что необходимо для реализации идеи о макроскопической природе классического пространства-времени. В рамках реляционного подхода решение данной задачи становится возможным еще до введения категории классического пространства-времени и без использования соответствующих теоретико-полевой парадигме уравнений Шредингера или Дирака. Это достигается посредством учета принципа Маха, ранее использованного при получении масс элементарных части. Однако в данном случае следует исходить из глобальных свойств мира не по внутренним параметрам (с индексами 3, 4, 5), а по внешним (с индексами 1 и 2), и при этом опираться на БСКО процессов в прошлом.

Пусть в качестве базиса (системы из двух эталонных элементов) БСКО ранга (3,3) выбран простейший атом, состоящий из протона и электрона. Как уже указывалось, в реляционной интерпретации квантовой механики совокупность незавершившихся процессов задает отношения между элементами мира, в том числе и между элементами связанного базиса.

Поскольку в реляционной теории на базе БСКО ранга (3,3) ключевой характеристикой элементарного базиса является фундаментальное 2×2 -отношение Δ_0 , определенное в (4.2.5), то естественно положить, что оно определяется вкладами от процессов окружающего мира. Возьмем элементарный базис, удовлетворяющий условиям (4.2.6), из которых следует, что он определяется четырьмя параметрами y_μ , выражаемыми из парных отношений между элементами базиса соотношениями (4.2.7). **Постулируем, что выбранный элементарный базис характеризуется постоянным значением параметра $y_0^2 = Const$, тогда, вводя обозначение $\Delta_0 \equiv y_4^2$, имеем:**

$$y_0^2 = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 = Const. \quad (14.2.1)$$

В итоге получается квадратичная форма в некоем эффективном римановом пространстве (постоянной положительной кривизны), которое можно трактовать как унарную геометрию, получаемую особым образом из БСКО ранга (3,3).

14.2.1. Римановы отношения

Чтобы описать связанные состояния частиц учтем, что кроме использованных в части 2 двух способов перехода к унарной геометрии, соответствующих введению токового пространства и пространственно-временных отношений, имеется еще один, наиболее простой способ перехода от БСКО ранга (3,3) к УСВО ранга (5). Принципиальная сторона этого перехода иллюстрируется прежним рис. 5.4.

1. Пусть i, α и k, β — две пары сопряженных, согласно (4.2.14), элементов. Определим между ними парное отношение a_{ik} (новые элементы будем обозначать латинскими индексами соответствующих элементов из \mathcal{M}) через симметричную комбинацию перекрестных отношений в БСКО ранга (3,3):

$$a_{ik} = a_{ki} = \frac{1}{2} (u_{i\beta} + u_{k\alpha}) = \frac{1}{2} (i^1 \beta^1 + i^2 \beta^2 + k^1 \alpha^1 + k^2 \alpha^2). \quad (14.2.2)$$

Очевидно, что эти парные отношения вещественны. Зададим также внутренние отношения a_{ii}, a_{kk}, \dots для каждой из «спитых» пар в виде

$$a_{ii} = u_{i\alpha}; \quad a_{kk} = u_{k\beta}; \quad \dots \quad (14.2.3)$$

2. Перейдем от комплексных параметров к вещественным согласно формулам:

$$\begin{aligned} i^1 &= y_{1(i)} + iy_{2(i)}; & i^2 &= y_{3(i)} + iy_{4(i)}; \\ k^1 &= y_{1(k)} + iy_{2(k)}; & k^2 &= y_{3(k)} + iy_{4(k)}; \\ \dots & & \dots & \end{aligned} \quad (14.2.4)$$

тогда перекрестные и внутренние парные отношения (14.2.2) и (14.2.3) принимают вид:

$$a_{ik} = y_{1(i)}y_{1(k)} + y_{2(i)}y_{2(k)} + y_{3(i)}y_{3(k)} + y_{4(i)}y_{4(k)}; \quad (14.2.5)$$

$$a_{ii} = y_{1(i)}^2 + y_{2(i)}^2 + y_{3(i)}^2 + y_{4(i)}^2; \quad a_{kk} = y_{1(k)}^2 + y_{2(k)}^2 + y_{3(k)}^2 + y_{4(k)}^2 \dots \quad (14.2.6)$$

3. Очевидно, что (14.2.5) можно понимать как скалярное произведение двух векторов в 4-мерном евклидовом пространстве. Их длины определяются формулами (14.2.6). Этот факт можно отобразить в виде

равенства нулю определителя Грама для пяти векторов (для пяти спитых пар):

$$\Phi_{(5)} = \begin{vmatrix} a_{ii} & a_{ik} & a_{ij} & a_{im} & a_{in} \\ a_{ki} & a_{kk} & a_{kj} & a_{km} & a_{kn} \\ a_{ji} & a_{jk} & a_{jj} & a_{jm} & a_{jn} \\ a_{mi} & a_{mk} & a_{mj} & a_{mm} & a_{mn} \\ a_{ni} & a_{nk} & a_{nj} & a_{nm} & a_{nn} \end{vmatrix} = 0. \quad (14.2.7)$$

4. На пары «спитых» элементов, для которых строится унарная геометрия, наложим дополнительные условия:

$$a_{ii} = a_{kk} = \dots = 1; \rightarrow y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 = 1. \quad (14.2.8)$$

Выражая y_4 через три независимых параметра y_1, y_2, y_3 , приходим к 3-мерной римановой геометрии (с постоянной положительной кривизной), когда перекрёстные парные отношения (14.2.5) превращаются в (2.6.10), а соотношение (14.2.7) переходит в закон (2.6.9) УСВО ранга (5).

14.2.2. Риманова геометрия и уровни атома водорода

1. Любой происшедший (но незавершившийся) процесс в мире вносит парное отношение между элементами базиса (или связанного состояния частиц), которое ложится на одну из точек 3-мерной гиперсферы в абстрактном 4-мерном евклидовом пространстве. Но мир огромен, и гиперсфера заполнена точками-отношениями. Постулируем, что координаты точек-отношений на мировой гиперсфере отображаются в значения параметров y_k , характеризующих внутренние отношения атомного базиса БСКО ранга (3,3). Другими словами, можно сказать, что в каждом атоме отображаются все события окружающего мира. Этот постулат соответствует принципу Маха, понимаемому как зависимость величин (закономерностей) в малом от глобальных свойств окружающего мира.

Отметим, что теперь обсуждаются вклады от событий в прошлом не на 1-мерной окружности, как это было в гл. 13 при обсуждении принципиального вопроса о природе получения вещественных расстояний из компактифицированных величин, а на 3-мерной гиперсфере, что фактически означает учет прообраза размерности классического пространства.

2. Исходя из изложенного, введем функцию распределения $\Psi(y_1, y_2, y_3, y_4)$ (плотность точек-отношений) на 3-мерной гиперсфере,

где y_s — четыре введенные выше декартовы координаты в 4-мерном евклидовом пространстве. Естественно предположить, что функция распределения не произвольна, а удовлетворяет некоторым условиям. Простейшее, что можно придумать, можно сформулировать в виде следующего постулата: **функция распределения точек-отношений на 3-мерной гиперсфере относительно элементарного базиса удовлетворяет сферической части 4-мерного уравнения Лапласа:**

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_3^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_4^2} \right) \Psi(y_1, y_2, y_3, y_4) = 0. \quad (14.2.9)$$

3. Перейдем к сферическим координатам α , θ и φ на трехмерной гиперсфере, согласно известным формулам:

$$y_1 = \rho \sin \alpha \sin \theta \cos \varphi; \quad y_2 = \rho \sin \alpha \sin \theta \sin \varphi; \quad y_3 = \rho \sin \alpha \cos \theta; \quad y_4 = \rho \cos \alpha \quad (14.2.10)$$

и представим функцию распределения Ψ в виде произведения радиальной и угловой частей:

$$\Psi(y_1, y_2, y_3, y_4) = R(y_r) \Phi(\alpha, \theta, \varphi). \quad (14.2.11)$$

После разделения переменных угловая часть уравнения Лапласа (14.2.9) находится в виде

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + 2 \operatorname{ctg} \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \alpha \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \Lambda_1 \right] \Phi(\alpha, \theta, \varphi) = 0, \quad (14.2.12)$$

где Λ_1 — постоянная разделения переменных.

4. Представляя угловую часть функции в разделенном виде

$$\Phi(\alpha, \theta, \varphi) = A(\alpha) Y(\theta, \varphi), \quad (14.2.13)$$

где углы θ и φ характеризуют положения на двумерной сфере, а α — дополнительный угол, произведем второе разделение переменных, уже в уравнении (14.2.12). В итоге получаем два уравнения:

$$\left[\sin^2 \alpha \left(\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + 2 \operatorname{ctg} \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) + \Lambda_1 \sin^2 \alpha - \Lambda_2 \right] A(\alpha) = 0; \quad (14.2.14)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \Lambda_2 \right] Y(\theta, \varphi) = 0, \quad (14.2.15)$$

где Λ_2 — вторая константа разделения переменных.

5. Уравнение (14.2.15) представляет собой известное уравнение для сферических функций на двумерной сфере. Его собственные значения:

$$\Lambda_2 = l(l+1), \quad \text{где } l = 0, 1, \dots, \quad (14.2.16)$$

а нормированные собственные функции имеют вид:

$$Y(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{2\epsilon_m \pi (l+m)!}} P_l^{(m)}(\cos \theta) \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix}, \quad (14.2.17)$$

где

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots, l; \quad \epsilon_m = \begin{cases} 2 & \text{при } m = 0; \\ 1 & \text{при } m \neq 0. \end{cases} \quad (14.2.18)$$

6. Решение уравнения (14.2.14) также легко найти. Подставляя в него значение $\Lambda_2 = l(l+1)$ и произведя замены $z = \cos \alpha$ и $A(z) = (1-z^2)^{-1/4} B(z)$, приводим (14.2.14) к присоединенному уравнению Лежандра:

$$\left[(1-z^2) \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2z \frac{\partial}{\partial z} - \frac{(l+1/2)^2}{1-z^2} + \left(\Lambda_1 + \frac{3}{4} \right) \right] B(z) = 0. \quad (14.2.19)$$

Его собственные значения представимы в следующих формах

$$\begin{aligned} \Lambda_1 + \frac{3}{4} = L'(L'+1) &\equiv \left(L + \frac{1}{2} \right) \left(L + \frac{3}{2} \right) = L^2 + 2L + \frac{3}{4} \rightarrow \\ &\rightarrow \Lambda_1 = L(L+2), \quad \text{где } L' = L + \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (14.2.20)$$

а нормированные собственные функции записываются в виде

$$A(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\sin \alpha}} P_{L+1/2}^{(l+1/2)}(\cos \alpha). \quad (14.2.21)$$

Переобозначением константы разделения

$$\Lambda_1 + 1 = (L+1)^2 \equiv n^2 \quad (14.2.22)$$

вводится величина, принимающая дискретные значения: $n = 1, 2, 3, \dots$.

7. Таким образом, опираясь на сформулированные постулаты об отображении мировых событий на внутренние отношения связанного базиса, приходим к выводу, что его состояния квантованы и характеризуются теми же числами n , l и m , что и уровни атома водорода, описываемые на основе общепринятого уравнения Шредингера.

Примечательно, что при получении данного результата не использовались понятия классического пространства-времени, а следовательно, и не требовалось заданное на его фоне уравнение Шредингера. Не было также надобности в определении электромагнитного (поля) взаимодействия между составляющими атом элементарными частицами.

14.2.3. Переход к уравнению Шредингера

1. Из изложенного выше пока не следует, что найденные квантовые числа характеризуют именно энергетические уровни атома, поскольку само понятие энергии предполагает 4-мерные отношения с соответствующей сигнатурой. Продемонстрируем, как можно перейти от использованных выше понятий бинарной геометрофизики к общепринятым представлениям в рамках квантовой механики. Для этой цели воспользуемся результатами работ В. А. Фока [103, 104] и Е. А. Хиллерааса [111], показавшими, что уравнение Шредингера в задаче атома водорода обладает $O(4)$ -симметрией. Данный результат долгое время представлялся загадочным. Изложенные выше соображения позволяют его физически интерпретировать на основе бинарной геометрофизики. Чтобы это сделать, проведем рассуждения, обратные тем, что были использованы в работе Фока, т. е. будем исходить не из уравнения Шредингера, идя к $O(4)$ -симметрии, а, наоборот, будем исходить из $O(4)$ -симметрии и перечислим постулаты, которые следует принять, чтобы получить уравнение Шредингера для задачи атома водорода.

2. В качестве исходного соотношения возьмем $O(4)$ -симметричное уравнение (14.2.12) для угловой части функции распределения и перепишем его в новых 3-мерных координатах типа декартовых. Преобразование координат осуществим посредством стереографической проекции точек 3-мерной гиперсферы на 3-мерную гиперплоскость, отстоящую от начала координат выше на параметр $y_{04} < \rho$ (см. рис. 14.1), где ρ — радиус гиперсферы. Выбор 3-мерной гиперплоскости диктуется смыслом параметра y_4 , квадрат которого, согласно (14.2.1), определяет фундаментальное 2×2 -отношение, характеризующее элементарный (атомный) базис.

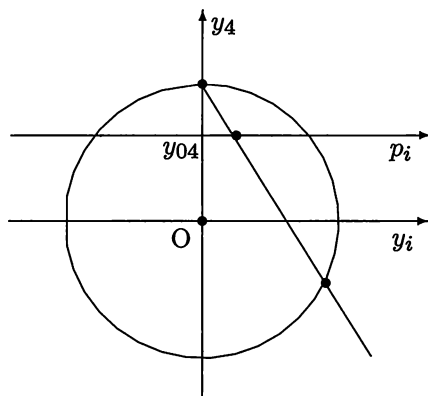


Рис. 14.1. Стереографическая проекция гиперсферы на гиперплоскость атомного базиса

Отметим, что изображенная на рисунке стереографическая проекция отличается от использованной в работе Фока [103], который выбирал 3-мерную гиперплоскость касательной к нижней точке гиперсферы. В математическом плане такое изменение несущественно, однако избранный здесь вариант позволяет более естественно проинтерпретировать смысл стереографической проекции как процедуры, отражающей выделенный характер параметра y_4 .

3. Горизонтальная ось, отстоящая на параметр y_4 от центра, олицетворяет 3-мерную гиперплоскость, на которую проектируются точки гиперсферы проведением линий из верхнего полюса. Пересечения линий с гиперсферой и гиперплоскостью устанавливают соответствия точек. Будем обозначать 3 декартовы координаты соответствующих точек на гиперплоскости символом p_i . Они связаны с координатами y_i следующими соотношениями:

$$p_i = \frac{y_i(\rho - y_4)}{(\rho - y_4)}; \quad y_4 = \sqrt{\rho^2 - y_1^2 - y_2^2 - y_3^2}, \quad (14.2.23)$$

где $i = 1, 2, 3$, а координаты y_i определяются через углы формулами (14.2.10).

В новых координатах уравнение (14.2.12) приобретает вид:

$$\left[[p^2 + (\rho - y_4)^2]^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial p_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial p_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial p_3^2} \right) + 2[p^2 + (\rho - y_4)^2] \times \right. \\ \left. \times \left(p_1 \frac{\partial}{\partial p_1} + p_2 \frac{\partial}{\partial p_2} + p_3 \frac{\partial}{\partial p_3} + 1 \right) + 4(L + 1)^2 (\rho - y_4)^2 \right] \varphi(p_i) = 0. \quad (14.2.24)$$

4. Чтобы перейти к уравнению Шредингера в координатном представлении, следует положить, что компоненты p_i имеют смысл компонент 3-мерного импульса, и использовать известный постулат квантовой механики

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial p_i} = \hat{x}_i, \quad (14.2.25)$$

позволяющий ввести пространственные координаты.

Далее следует воспользоваться перестановочным соотношением (технического характера, т. е. следующего из (14.2.25)):

$$\hat{r}p^2 = p^2\hat{r} + 2i\hbar(\hat{p}_1\hat{x}_1 + \hat{p}_2\hat{x}_2 + \hat{p}_3\hat{x}_3) + \frac{2(i\hbar)^2}{r}. \quad (14.2.26)$$

5. Выбирая подходящий порядок операторов, уравнение (14.2.24) с помощью (14.2.26) можно привести к виду

$$[p^2 + (\rho - y_{04})^2]r[p^2 + (\rho - y_{04})^2]r = 4\hbar^2(L + 1)^2(\rho - y_{04})^2. \quad (14.2.27)$$

Своеобразный «квадратный корень» из этого уравнения

$$[p^2 + (\rho - y_{04})^2] = \frac{2n(\rho - y_{04})}{r} \hbar \quad (14.2.28)$$

с помощью операторного выражения (14.2.25) приводится к дифференциальному уравнению в координатном представлении

$$\left[\eta^{ik} \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{1}{\hbar^2} (\rho - y_{04})^2 + \frac{2n}{\hbar r} (\rho - y_{04}) \right] \varphi(r) = 0, \quad (14.2.29)$$

где η^{ik} — 3-мерный метрический тензор, ρ и y_{04} — с-числа, $\varphi(r)$ — часть волновой функции, зависящая лишь от 3-мерных координат.

6. Сравним уравнение (14.2.29) с нерелятивистским уравнением Шредингера для атома водорода, которое представляется в виде

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \eta^{ik} \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^k} + E_{(nr)} + \frac{Ze^2}{r} \right] \varphi(r) = 0, \quad (14.2.30)$$

где $E_{(nr)}$ — нерелятивистская энергия атома, μ — приведенная масса, Z — электрический заряд (в единицах заряда электрона e) ядра водородоподобного атома. Остальные обозначения те же. Из сравнения уравнений (14.2.29) и (14.2.30) имеем соотношения

$$\frac{Ze^2\mu}{\hbar} = n(\rho - y_{(04)}); \quad E_{(nr)} = -\frac{1}{2\mu} (\rho - y_{(04)})^2, \quad (14.2.31)$$

позволяющие интерпретировать введенные в бинарной геометрофизике константы. Характерно, что результат зависит лишь от разности констант $(\rho - y_{(04)})$. Из этих выражений находим нерелятивистские значения энергии:

$$E_{(nr)} = -\frac{Z^2 e^4 \mu}{2\hbar^2 n^2}, \quad (14.2.32)$$

приводимые во всех учебниках по квантовой механике.

7. Представляет интерес сравнить уравнение (14.2.29) также с релятивистским уравнением Клейна—Фока в 5-мерной теории для центрального кулоновского поля [28]:

$$\left[\eta^{ik} \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^k} + \frac{1}{\hbar^2} \left(p_5^2 - \tilde{\mu}^2 c^2 - \frac{E_{(rel)}^2}{c^2} \right) - \frac{4\sqrt{G}E_{(rel)}p_5 A_0}{c^3 \hbar^2} - \frac{4G}{c^4} A_0^2 p_5^2 \right] \phi(r) = 0, \quad (14.2.33)$$

где $A_i = 0$ и $A_0 = Ze/r$ — компоненты электромагнитного векторного потенциала, $\tilde{\mu}$ — затравочная масса, перенормирующая планковскую массу p_5/c до наблюдаемого значения μ , $E_{(rel)}$ — релятивистская энергия атома. Пренебрежем членом, содержащим A_0^2 , тогда из сравнения уравнений получаем соотношения:

$$(\rho - y_{04})^2 = p_5^2 - \tilde{\mu}^2 c^2 - \frac{E_{(rel)}^2}{c^2} \equiv \mu^2 c^2 - \frac{E_{(rel)}^2}{c^2}; \quad (14.2.34)$$

$$(\rho - y_{04}) \frac{n}{r} = \frac{2\sqrt{G}}{c^3 \hbar} E_{(rel)} A_0 p_5 \rightarrow (\rho - y_{04}) = \frac{Ze^2 E_{(rel)}}{c^2 \hbar n}. \quad (14.2.35)$$

Опять находим, что результат зависит лишь от разности параметров стереографической проекции $(\rho - y_{04})$, но не от них в отдельности.

Из этих соотношений легко находим энергетические уровни:

$$E_{(rel)} = \mu c^2 \left(1 - \frac{Z^2 e^4}{2 \hbar^2 c^2 n^2} + \frac{3Z^4 e^8}{8c^4 \hbar^4 n^4} + \dots \right), \quad (14.2.36)$$

что с учетом энергии покоя μc^2 соответствует нерелятивистской формуле (14.2.32).

14.2.4. Замечания по реляционной теории атома

1. При описании энергетических уровней водородоподобных атомов имеет место своеобразная перенормировка масс, поскольку результат зависит от разности двух величин $\rho - y_{04}$. Выше $O(4)$ -симметричное уравнение (14.2.29) специально было сопоставлено с аналогичным уравнением типа Клейна—Фока в 5-мерной теории Калуцы. В обоих уравнениях наблюдаемые значения масс определяются разностью двух величин. Произведенное сопоставление позволяет высказать предположение, что радиус 3-мерной гиперсферы ρ должен быть связан со значением планковской массы, а следовательно, и со значением электрического заряда. Тогда вторая константа y_{04} может трактоваться как величина, перенормирующая планковскую массу до значений энергетических уровней атома. В этом случае различные энергетические уровни определяются разными «расстояниями» 3-мерных гиперплоскостей y_i от центра 3-мерной гиперсферы на рис. 14.1.

Однако на разность величин $\rho - y_{04}$ можно смотреть как на вторичную перенормировку масс элементарных частиц, полученных в результате первой перенормировки (из внутренних параметров), на значения масс атомных уровней, также существенно меньших масс (уже) элементарных частиц, составляющих атом.

2. Характерно, что при переходе от параметров БСКО ранга (3,3) к унарной римановой геометрии, использованной для описания энергетических уровней атома, унарные отношения (14.2.2) строились именно из времени-подобных компонент 4-мерного вектора u_0 , получавшегося при ином переходе к унарной (гиперболической) геометрии. Это обстоятельство может служить еще одним подкреплением вывода о связи так получаемой геометрии Римана с энергетическими уровнями атома.

3. Примечательным обстоятельством является также то, что параметры y_i , определяющие унарные отношения, единообразно вводятся как в геометрии Римана (14.2.8), так и при определении квадратичной формы (4.2.1) из парных отношений атомного базиса.

4. Парные отношения в геометрии Римана и в аналогичной гиперболической геометрии строятся в виде функций разной степени из первичных параметров БСКО ранга (3,3). В геометрии Римана эта степень в два раза меньше. Этот факт в конце концов и определяет извлечение своеобразного «квадратного корня» из получающегося на промежуточном этапе уравнения четвертого порядка (14.2.27).

5. Энергетические уровни атома, полученные выше, зависят лишь от одного, главного квантового числа n , т. е. являются вырожденными по двум другим квантовым числам l и m . Это обусловлено тем, что в рассмотренной модели учтены не все обстоятельства, связанные со структурой атома. В частности, не учтено, что частицы, составляющие атом, представляют собой протон и электрон.

6. Наконец, следует отметить, что получающиеся значения атомных уровней несколько отличаются от экспериментальных значений. Правильные выражения следуют из решения задачи на основе уравнений Дирака. В этой главе этот вопрос не затронут.

14.3. Фейнмановская формулировка квантовой механики

Следует сопоставить реляционную интерпретацию с наиболее близкой к ней (по реляционной парадигме) фейнмановской интерпретацией (формулировкой) квантовой механики [95, 97, 99]. Известно, что эта формулировка, ныне называемая методом квантования путем континуального интегрирования, была предложена как обобщение на квантовый случай теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана. Так, сам Р. Фейнман в своей основополагающей работе на эту тему писал: «Теорию электромагнетизма, развитую Уилером и Фейнманом, (...) можно сформулировать в виде принципа наименьшего действия, содержащего только координаты частиц. Именно попытка прокванто-

вать эту теорию, не обращаясь к представлению о поле, и привела автора к изложенной здесь формулировке квантовой механики» [95, с. 202].

В итоге появилась новая, третья по счету (после шредингеровской и гейзенберговской), фейнмановская формулировка квантовой механики, ныне известная под названием метода квантования суммированием по историям или как метод континуального интегрирования. Он широко применяется в квантовой теории, причем порой даже забывают истоки этого метода. Все три формулировки оказались эквивалентными в традиционной области применения квантовой теории, однако порождают разный ход мысли при попытках обобщений теории при выходе за пределы привычных представлений, что нас здесь больше всего интересует.

Главное отличие рассматриваемой здесь реляционной интерпретации квантовой механики от предложенной Фейнманом состоит в том, что последняя существенно опирается на априорно заданное классическое пространство-время, т. е. в ней отношения («вдоль путей») имеют реляционный характер, тогда как пространство-время сохраняет статус самостоятельной категории, как это имеет место в теоретико-полевой парадигме. Частично реляционный (в указанном смысле) характер фейнмановской формулировки позволяет ее использовать в бинарной геометрофизике, переосмыслив все моменты, связанные с использованием понятий пространства-времени.

14.3.1. Реинтерпретация фейнмановской формулировки квантовой механики

1. Ключевым понятием в фейнмановском подходе является *пропагатор*, т. е. амплитуда вероятности перехода частицы из одной точки пространства-времени в другую. Пропагатор задается с помощью двух постулатов.

Первый постулат гласит: амплитуда вероятности $K(B, A)$ перехода (частицы, системы) из положения A в положение B равна сумме комплексных слагаемых $K(\Gamma)$ — по одному для каждой классической времени-подобной траектории $\Gamma(B, A)$, соединяющей эти положения. Поскольку полагается, что возможные классические траектории (пути) между двумя точками составляют континуум, суммирование заменяется интегрированием:

$$K(B, A) = \int K(\Gamma(B, A)) D\Gamma, \quad (14.3.1)$$

где $D\Gamma$ — специфическая мера.

В полностью реляционной формулировке этот постулат остается в силе, если заменить понятие амплитуды вероятности перехода вдоль классической времени-подобной траектории на элементарное парное отношение между элементами А и В. Поскольку таких парных отношений между элементами действительно много, то разумно допустить, что суммирование может быть заменено на интегрирование.

Второй постулат позволяет записать в явном виде элементарные вклады в $K(B, A)$. Он вытекает из идеи Дирака и состоит в следующем: «Все траектории вносят вклад, одинаковый по абсолютной величине; фаза каждого вклада представляет собой (выраженное в единицах \hbar) классическое действие, т. е. взятый вдоль траектории интеграл от функции Лагранжа по времени» [95, с. 175].

Этот постулат распадается на две части. Первая часть утверждает, что все вклады равны по модулю. Это вполне согласуется со свойством параметров БСКО ранга (2,2) между частицами, поскольку модуль парного отношения равен единице. Вторая часть постулата лишь частично приемлема для реляционной формулировки, лишь постольку, поскольку фаза выражается через импульс частицы и векторные параметры, соответствующие классическому смещению. Однако понятие эволюции уже содержит в себе дополнительное допущение о непрерывной эволюции частицы.

Отметим, что именно вторая часть постулата ответственна за фейнмановскую интерпретацию разных вкладов через возможные классические пути между двумя точками. Если имеются разные значения фаз, интерпретируемые через классическое действие (интервалы), то как иначе можно представить эти вклады?

2. Все дальнейшее в фейнмановской формулировке квантовой механики относится к **решению фиктивной для реляционной парадигмы задачи описания процесса распространения микро-частицы в классическом пространстве-времени**. Ее рассмотрение позволяет навести мост между реляционной и теоретико-полевой картинами мира. Анализ перехода от одних представлений к другим полезен для осознания причин трудностей, с которыми столкнулись в квантовой теории поля.

3. Прежде всего поясним примененный в фейнмановской теории способ континуального интегрирования по путям (14.3.1) для случая нерелятивистской частицы. Пусть начальное положение частицы характеризуется моментом времени x_A^0 и координатами x_A^j , а конечное — соответственно x_B^0 , x_B^j . Промежуток времени $x_B^0 - x_A^0$ разбивается на большое число n равных интервалов $\tau = (x_B^0 - x_A^0)/n$ и рассматривается

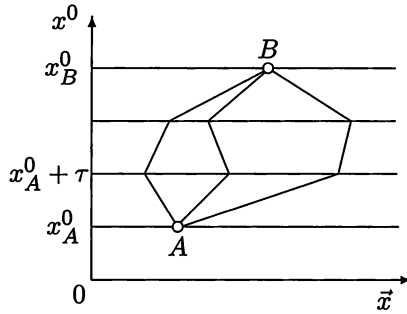


Рис. 14.2. Фейнмановское суммирование по историям

совокупность пространственных сечений в моменты времени: $x_{(0)}^0 = x_A^0$, $x_{(1)}^0 = x_A^0 + \tau, \dots, x_{(n)}^0 = x_A^0 + n\tau$. Далее строятся пути, составленные из прямых отрезков, соединяющих произвольные точки из последовательности пространственных сечений (см. рис. 14.2). Множество возможных путей Γ между точками A и B , соответствующих данному n (разбиению временного интервала), определяется перебором всех возможных точек на этих сечениях и взятием всех возможных их комбинаций. Вклад каждого отрезка между точками $(x_{(s)}^0, \vec{x}_{(s)}^j)$ и $(x_{(s+1)}^0, \vec{x}_{(s+1)}^j)$ обозначается символом $K(s+1, s)$. Постулируется важное свойство этих вкладов вдоль пути Γ , соответствующее постулату квантовой механики:

$$K_{\Gamma}(s, r) = K_{\Gamma}(s, k)K_{\Gamma}(k, r), \tag{14.3.2}$$

где вдоль пути Γ : $0 \leq r < k < s \leq n$. Тогда, переходя к пределу $n \rightarrow \infty$, можно выразить амплитуду перехода (14.3.1) через многократный интеграл по всем возможным переходам между точками на совокупности 3-мерных сечений:

$$K(B, A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(B, n-1)K(n-1, n-2) \dots K(2, 1)K(1, A) \times \\ \times d^3x_{(n-1)}d^3x_{(n-2)} \dots d^3x_{(2)}d^3x_{(1)}. \tag{14.3.3}$$

Мультипликативное свойство (14.3.2) для вкладов $K(s, r)$ вдоль пути соответствует свойству аддитивности классического действия. Особо следует подчеркнуть, что пути между соседними точками в (14.3.3) полагаются прямыми.

4. Второй постулат позволяет записать выражение для отдельных вкладов, в согласии с (14.3.2):

$$K(s+1, s) = \frac{1}{C} \exp \left[\frac{1}{\hbar} S(s+1, s) \right], \tag{14.3.4}$$

где $S(s+1, s)$ — классическое действие между двумя соседними точками, C — весовой множитель.

5. Сформулированные постулаты позволяют определить понятие амплитуды состояния $\Phi(x^0, x^i)$, т. е. волновой функции частицы в произвольный момент времени x^0 . Это достигается заменой фиксированной начальной точки A в определении пропагатора на случай произвольного начального распределения $\Phi(x_1^0, x_1^i)$ в момент времени x_1^0 :

$$\Phi(x^0, x^i) = \int K(x^0, x^i; x_1^0, x_1^i) \Phi(x_1^0, x_1^i) d^3 x_1^i. \quad (14.3.5)$$

6. Следующим шагом после введения волновой функции является определение амплитуды вероятности перехода из начального состояния с волновой функцией $\Phi(x_A^0, x_A^i)$ в конечное состояние с волновой функцией $\Phi(x_B^0, x_B^i)$:

$$\langle \Phi(x_B^0, x_B^i) | \Phi(x_A^0, x_A^i) \rangle = \iint \Phi^*(x_B^0, x_B^i) K(B, A) \Phi(x_A^0, x_A^i) d^3 x_A d^3 x_B, \quad (14.3.6)$$

где, как обычно, Φ^* обозначает величину, комплексно сопряженную Φ .

Обратим внимание на то, что, согласно (14.3.6), определение волновой функции (14.3.5) может рассматриваться как амплитуда вероятности перехода из начального состояния $\Phi(x_1^0, x_1^i)$ в состояние с конкретным значением координат x^0 и x^i , описываемое дельта-функцией, которая снимает одно из интегрирований в (14.3.6).

7. Вероятность перехода $W(B, A)$ из одного состояния в другое определяется квадратом амплитуды:

$$W(B, A) = | \langle \Phi(x_B^0, x_B^i) | \Phi(x_A^0, x_A^i) \rangle |^2. \quad (14.3.7)$$

В данной формулировке можно ввести матричные элементы различных операторов (координат, импульсов и т. д.).

14.3.2. Уравнение Шредингера

1. Чтобы показать, что волновая функция (14.3.5) удовлетворяет уравнению Шредингера, следует рассмотреть ее значения в два близких момента времени $x^0 \equiv x_{(s)}^0$ и $x_{(s)}^0 + \tau$. Ограничимся случаем одного измерения. Согласно (14.3.4) и (14.3.5), имеем

$$\Phi(x^0 + \tau, x_{(s=1)}) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[\frac{i}{\hbar} S(s=1, s) \right] \Phi(x_{(s)}^0, x_{(s)}) \frac{dx_{(s)}}{C}. \quad (14.3.8)$$

2. Запишем действие через стандартное выражение для функции Лагранжа нерелятивистской частицы:

$$S = \frac{1}{C} \int \left(\frac{mv^2}{2} - U \right) dx^0 \rightarrow \frac{m c \tau}{2} \left(\frac{x_{(s+1)} - x_{(s)}}{\tau} \right)^2 - \frac{\tau}{c} U(x_{(s+1)}), \quad (14.3.9)$$

где предполагается, что потенциальная энергия U не зависит от времени, причем она аппроксимируется значением в точке $x_{(s+1)}$; запись скорости через разности координат очевидна. Переходя к новым обозначениям:

$$\xi = x_{(s+1)} - x_{(s)}; \quad x = x_{(s+1)}; \quad x^0 = x_{(s)}^0, \quad (14.3.10)$$

выражение (14.3.8) можно переписать в виде

$$\Phi(x^0 + \tau, x) = -\frac{1}{C} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{i m c \xi^2}{2 \tau \hbar}\right) \exp\left(-\frac{i \tau}{c \hbar} U(x)\right) \Phi(x^0, x - \xi) d\xi. \quad (14.3.11)$$

3. Разложим волновые функции и экспоненту с потенциальной энергией в ряды с точностью до величин первого порядка по τ и второго порядка по ξ включительно и проинтегрируем правую часть по ξ . При этом следует учесть значения гауссовых интегралов, играющих важную роль в фейнмановской формулировке нерелятивистской квантовой механики:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{i m c}{2 \hbar \tau} \xi^2\right) d\xi &= \sqrt{\frac{2 \pi i \hbar \tau}{m c}}; \\ \int_{-\infty}^{\infty} \xi \exp\left(\frac{i m c}{2 \hbar \tau} \xi^2\right) d\xi &= 0; \\ \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 \exp\left(\frac{i m c}{2 \hbar \tau} \xi^2\right) d\xi &= \frac{i \hbar \tau}{m c} \sqrt{\frac{2 \pi i \hbar \tau}{m c}}; \dots \end{aligned} \quad (14.3.12)$$

4. Используя гауссовы интегралы, из (14.3.11) находим

$$\Phi(x^0, x) + \tau \frac{\partial \Phi}{\partial x^0} = \frac{1}{C} \left(1 - \frac{i \tau}{c \hbar} U(x) \right) \sqrt{\frac{2 \pi i \hbar \tau}{m c}} \left(\Phi(x^0, x) + \frac{i \hbar \tau}{2 m c} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right). \quad (14.3.13)$$

Выбирая нормирующий множитель в виде $C = \sqrt{2 \pi i \hbar \tau / m c}$, получаем в первом порядке по τ стандартное (одномерное) уравнение Шредингера:

$$i \hbar c \frac{\partial \Phi}{\partial x^0} = -\frac{\hbar^2}{2 m} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + U(x) \Phi. \quad (14.3.14)$$

Обобщение на 3-мерный случай очевидно.

5. В работах Фейнмана и других авторов [95, 16] показано, как с помощью фейнмановской методики перейти от уравнения Шредингера к релятивистскому уравнению Клейна—Фока. Для этого предлагалось использовать дополнительную *пятую* координату, выполняющую роль обобщенного фактора эволюции, а четыре классические координаты пространства-времени тогда рассматриваются эквивалентным образом (конечно, с учетом сигнатуры) как три пространственные при выводе уравнения Шредингера.

14.3.3. Описание взаимодействий

1. В фейнмановской формулировке квантовой механики описание взаимодействия рассматриваемой частицы на путях своей эволюции осуществляется через потенциальную часть действия в экспонентах пропагатора. Так, пропагатор $K(2, 1)$ перехода выделенной заряженной частицы a из точки $A \equiv 1$ в точку $B \equiv 2$, которая по пути взаимодействует электромагнитным образом, представляется в виде:

$$K(2, 1) = \int \exp \left[\frac{i}{\hbar} (S_{0a}(\Gamma_{21}) - \int j_a^\mu A_\mu(a) ds_a) \right] D\Gamma_{21}, \quad (14.3.15)$$

где смысл континуального интеграла по всем путям Γ_{21} уже был обсужден. Здесь S_{0a} — классическое действие свободной частицы a , второй член в экспоненте описывает электромагнитное взаимодействие выделенной частицы с другими частицами, согласно формулам (3.1.13) теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана. Полагая второе слагаемое малым, пропагатор (14.3.15) можно разложить в ряд (см. [124]) :

$$\begin{aligned} K(2, 1) &= \\ &= \int \exp \left[\frac{i}{\hbar} S_{0a}(\Gamma_{21}) \right] \left\{ 1 - \frac{i}{\hbar} \int j_a^\mu A_\mu(a) ds_a - \frac{1}{2\hbar^2} \left[\int j_a^\mu A_\mu(a) ds_a \right]^2 + \dots \right\} D\Gamma_{21}. \end{aligned} \quad (14.3.16)$$

2. Нулевой порядок разложения означает невозмущенный пропагатор, соответствующий свободному распространению микрочастицы из точки 1 в точку 2:

$$K_0(2, 1) = \int \exp \left[\frac{i}{\hbar} S_{0a}(\Gamma_{21}) \right] D\Gamma_{21}. \quad (14.3.17)$$

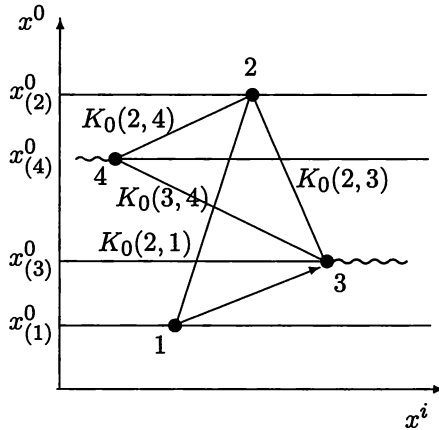


Рис. 14.3. Распространение взаимодействующей частицы

3. **Первый порядок** разложения перепишем через обычные интегралы, используя (14.3.17):

$$K_1(2, 1) = -\frac{i}{\hbar} \int_{x_{(1)}^0}^{x_{(2)}^0} K_0(2, 3) j_a^\mu(x_{(3)}^0, x_{(3)}^i) A_\mu(x_{(3)}^0, x_{(3)}^i) K_0(3, 1) dx_{(3)}^0 d^3 x_{(3)}, \quad (14.3.18)$$

где $x_{(1)}^0 \leq x_{(3)}^0 \leq x_{(2)}^0$. Этот член можно проиллюстрировать графически в виде соответствующей ломаной линии из двух отрезков (13) и (32) на диаграмме рис. 14.3. Она описывает свободное распространение частицы от точки 1 до промежуточной точки 3, взаимодействие в этой точке с одной из внешних частиц и затем опять свободное распространение от точки 3 до конечной точки 2. Интегрирование производится по всем возможным точкам 3, т. е. по всему интервалу времени $[x_{(1)}^0, x_{(2)}^0]$ и по всем 3-мерным пространственным сечениям в соответствующие моменты времени.

4. **Второй порядок** разложения в (14.3.15) представляется в виде:

$$K_2(2, 1) = \frac{1}{2} \left(\frac{i}{\hbar} \right) \iint K_0(2, 4) j_a^\mu(4) A_\mu(4) K_0(4, 3) j_a^\nu(3) A_\nu(3) K_0(3, 1) \times \\ \times dx_{(4)}^0 d^3 x_{(4)} dx_{(3)}^0 d^3 x_{(3)}. \quad (14.3.19)$$

Это выражение соответствует (см. рис. 14.3) свободному распространению частицы из точки 1 в точку 3, взаимодействию в точке 3 с одной из внешних частиц, далее свободному распространению от 3 до 4, вторичному взаимодействию в точке 4 и опять свободному распространению от 4 до 2. При этом производится интегрирование по всем возможным точкам 3 и 4, причем $x_{(1)}^0 \leq x_{(3)}^0, x_{(4)}^0 \leq x_{(2)}^0$.

Смысл следующих членов разложения очевиден.

5. Согласно теории прямого межчастичного взаимодействия, все фотонные линии (волнистые на рис. 14.3), идущие от частицы, обязательно должны заканчиваться на мировых линиях других частиц. Проиллюстрируем графически с помощью диаграмм фейнмановского типа 14.4 электромагнитное взаимодействие двух (скалярных) частиц a и b . Все

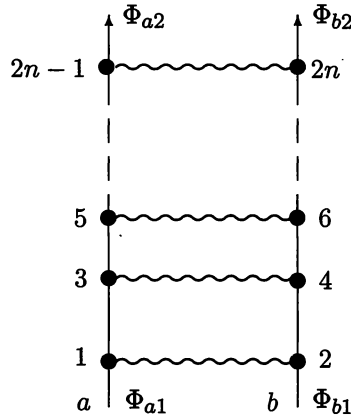


Рис. 14.4. Взаимодействие двух частиц

эти диаграммы должны быть четного порядка. Обозначим нечетными номерами вершины, в которых происходят взаимодействия частицы a , а четными — вершины на мировой линии частицы b .

Матричный элемент, соответствующий этой диаграмме, в квантовой теории теоретико-полевой парадигмы записывается в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2n)!} \left(\frac{i}{\hbar} \right)^{2n} < \\ & < \Phi_{a2}, \Phi_{b2} | \int \int \cdots \int d^4x_{a(1)} d^4x_{b(2)} d^4x_{a(3)} d^4x_{b(4)} \cdots d^4x_{a(2n-1)} d^4x_{b(2n)} \times \\ & \quad \times T[j_a^\mu(1)j_a^\nu(3) \cdots j_a^\sigma(2n-1)] T[j_b^\alpha(2)j_b^\beta(4) \cdots j_b^\gamma(2n)] \times \\ & \quad \times \overline{A_\mu(1)A_\alpha(2)A_\nu(3)A_\beta(4) \cdots A_\sigma(2n-1)A_\gamma(2n)} | \Phi_{a1} \Phi_{b1} >, \quad (14.3.20) \end{aligned}$$

где Φ_{a2} , Φ_{b2} описывают конечные состояния частиц a и b , а Φ_{a1} , Φ_{b1} — начальные состояния; знак «Т» перед квадратными скобками означает хронологическую упорядоченность токов (соответствует свободным пространствам между соседними вершинами).

6. В теоретико-полевом изложении квантовой теории черта над векторными потенциалами означает хронологическое спаривание:

$$\overline{A_\mu(x_1)A_\alpha(x_2)} = i\eta_{\mu\alpha}G_0^c(x_1 - x_2) = -\frac{i\eta_{\mu\alpha}}{(2\pi)^4} \int \frac{\exp[ik(x_1 - x_2)]}{k^2 + i\epsilon} d^4k, \tag{14.3.21}$$

где $G_0^c(x_1 - x_2) = G^{ret}(x_1 - x_2) + \tilde{G}^{(+)}(x_1 - x_2)$ — несимметричная по времени причинная функция Грина. Здесь $\tilde{G}^{(+)}(x_1 - x_2)$ — положительно-частотная часть \tilde{G} , удовлетворяющая однородному волновому уравнению $\square\tilde{G} = 0$.

Определение векторного потенциала в теории прямого межчастичного взаимодействия фактически соответствует спариванию через симметричную δ -функцию:

$$\overline{A_\mu(x_1)A_\alpha(x_2)} = i\eta_{\mu\alpha} \frac{1}{2} [G^{ret}(x_1 - x_2) + G^{adv}(x_1 - x_2)]. \tag{14.3.22}$$

Однако в (14.3.22) не учтено влияние всех других частиц окружающего мира, поскольку в реальном мире мы имеем дело не с чисто парными отношениями, а с парными отношениями, на которые накладываются вклады всех других частиц. Это означает, что отдельные диаграммы на рис. 14.4, связывающие пары вершин, следует заменить на диаграммы вида 14.5, где заштрихованным овалом обозначены вклады от всех других частиц мира. Как уже указывалось в гл. 3, учет мирового по-

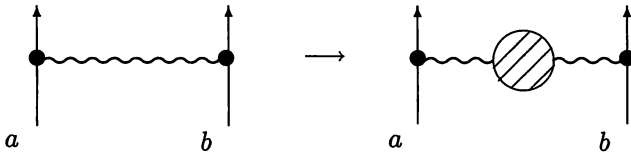


Рис. 14.5. Замена чисто парного отношения на отношение, учитывающее частицы окружающего мира

глотителя позволяет убрать опережающие взаимодействия, что в конце концов и объясняет переход от (14.3.22) упрощенной реляционной теории к (14.3.21) в теоретико-полево формулировке.

7. Наконец, отметим, что в теоретико-полево формулировке квантовой теории имеется понятие внешних фотонных линий. В реляционной теории (в частности, в фейнмановской) фотоны не могут излучаться в никуда: обязательно предполагается, что фотон будет чем-то поглощен. Графически этот факт можно проиллюстрировать заменой диаграмм, изображенной на рис. 14.6. Здесь опять заштрихованный овал означает один из поглотителей окружающего мира.

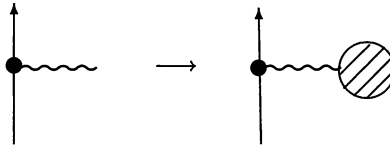


Рис. 14.6. Символический учет мирового поглотителя

14.3.4. Фейнмановская квантовая теория спинорных частиц

1. Сложнее обстоит дело с распространением фейнмановской методики суммирования по историям на случай релятивистских спинорных частиц, если не пользоваться окольным путем извлечения «квадратного корня» из уравнения Клейна—Фока. Как отмечал сам Фейнман, «если попытаться построить методом интегрирования по траекториям релятивистскую квантовую механику, то оказывается, что уравнение Клейна—Гордона (Клейна—Фока, — Ю. В.) устанавливается легко, но уравнение Дирака непосредственно получить очень трудно» [100]. По этой причине было предложено начинать построение теории с более позднего этапа — с введения пропагатора $\tilde{K}_0(2, 1)$, описывающего свободное распространение спинорной частицы из точки 1 в точку 2, который удовлетворяет неоднородному уравнению Дирака:

$$\left(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x_{(2)}^\mu} - \frac{mc}{\hbar} \right) \tilde{K}_0(2, 1) = i\delta^4(2, 1). \quad (14.3.23)$$

Здесь и далее будет рассматриваться 4-мерная дельта-функция. При этом спинорная волновая функция определяется через пропагатор соотношением типа (14.3.5):

$$\psi(2) = \int \tilde{K}(2, 1) \gamma^0 \psi(1) d^4 x_{(1)}. \quad (14.3.24)$$

2. В большинстве задач удобнее производить вычисления в импульсном пространстве, в котором спинорный пропагатор представляется в виде:

$$\tilde{K}_0(2, 1) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\tilde{K})_0(\vec{p}) \exp[-ip_\mu(x_{(2)}^\mu - x_{(1)}^\mu)] d^4 p, \quad (14.3.25)$$

где $d^4 p = dp_0 dp_1 dp_2 dp_3$. Вспоминая определение дельта-функции

$$\delta^4(x_{(2)} - x_{(1)}) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-ip_\mu(x_{(2)}^\mu - x_{(1)}^\mu)] d^4 p, \quad (14.3.26)$$

и внося оператор $(i\hat{\nabla} - m)$ под знак интеграла, получаем следующее соотношение для пропагатора в импульсном представлении:

$$\left(i\gamma^\mu p_\mu - \frac{mc}{\hbar} \right) \tilde{K}_0(\vec{p}) = \frac{i}{(2\pi)^4}. \quad (14.3.27)$$

Отсюда находим известное выражение для пропагатора спинорной частицы в импульсном представлении:

$$\tilde{K}_0(\vec{p}) = \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{1}{i\gamma^\mu p_\mu - mc} = \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{i\gamma^\mu p_\mu + mc}{p^\nu p_\nu - m^2 c^2}. \quad (14.3.28)$$

3. Как известно, решения уравнения Дирака описывают состояния как с положительными, так и с отрицательными энергиями. Очевидно, теория дырок Дирака чужда духу теории прямого межчастичного взаимодействия, так как в последней нет понятия вакуума. Поэтому Фейнман предложил иную интерпретацию состояний с отрицательной энергией — они соответствуют античастицам, движущимся в обратном направлении времени. Это приводит к существенному изменению теории прямого межчастичного взаимодействия. Напомним, ранее использовались только времени-подобные траектории частиц. Теперь возникают два вида путей: Γ_+ и Γ_- , где нижние значки обозначают направления во времени.

Функция Грина уравнения (14.3.23) теперь записывается в виде

$$\tilde{K}_0(2, 1) = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{E_n > 0} U_n(x_{(2)}^i) \bar{U}_n(x_{(1)}^i) \exp \left[-i \frac{E_n}{\hbar} (t_2 - t_1) \right] \text{ при } t_2 > t_1; \\ - \sum_{E_n < 0} U_n(x_{(2)}^i) \bar{U}_n(x_{(1)}^i) \exp \left[-i \frac{E_n}{\hbar} (t_2 - t_1) \right] \text{ при } t_2 < t_1 \end{array} \right\}, \quad (14.3.29)$$

где U_n — решения уравнений Дирака; $\bar{U}_n \equiv U_0^* \gamma_0$. Волновую функцию $\psi(x^\mu)$, определяемую через пропагатор по формуле (14.3.5), следует трактовать в виде двух частей:

$$\psi(x^\mu) = \psi_+(x^\mu) + \psi_-(x^\mu), \quad (14.3.30)$$

описывающих соответственно частицы и античастицы.

4. Отметим, что представление волновой функции в виде двух частей приводит к ряду существенных следствий. В частности, это расширяет трактовку двух множеств элементов БСКО как описывающих начальные и конечные состояния квантовомеханических систем. Эта интерпретация относилась лишь к одному сорту частиц — именно к частицам.

5. Для спинорной частицы электромагнитное взаимодействие предлагается вводить не в классическое действие, как это делалось для нерелятивистской частицы, а непосредственно в уравнение для спинорного пропагатора, который теперь должен удовлетворять уравнению:

$$\left(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu(2)} - e\gamma^\mu A_\mu(2) - \frac{mc}{\hbar} \right) \tilde{K}^{(A)}(2, 1) = i\delta^4(2, 1). \quad (14.3.31)$$

При этом формула (14.3.24) остается в силе с заменой $K(2, 1)$ на $K^{(A)}(2, 1)$.

Из (14.3.31) следует, что спинорный пропагатор, учитывающий взаимодействие, удовлетворяет интегральному уравнению:

$$\tilde{K}^{(A)}(2, 1) = \tilde{K}_0(2, 1) - ie \int \tilde{K}_0(2, 3) \gamma^\nu A_\nu(3) \tilde{K}^{(A)}(3, 1) d^4x(3). \quad (14.3.32)$$

Раскладывая это интегральное уравнение по степеням потенциала возмущения, приходим к следующему ряду:

$$\begin{aligned} \tilde{K}^{(A)}(2, 1) = & \tilde{K}_0(2, 1) - ie \int \tilde{K}_0(2, 3) \gamma^\nu A_\nu(3) \tilde{K}_0(3, 1) d^4x(3) + \\ & (-ie)^2 \int d^4x(3) \int d^4x(4) \tilde{K}_0(2, 3) \gamma^\nu A_\nu(3) \tilde{K}_0(3, 4) \gamma^\alpha A_\alpha(4) \tilde{K}_0(4, 1) + \dots, \end{aligned} \quad (14.3.33)$$

соответствующему разложению (14.3.16).

6. Наличие мировых линий в обратном направлении времени совместно с принципом тождественности частиц неизбежно приводит на квантовом уровне к появлению замкнутых петель среди диаграмм фейнмановского типа, что эквивалентно самодействию частиц в теории поля. В итоге опять возникают бесконечности, т. е. проявляются прежние трудности квантовой теории поля, однако на ином языке.

7. В ряде работ Хойла и Нарликара [115], Дэвиса [39], Пегга [69], Миуры [60] и других анализировались эффекты и задачи, которые в стандартной квантовой теории поля трактуются посредством понятия вакуума и его флуктуаций. Было показано, что подобные эффекты, в частности лэмбовский сдвиг, эффект Казимира и другие, успешно могут быть переформулированы в терминах теории прямого взаимодействия через влияние со стороны возможных поглотителей Вселенной.

Соотношение реляционной и иных интерпретаций квантовой механики



Кроме общепринятой копенгагенской и фейнмановской интерпретаций в литературе обсуждался ряд иных интерпретаций квантовой механики. Реляционная интерпретация не совпадает ни с одной из них, однако с некоторыми из них имеет сходные черты. Прежде всего это относится к статистической интерпретации Д. И. Блохинцева на основе идеологии квантовых ансамблей. Некоторое созвучие можно усмотреть также с геометрической интерпретацией Ю. Б. Румера в рамках 5-оптики.

Кроме того, в этой главе кратко обсуждено соотношение реляционной интерпретации с многомировой и неклассической.

15.1. Статистическая интерпретация квантовой механики

К излагаемой здесь реляционной интерпретации квантовой механики в ряде аспектов близка статистическая интерпретация квантовой механики, наиболее последовательно сформулированная в работах Д. И. Блохинцева [4, 5] на основе идеологии квантовых ансамблей.

Д. И. Блохинцев писал, что его интерпретация «с методологической точки зрения отличается от более популярной концепции копенгагенской школы тем, что отводит более скромную роль наблюдателю и повсюду подчеркивает объективный характер квантовых ансамблей и управляющих ими закономерностей» [4, с. 616].

В наиболее четком виде свою интерпретацию Блохинцев определил следующим образом: «Концепция квантовых ансамблей очень близка к концепции классического ансамбля Гиббса, хорошо известного из статистической термодинамики. В ансамбле Гиббса микросистема рассматривается во взаимодействии с макроскопическим термостатом M , имеющим температуру T . Вероятность $W_T(P, Q)$ того или иного результата измерения динамических переменных микросистемы (P, Q) относится

к ансамблю, образованному неограниченным повторением ситуаций, состоящих из микросистем μ и термостата M ; иными словами — путем неограниченного повторения систем μ в одной и той же макроскопической обстановке, заданной в этом случае термостатом температуры T . В силу этого вероятность $W_T(P, Q)$ содержит как характеристики микросистемы (P, Q) , так и характеристику макроскопической обстановки — температуру термостата T .

Квантовый ансамбль в полной аналогии с классическим ансамблем Гиббса образуется путем неограниченного повторения ситуаций, образованных одной и той же микросистемой μ (но не одним ее экземпляром!), погруженной в одну и ту же макроскопическую обстановку M .

Таким образом, в квантовой механике микросистема μ рассматривается в связи с той макроскопической обстановкой M , в которую она помещена и которая диктует ее „состояние“ в квантовомеханическом смысле. Однако это состояние, в отличие от классического ансамбля, не описывается какой-либо вероятностью, а описывается амплитудой вероятности $\Psi_M(Q)$, т. е. волновой функцией, или, в более общем случае, матрицей плотности $\rho_M(Q, Q')$. При этом индекс M указывает на макроскопическую обстановку, определяющую квантовый ансамбль» [4, с. 616].

В этом понимании квантовой механики имеется ряд сходных черт с реляционной интерпретацией. Во-первых, это относится к подчеркиванию роли макроприбора, что соответствует в бинарной геометрофизике третьей стадии развития теории от $R_\mu^M(\mu)$ к $R_m^M(\mu)$. Здесь нижний индекс m соответствует использованному Блохинцевым нижнему индексу макроприбора M . Как справедливо замечает Блохинцев, «вопрос о том, принадлежит ли волновая функция одной частице или нет, так же неудачен, как вопрос о том, является ли вероятность того или иного выигрыша характеристикой данного лотерейного билета? Волновая функция (или матрица плотности) содержит как характеристики микросистемы μ , например ее координаты (Q) , так и характеристики той макроскопической обстановки M , которая определяет состояние этой микросистемы» [4, с. 617].

Во-вторых, в этом разъяснении статистической интерпретации квантовой механики упоминается роль температуры T макроскопического термостата. При этом добавляется, что индекс M , означающий макроприбор, может быть уподоблен температуре T термостата или «индекс M можно заменить на p -импульс частицы μ , если макроскопическая обстановка такова, что она организует монохроматическую волну де Бройля» [4, с. 617].

С позиций бинарной геометрофизики обращение к температуре соотносится с переходом к ${}^M R_m^M(\mu)$. Однако здесь имеет место существенное различие реляционной и статистической интерпретаций квантовой механики. В последней классическое пространство-время полагается заданным, тогда как в реляционной интерпретации оно само имеет статистическую природу.

Как писал Д. И. Блохинцев, «оказывается, что существует целая симфония новых статистических закономерностей, управляющих движением микрочастиц и в том случае, когда макроскопические тела, диктующие условия движения микрочастицам, находятся при температуре абсолютного нуля. Эта симфония и есть квантовая механика. Квантовая механика изучает законы движения микрочастиц в квантовом ансамбле» [4, с. 28]. Однако в его подходе «симфония новых статистических закономерностей» имеет скрытую, загадочную природу. В бинарной геометрофизике раскрывается смысл этого ансамбля — его составляет совокупность отношений между элементами, обусловленная незавершившимися процессами окружающего мира.

Следует отметить, что Д. И. Блохинцев был близок к постановке вопроса о статистической природе классического пространства-времени. Он размышлял о применимости классических пространственно-временных отношений в микромире. Обсуждению этого вопроса он посвятил отдельную книгу «Пространство и время в микромире» [5], в которой подчеркивал, что «понятия и методы, пригодные в макромире, могут быть перенесены в микромир лишь *косвенно* и требуют большой степени абстракции» [5, с. 5].

Боле того, он даже пытался анализировать работы по макроскопической природе пространства-времени, однако состояние этих исследований в то время не позволяло сделать решительного шага. Он писал: «Стохастическому пространству был посвящен ряд работ. Мы не намерены входить в подробный критический анализ этих работ. Не будет большой ошибкой сказать, что идейное содержание этих работ может быть объединено в предположении, что истинные координаты (x, t) физического события P ввиду некоторой принципиальной неточности, свойственной прибору, измеряющему x, t , или самому событию P , определяются лишь с некоторой степенью вероятности» [5, с. 263]. Им был проанализирован ряд предложенных вариантов изменений свойств пространства-времени в малом: теории с введением минимальной длины, теории дискретной (решеточной) структуры пространства-времени, теории квантования пространства и др. Однако все эти подходы существенно отличаются от предложенного в рамках бинарной геометрофизики.

15.2. Эйнштейн об интерпретации квантовой механики

1. Известно, что Эйнштейн не мог смириться с копенгагенской интерпретацией квантовой механики, хотя и признавал ее достоинства и неизбежность на том этапе развития физики. Он писал: «Кажется очевидным, что данное Борном статистическое толкование квантовой теории является единственно возможным. Функция (ψ) ни в коем случае не описывает состояние, свойственное одной-единственной системе; она относится скорее к нескольким системам, т. е. к „ансамблю систем“, в смысле статистической механики. Если, исключая некоторые особые случаи, функция дает только статистические данные об измеримых величинах, то причина состоит не только в том, что *операция измерения* вносит неизвестные элементы, которые можно уловить лишь статистически, а в самом факте, что функция ψ ни в коем смысле не описывает состояния одной отдельной системы» [130, с. 221].

Эта позиция Эйнштейна в значительной степени соответствует интерпретации квантовой механики, предлагавшейся Блохинцевым. Она не противоречит также выводам бинарной геометрофизики, если под ансамблем понимать совокупность отношений, обусловленных процессами окружающего мира, ответственными за происхождение идеи классического пространства-времени.

2. Любопытно проследить, что больше всего не устраивало Эйнштейна в интерпретации квантовой механики. В его статье «Физика и реальность» находим следующее высказывание: «Тот факт, что квантовая механика позволяет столь просто получить выводы, касающиеся прерывных переходов (кажущихся) из одного состояния системы в другое, не давая фактически представления об отдельных процессах, связан с другим фактом, а именно: что теория в действительности оперирует не с отдельной системой, а с ансамблем систем. (...) Что происходит в отдельной системе, остается, правда, при такой манере мышления совершенно невыясненным; статистическая точка зрения совершенно исключает из рассмотрения эти таинственные процессы» [130, с. 222].

Примечательно, что именно этот вызывающий недоумение факт положен в основание бинарной геометрофизики, опирающейся на бинарные системы комплексных отношений. Имеются два множества состояний и совокупность отношений между ними, определяющих амплитуду вероятности переходов между ними. В данной конструкции, действительно, теряет всякий смысл описание «таинственных процессов» переходов через что-то промежуточное.

Основой бинарной геометрофизики стала именно идея вероятностной природы процессов, с которой не мог согласиться Эйнштейн, писавший: «Нет сомнения, что в квантовой механике имеется значительный элемент истины и что она станет пробным камнем для любой будущей теоретической основы, из которой она должна будет быть выведена как частный случай, подобно тому, как электростатика выводится из уравнений Максвелла для электромагнитного поля или термодинамика из классической механики. Однако я не думаю, что квантовая механика является *исходной точкой* поисков этой основы, точно так же, как нельзя, исходя из термодинамики (или, соответственно, из статистической механики), прийти к основам механики» [130, с. 223].

3. Известно, что Эйнштейн стремился найти интерпретацию квантовой теории, исходя из геометрии: «Мои усилия пополнить ОТО путем обобщения уравнений гравитации были предприняты отчасти в связи с предположением о том, что, по-видимому, разумная общая релятивистская теория поля, возможно, могла бы дать ключ к более совершенной квантовой теории. Это — скромная надежда, но никак не убеждение» [129, с. 626].

Бинарная геометрофизика также опирается на изменение классических пространственно-временных отношений (геометрии), однако не путем неких обобщений классической геометрии, а посредством перехода к более элементарным бинарным системам комплексных отношений, из которых можно вывести привычные геометрические представления.

4. Позиция Эйнштейна, выраженная в виде ряда полунегативных замечаний относительно доминирующей копенгагенской интерпретации при отсутствии конкретной развитой альтернативы, послужила неким подкреплением как статистического подхода, развивавшегося Блохинцевым, так и для развития неклассических интерпретаций на основе гипотезы о существовании скрытых параметров в классическом пространстве-времени.

15.3. Геометрическая интерпретация

Ю. Б. Румера

1. Другая интерпретация квантовой механики, в которой можно усмотреть созвучие принципам бинарной геометрофизики, опиралась на увеличение размерности пространственно-временного многообразия. Этот подход зародился в рамках 5-мерной теории в конце 20-х — начале 30-х годов в работах В. А. Фока [102], О. Клейна [43], которые обратили внимание на то, что релятивистское обобщение уравнения Шредингера (уравнение Клейна—Фока) можно представить как оптическое

уравнение, описывающее распространение скалярных безмассовых волн в 5-мерном пространстве-времени (с плоской метрикой):

$$G^{AB}\nabla_A\nabla_B\Phi = 0 \longrightarrow \left[\square + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \varphi(x^\mu) = 0, \quad (15.3.1)$$

если постулировать, что 5-мерная волновая функция $\Phi(x^A)$ циклическим образом зависит от дополнительной координаты x^4 :

$$\Phi(x^A) = \varphi(x^\mu) \exp\left(\frac{imcx^4}{\hbar}\right). \quad (15.3.2)$$

2. Важную роль в развитии этого направления сыграла работа А. Эйнштейна и П. Бергмана [128, с. 492–513], в которой обсуждался вопрос о возможной причине ненаблюдаемости 5-й координаты в единой геометрической теории гравитации и электромагнетизма Т. Калуцы. Была высказана мысль, что дополнительное измерение замкнуто с некоторым элементарным периодом b (компактифицировано). Это соответствует тому, что в развернутом пятом измерении все расстояния, отличающиеся на величину nb , являются склеенными друг с другом, т. е. неразличимыми. В теории Калуцы это отображено использованием циклической зависимости 5-мерной волновой функции от дополнительной координаты x^5 в виде (3.5.6), отличным от (15.3.2). Замкнутость мира по x^5 объясняет квантованность электрического заряда.

Подчеркнем, что 5-мерные теории Калуцы и Клейна представляют собой разные ветви 5-мерия, однако обе они опираются на циклическую зависимость от дополнительных координат (но с разным периодом компактификации).

3. Ю. Б. Румер предложил связать высказанную А. Эйнштейном и П. Бергманом идею о цикличности (замкнутости) дополнительного измерения с волновым характером квантовой механики. Он писал: «Можно, однако, прийти к представлению о топологически замкнутом 5-мерном пространстве совершенно с „другого конца“, независимо от попыток построения единой теории тяготения и электричества. Этот путь ведет к обнаружению возможности приписать пятой координате S физический смысл действия, ее периоду b численную величину постоянной Планка \hbar и приводит к глубокому синтезу геометрических идей, заложенных в общей теории относительности, с идеями квантовой теории. Привычное в современной физике разделение на „макроскопику“ и „микроскопику“, связанное с величиной постоянной Планка \hbar , находит свое геометрическое отображение в понятиях „четырёхмерия“ и „пятимерия“» [79, с. 8].

4. Геометрическая интерпретация квантовой механики Румера основана на представлении волновых функций частиц в виде (близком к (15.3.2)):

$$\Phi = \varphi(x^\mu) \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right) \quad (15.3.3)$$

и опирается на следующие положения:

- «1) Пятая координата конфигурационного пространства получает отчетливый физический смысл действия. В отношении пятой координаты конфигурационное 5-пространство замкнуто.
- 2) Вместо условия цилиндричности для метрических потенциалов и условия цикличности для волновых функций все физические величины удовлетворяют единому условию периодичности в 5-й координате действия.
- 3) Обнаруживается, что период пятой координаты имеет универсальную величину постоянной Планка, которая получает отчетливый геометрический смысл.
- 4) Квантование движения материальной точки есть проявление периодической зависимости физических величин от координаты действия.
- 5) Во всякой последовательной классической теории мы обязаны полагать $\hbar \rightarrow 0$, т. е. пренебрегать периодической зависимостью физических величин от координаты действия. Во всякой последовательной квантовой теории мы обязаны учитывать периодическую зависимость физических величин от координаты действия. Поэтому, с точки зрения 5-оптики, является непоследовательным пренебрегать, как это делает современная квантовая механика, периодической зависимостью составляющих внешнего поля от координаты действия» [79, с. 150-151].

Легко перебросить мостик между введенной Румером циклической зависимостью от классического действия и определением пропагатора в фейнмановской формулировке квантовой механики через экспоненты с показателем из классического действия, умноженного на мнимую единицу.

5. В своих исследованиях Ю. Б. Румер столкнулся с рядом трудностей, одна из которых состояла в том, что при помощи одной дополнительной размерности он пытался одновременно решить три фундаментальные проблемы: геометрическое описание электромагнитных взаимодействий, геометризацию квантовомеханических закономерностей и получение масс элементарных частиц. Как сейчас стало ясно, решение двух из этих проблем — описания электромагнетизма и масс — достигается в рамках двух разных каналов 5-мерия (канала Калуцы и канала

Клейна), которые можно объединить лишь в рамках 6-мерной теории Калуцы—Клейна.

Однако, с позиций бинарной геометрофизики, главный недостаток интерпретации Румера состоял в том, что компактификация имеет место не по дополнительной пятой компоненте, а по всем классическим координатам. На самом элементарном уровне имеет место циклический характер параметров элементов БСКО ранга (2,2), из которых строятся классические расстояния.

6. В связи с этим следует упомянуть ряд работ, в которых ставился вопрос о причинах компактификации многомерного пространства-времени по дополнительным (к классическим) измерениям. Задача ставилась так: полагалось, что нормальным для всех размерностей является некомпактифицированный (классический) характер, а компактифицированность должна находить свое объяснение. В данном подходе, в рамках бинарной геометрофизики, задача ставится наоборот: нормальным является циклический характер отношений (компактифицированность), а классичность (вещественность) четырех измерений должна быть выведена из более элементарных циклических отношений.

15.4. Многомировая интерпретация

Многомировая интерпретация, предложенная в 1957 году Г. Эвереттом [125] и поддержанная Б. ДеВиттом и другими исследователями, основана на трактовке волновой функции как реального физического объекта, определенного в ветвящемся мире.

В этой интерпретации имеется ряд положений, с которыми можно согласиться в реляционном подходе, но есть и противоречащие бинарной геометрофизике.

Так, можно согласиться с критикой Эверетта копенгагенской интерпретации квантовой механики в том смысле, что последняя рассматривает наблюдателя вне рассматриваемой системы, что создает ряд проблем, например, при построении квантовых космологических моделей. Как пишет Эверетт, «не существует какого-либо единственного состояния одной подсистемы сложной системы. Подсистемы не обладают состояниями, которые являются независимыми от состояний остальной части системы, так что состояния подсистем в общем случае коррелируются друг с другом. Можно произвольно выбрать состояние для одной подсистемы, что приведет к соотносённому состоянию для остальной части. Таким образом, мы сталкиваемся с фундаментальностью соотносённых состояний, которая подразумевается формализмом сложных систем. Бессмысленно спрашивать об абсолютном состоянии

подсистемы — можно только спросить о данном состоянии относительно остальной части системы» [125].

В реляционной формулировке квантовой механики именно так обстоит дело. Как рассматриваемая микросистема, так и сам макроприбор и весь окружающий мир представляют собой единую и нераздельную систему. Относительное состояние (положение) микросистемы определяется вкладами от процессов окружающего мира, причем эти вклады скоррелированы с макроприбором и со всеми окружающими объектами.

Автор многомировой интерпретации справедливо отмечает две принципиально различные возможности изменения так или иначе введенной функции состояния:

«**Процесс 1:** Прерывистое изменение, вызванное наблюдением величины с собственными состояниями ϕ_1, ϕ_2, \dots , в котором состояние ψ будет изменено на состояние ϕ_j , с вероятностью $|\langle \psi, \phi_j \rangle|^2$.

«**Процесс 2:** Непрерывно, детерминированное изменение состояния изолированной системы со временем, согласно уравнению волны $\partial\psi/\partial t = A\psi$, где A — линейный оператор» [125].

Автор выбирает вторую возможность и предлагает описывать состояние микросистемы через соотнесенные состояния достаточно сложной системы с памятью: «С каждым последующим наблюдением (или взаимодействием), наблюдатель „ветвится“ во множество различных состояний. Каждая ветвь представляет собой результат измерения и *соответствующего* собственного состояния системы объекта. Все ветви существуют одновременно в суперпозиции после любой данной последовательности наблюдений. Таким образом, „траектория“ конфигурации памяти наблюдателя, выполняющего последовательность измерений, есть не линейная последовательность конфигураций памяти, а ветвящееся дерево, со всеми возможными результатами, существующими одновременно в конечной суперпозиции с различными коэффициентами в математической модели» [125].

Постулат «ветвления» наблюдателя в каждом акте наблюдения (взаимодействия) нацелен на устранение известного со времен Аристотеля соотношения возможности и действительности, которое воплощено в квантовой теории. Согласно Эверетту все возможности реализуются в действительности в параллельно реально существующих мирах. Трудно согласиться с таким пониманием мироустройства, что отмечалось многими оппонентами многомировой интерпретации. Это, в частности, отмечает и сам Эверетт в примечании к его статье, добавленном при корректуре: «При обсуждении препринта этой статьи некоторые корреспонденты подняли вопрос „перехода от возможного к действительному“, утверждая, что в „действительности“ — как свидетельствует наш

опыт — нет никакого расщепления состояний наблюдателей, поскольку всегда только одна ветвь может существовать фактически. Так как этот пункт может прийти в голову и другим читателям, ниже предлагается следующее объяснение.

Что касается вопроса, составляющего предмет спора — перехода от „возможного“ к „действительному“, — теория снимает эту озабоченность очень простым способом: такого перехода нет, и при этом он и не нужен для теории в соответствии с нашим опытом. С точки зрения теории, все элементы суперпозиции (все „ветви“) являются „действительными“, ни один не более „реален“, чем остальные. Не нужно полагать, что все, кроме одного, так или иначе разрушены, так как все отдельные элементы суперпозиции индивидуально подчиняются волновому уравнению с полным безразличием к присутствию или отсутствию („реальности“ или нет) любых других элементов. Это полное отсутствие влияния одной ветви на другую также подразумевает, что никакой наблюдатель никогда не будет знать ни о каком процессе „расщепления“» [125].

Другими словами, можно сказать, что для каждого наблюдателя все миры с иными исходами процессов наблюдения представляют собой «вещи в себе», никак не влияющими на мир наблюдателя той действительности, которой соответствует результат его наблюдения. В таком случае теория выходит из сферы науки и переходит в сферу религии, т. е. веры в существование того, что на наблюдателя принципиально не влияет и что он доказать не может.

В бинарной геометрофизике используется общепринятое в философии понимание соотношения возможности и действительности, реализуемое через амплитуды вероятности в квантовой механике. Какое-то созвучие с многомировой интерпретацией можно найти, лишь если мирами назвать отдельные БСКО, которых в реляционной интерпретации действительно много. Однако, во-первых, эти «миры» компактифицированные, в отличие от миров Эверетта, во-вторых, каждая из БСКО самым непосредственным образом влияет на результаты всех взаимодействий в едином итоговом (реальном) мире и, в-третьих, отдельные БСКО возникают и исчезают при каждом акте взаимодействия.

15.5. Неоклассические интерпретации квантовой механики

Сверх уже упомянутых шести интерпретаций квантовой механики в литературе обсуждается ряд иных интерпретаций, значительная часть которых представляет собой разновидности так называемой *неоклассической интерпретации квантовой механики*. Они далеки от предло-

женной здесь реляционной интерпретации, тем не менее интересно их также сопоставить с рассматриваемым здесь реляционным подходом.

15.5.1. Волна-пилот Л. де Бройля

Л. де Бройль — один из авторов квантовой механики — до 1927 года развивал свою интерпретацию, затем, встретившись на этом пути с рядом трудностей, более 25 лет пытался придерживаться традиционной копенгагенской интерпретации. Однако в 50-х годах вернулся к своим прежним взглядам.

Сам де Бройль так описывает суть своей интерпретации: «Я смело постулировал, что всякое непрерывное решение (Ψ) уравнений волновой механики в какой-то степени дублируется решением с сингулярностью (это решение обозначим через u); предполагается, что функция u описывает, вообще говоря, подвижную сингулярность (частица!) и имеет ту же фазу, что и функция Ψ . Следовательно, оба решения u и Ψ должны иметь форму волны, причем фаза обеих функций одинаково зависит от x, y, z, t , но амплитуды их совершенно разные, потому что амплитуда u должна предполагать сингулярность, а амплитуда Ψ должна быть непрерывной» [11, с. 20]. Далее он поясняет свою позицию: «Поскольку я тогда считал, что движение частицы определяется градиентом фазы, которая у решений u и Ψ одна и та же, то все происходит с виду так, как будто непрерывная волна Ψ „ведет“ частицу. Таким образом, мне казалось, что можно было стать на следующую точку зрения: постулировать существование частицы как не зависящего от нас реального объекта и признать, что волна Ψ „ведет“ частицу, причем движение последней происходит в соответствии с формулой: „скорость пропорциональна градиенту фазы“. Этот способ представления я образно назвал „теорией волны-пилота“» [11, с. 23].

Де Бройль встретился с математическими трудностями согласования двух решений u и Ψ , которым придавался смысл реального существования.

Интерпретация де Бройля имеет созвучие с реляционной интерпретацией в том плане, что его волна-пилот (решение Ψ) играет роль системы отношений рассматриваемой частицы с окружающим миром. Однако в реляционной интерпретации нет надобности во втором решении u , поскольку в данном подходе ничто реально не распространяется, а волна Ψ определяет лишь амплитуду вероятности возможных исходов процесса с данной частицей. Так что нет надобности в согласованиях двух решений, тем более что в бинарной геометрофизике нет пространственно-

временного фона, по которому должны распространяться волновые решения.

15.5.2. Гипотеза «скрытых параметров»

Наиболее откровенная приверженность триалистической парадигме классической механики проявляется в работах Д. Бома. Как он сам писал, его работы нацелены на построение иной (не копенгагенской) «интерпретации квантовой теории в терминах пока „скрытых“ параметров, которые бы в принципе точно определяли поведение индивидуальных систем; измерения, которые можно практически осуществить в настоящее время, должны включать в себя процессы усреднения по этим параметрам. (...) В отличие от обычной точки зрения, эта новая интерпретация позволяет рассматривать каждую индивидуальную систему как находящуюся в некотором точно определяемом состоянии, изменение которого со временем задается точными законами, похожими на классические уравнения движения (но не идентичные с ними). Представление о квантовомеханических вероятностях рассматривается (аналогично классической статистической механике) как вызванное практической необходимостью, а отнюдь не как проявление внутренней неполноты описания свойств материи в квантовой области. Физические результаты, к которым приводит предлагаемая нами новая интерпретация, точно совпадают с обычными, коль скоро сохраняется уравнение Шредингера в его современной общей форме» [9, с. 34–35].

Последнее утверждение опирается на рассуждения, соответствующие квазиклассическому переходу в квантовой механике. Предлагается представить комплексное решение уравнения Шредингера (14.3.14) в форме:

$$\Phi = R \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right), \quad (15.5.1)$$

где R и S — вещественные функции. Вводя функцию $W(\vec{x}) = R^2(\vec{x})$, трактуемую как плотность вероятности, можно записать вещественную и мнимую части уравнения Шредингера в следующем виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla(W \cdot \nabla S) \frac{1}{m} = 0, \quad (15.5.2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} (\nabla S)^2 + V(\vec{x}) - \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{\nabla^2 W}{W} - \frac{(\nabla W)^2}{2W^2} \right] = 0. \quad (15.5.3)$$

Первое из этих уравнений трактуется как обыкновенный закон сохранения вероятности, а второе как классическое уравнение Гамильтона—Якоби с малыми добавками, обусловленными квантовомеханическими скрытыми параметрами.

Интерпретация на основе скрытых параметров нашла немало сторонников, что объясняется желанием оставаться в рамках привычной классической (триалистической) парадигмы. Теории такого рода развиваются рядом авторов по настоящее время.

Принципы бинарной геометрофизики принципиально отличаются от идеологии, положенной в основу неоклассического подхода. Некоторые отдаленные параллели между двумя данными подходами можно найти лишь в том, что в бинарной геометрофизике пространство-время, имеющее макроскопическую природу, строится из элементарных парных отношений, которые (при очень большом желании) можно уподобить скрытым параметрам. Однако, как уже многократно подчеркивалось, они вводятся независимо от классических пространственно-временных отношений, тогда как в неоклассических интерпретациях пространство-время предполагается априорно заданным, а все понятия, в том числе и скрытые параметры, имеют классический характер.

15.6. Невозможность возврата к классическим представлениям

1. Кроме здесь затронутых имеется ряд других интерпретаций квантовой механики, например брюссельская, синергетическая и т. д. Большую часть из них следует отнести к неоклассическим интерпретациям. Главной чертой большинства из них является попытка сохранить классические пространственно-временные представления и объяснить квантовомеханические закономерности теми или иными соображениями, сводящимися в конце концов к гипотезе скрытых параметров. Перечисление всех интерпретаций такого рода не входит в задачу данной книги.

2. Существующая квантовая теория, независимо от того, придерживаться ли копенгагенской или фейнмановской интерпретаций, ни в коем случае не исключает возможностей дальнейшего развития, в том числе и пересмотра ее оснований. Она лишь свидетельствует о невозможности возврата к прежним классическим представлениям. Это неоднократно подчеркивалось классиками квантовой теории.

Так, Н. Бор писал: «Разумеется, такого рода рассуждения вовсе не означают, что атомная физика не принесет нам больше ничего нового в отношении экспериментальных открытий и математических средств для их описания и понимания. В самом деле, весьма важно, что для

объяснения новых закономерностей, открывающихся при исследовании атомных процессов весьма большой энергии, потребуется ввести в математический аппарат дальнейшие абстракции. Решающим является, однако, то обстоятельство, что при этом не может быть и речи о возвращении к такому способу описания, которое в большей степени шло бы навстречу привычным требованиям наглядного модельного представления связи между причиной и следствием» [10, с. 146].

П. А. М. Дирак, обсуждая пути дальнейшего развития квантовой физики, отмечал: «Соотношение неопределенности в его современной форме не будет фигурировать в физике завтрашнего дня. Разумеется, возврата к детерминизму классической физики уже не будет; эволюция не пойдет вспять. *Наверняка появятся совершенно необычные представления, о которых мы пока даже не догадываемся. Они уведут нас еще дальше от классических взглядов* и полностью изменят современный вид соотношений неопределенности» [37, с. 24].

Аналогично высказывался В. А. Фок: «Неравенства Гейзенберга дают ответ на вопрос, поставленный в начале этого параграфа: они указывают на пределы применимости классического способа описания. Но они отнюдь не ставят каких-либо границ для более совершенных способов описания физических явлений и для более полного познания свойств физических объектов» [105, с. 10].

Как представляется автору, бинарная геометрофизика и реляционная интерпретация квантовой механики соответствуют процитированным высказываниям.

3. Вместе с тем хотелось бы противопоставить бинарную геометрофизику и соответствующую ей реляционную интерпретацию квантовой механики позиции, сформулированной в «Квантовой механике» Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица: «Обычно более общая теория может быть сформулирована логически замкнутым образом независимо от менее общей теории, являющейся ее предельным случаем. Так, релятивистская механика может быть построена на основании своих основных принципов без всяких ссылок на ньютоновскую механику. Формулировка же основных положений квантовой механики принципиально невозможна без привлечения механики классической. Отсутствие у электрона определенной траектории лишает его самого по себе также и каких-либо других динамических характеристик. Ясно поэтому, что для системы из одних только квантовых объектов вообще нельзя было бы построить никакой логически замкнутой механики. (...) Таким образом квантовая механика занимает очень своеобразное положение в ряду физических теорий — она содержит классическую механику как

свой предельный случай и в то же время нуждается в этом предельном случае для самого своего обоснования» [51, с. 15–16].

Бинарная геометрофизика как раз и нацелена на построение теории микромира, в том числе и квантовой механики, независимо от классических пространственно-временных представлений и от классической механики. Это было исходным моментом для развития данной программы исследований и было отражено в этой книге тем фактом, что, начиная с 4-й главы, теория строится «логически замкнутым образом независимо от менее общей теории, являющейся ее предельным случаем» «на основании своих основных принципов без всяких ссылок на ньютоновскую механику». И только в заключительной, пятой части книги предложен переход от бинарной геометрофизики к классическим представлениям на основе макроскопического подхода к природе классического пространства-времени и ньютоновой механики.

4. Излагаемая здесь реляционная интерпретация квантовой механики принципиально отличается от ранее предложенных, однако с каждой из них можно усмотреть некоторые общие черты, что, видимо, отражает, с одной стороны, содержащиеся в них попытки осмысления одной и той же реальности под разными углами зрения, а с другой стороны, односторонность каждого из использовавшихся миропониманий.

Главная причина различий имеет метафизический характер. Все предлагавшиеся ранее интерпретации квантовой механики строились в рамках либо дуалистических парадигм, либо даже триалистической парадигмы, каковыми являются неоклассические интерпретации. Напомним, фейнмановская интерпретация строилась в рамках дуалистической реляционной парадигмы, копенгагенская интерпретация — в рамках дуалистической теоретико-полевой парадигмы, а интерпретация Румера и надежды Эйнштейна на прояснение смысла квантовой механики на пути развития геометрии опирались на дуалистическое геометрическое миропонимание. Предлагаемая здесь реляционная интерпретация основана на иной — реляционной монистической парадигме.

Заключение



В физике XX века доминирующей была концепция близкодействия, и теория физических взаимодействий развивалась в рамках полевого подхода. В настоящее время подавляющее число физиков-теоретиков по-прежнему склоняется к построению теории великого объединения на данной основе. Сложившаяся в науке ситуация объясняется рядом причин объективного и субъективного характера. И, прежде всего, следует выделить тот факт, что работы, выполненные в рамках концепции дальнего действия, существенно опережали свое время. В них достаточно быстро вскрылись проблемы, которые не могли быть решены на основе имевшихся в то время средств. На этом фоне теория поля представлялась менее проблематичной и позволяла обойти многие острые вопросы в реляционном подходе.

Но на рубеже веков ситуация существенно изменилась, и сегодня становится все более очевидным, что теоретическая физика могла бы развиваться на основе концепции дальнего действия. Любопытно отметить, что многие открытия в теоретической физике прошлого века были связаны с размышлениями в духе концепции дальнего действия. Так, например, Эйнштейн пришел к созданию общей теории относительности, следуя идеям Маха в русле реляционной парадигмы. А Фейнман в своей Нобелевской лекции прямо сказал, что к своим результатам по квантовой электродинамике он пришел на основе идей концепции дальнего действия.

Главный результат настоящей работы, также полученный в рамках реляционного подхода, может быть сформулирован следующим образом: в основание физики микромира можно положить самостоятельную систему реляционных понятий и закономерностей, не требующих предварительного задания классических пространственно-временных отношений и сопутствующих им макропонятий. Здесь имеются в виду комплексные отношения (числа) между элементами двух множеств, соответствующих состояниям элементарных частиц до и после процесса

взаимодействия. Эти комплексные отношения характеризуют амплитуды вероятности соответствующих переходов, причем их параметры определяются относительно элементарных базисов, каковыми могут являться аналогичные элементарные частицы.

Основная часть книги (гл. 4–12) посвящена развитию теории бинарных систем комплексных отношений независимо от классических пространственно-временных представлений. Последние упоминаются при физической интерпретации выражений, появляющихся в бинарной геометрофизике в качестве прообразов общепринятых понятий, или там, где намечается переход от реляционной теории микромира к привычным физическим понятиям, имеющим смысл лишь на фоне классического пространства-времени.

Изложению основного содержания книги (в рамках БСКО) предшествует переформулировка ключевых положений классической физики и геометрии в терминах реляционного подхода, т. е. на базе унарных систем вещественных отношений. При реляционном подходе бессмысленно рассмотрение пустых точек непрерывного пространства-времени, поэтому в поле зрения исследователя входят только прямые отношения между частицами и элементами-событиями, т. е. классическая физика строится на базе концепции дальнего действия. При построении бинарной геометрофизики важное значение имели идеи и методы теории прямого межчастичного взаимодействия (ТПМЧВ) Фоккера—Фейнмана. Можно сказать и обратное: сама ТПМЧВ обосновывается с позиций более элементарной бинарной геометрофизики. Кроме того, ТПМЧВ может рассматриваться как промежуточное звено между описанием фундаментальных физических взаимодействий в бинарной геометрофизике и в общепринятых калибровочных теориях поля.

Реляционная теория позволила приблизиться к решению трех блоков проблем, определивших целевую направленность развития бинарной геометрофизики (см. блок-схему на рис. 01, Предисловие), и наметить пути для рассмотрения целого ряда других вопросов.

I. Обоснование свойств классического пространства-времени.

Благодаря бинарным системам комплексных отношений были вскрыты истоки ряда фундаментальных свойств классического пространства-времени.

- 1) БСКО являются прообразом общепринятых (унарных) геометрий, т. е. своеобразными бинарными геометриями, представляющими собой «корень квадратный» из обычных геометрий.

- 2) Размерность общепринятых (унарных) геометрий определяется рангом БСКО, т. е. числом элементов БСКО, для которых пишется закон бинарной геометрии.
- 3) Размерность 4 и сигнатура (+ ---) классического пространства-времени обусловлены минимальным рангом (3,3) «невырожденной» БСКО.
- 4) Элементы БСКО ранга (3,3) описываются 2-компонентными спинорами, что обосновывает более первичный характер спиноров по сравнению с векторными и тензорными величинами классической теории.
- 5) Координатное и импульсное (токовое) пространства можно трактовать как два способа перехода от бинарной геометрии к унарной.
- 6) Квадратичный характер мероопределения (метрики) обусловлен именно БСКО ранга (3,3). При переходе к БСКО более высоких рангов аналоги пространственно-временных отношений имеют большую размерность и финслеров характер мероопределения. В частности, если бы классическое пространство-время разворачивалось из БСКО ранга (4,4), то оно было бы 9-мерным и метрика имела бы кубичный характер.
- 7) В основе идеи макроскопической (статистической) природы классического пространства-времени лежит понимание расстояний и всей геометрии как итога наложения огромного количества комплексных бинарных отношений между достаточно сложными комплексами из элементарных частиц (между макротелами).
- 8) Переход от первичных понятий реляционной теории микромира к классическим (макроскопическим) пространственно-временным представлениям не является тривиальным. Он осуществляется на основе перехода от элементарных базисов БСКО (каковыми являются отдельные частицы) к макроприборам (к особой совокупности элементарных базисов) и при учете всех событий и частиц окружающего мира, согласно принципу Маха.

II. Объединение фундаментальных физических взаимодействий.

В процессе построению прообраза единой реляционной теории физических взаимодействий были получены следующие результаты.

- 1) Для описания физических взаимодействий следует перейти от БСКО ранга (3,3) к БСКО более высокого ранга, т. е. к бинарному многомерию. Это соответствует принципам многомерных геометрических моделей физических взаимодействий типа теории

Калуцы, где для описания электромагнитного и иных физических взаимодействий производится переход от 4-мерной ОТО к аналогичным теориям в пространственно-временных многообразиях большей размерности.

- 2) Простейший вариант бинарного многомерия на базе БСКО ранга (4,4) соответствует 5-мерной теории Калуцы. В его рамках описываются электромагнитные взаимодействия и вскрывается методика описания иных видов взаимодействий.
- 3) В бинарной геометрофизике прообразом S -матрицы, а также действия взаимодействующих фермионных частиц являются базовые $r \times r$ -отношения — своеобразные объемы бинарной геометрии.
- 4) Для построения прообраза единой реляционной теории электро-слабых и сильных взаимодействий следует использовать БСКО ранга (6,6).
- 5) В бинарной геометрофизике элементарные частицы описываются тройками элементов в каждом из двух множеств БСКО ранга (6,6). Поскольку каждый элемент определяется пятью параметрами (двумя внешними и тремя внутренними), то частицы характеризуются 3×5 -матрицами комплексных параметров.
- 6) Прообразы S -матрицы (действия) процессов сильных и электро-слабых взаимодействий элементарных частиц строятся из одних и тех же базовых 6×6 -отношений двумя способами конкретизации значений внутренних параметров. Эти прообразы соответствуют лагранжианам, найденным в рамках калибровочных моделей взаимодействий в теории поля.
- 7) Взаимодействия имеют обменный характер по внутренним параметрам.
- 8) Заряды элементарных частиц строятся из внутренних параметров элементов, аналогично тому, как в многомерных геометрических моделях типа теории Калуцы электрический и иные заряды определяются через дополнительные компоненты импульсов.
- 9) Из базовых 6×6 -отношений автоматически получаются массовые слагаемые в прообразах лагранжианов взаимодействующих частиц, что интерпретируется как замена механизма Хиггса в калибровочных теориях.

III. Согласование принципов ОТО и квантовой теории.

В теоретико-полевым подходе проблема соотношения общей теории относительности (ОТО) и квантовой теории предстает как *проблема квантования гравитации* (гравитационного поля) [21], а в более широком плане — как *проблема совмещения принципов двух миропониманий*:

геометрического и теоретико-полевого. Но в названных трактовках эту задачу так и не удалось решить. В рамках реляционного миропонимания эта проблема приобрела иное звучание, выступая как **проблема согласования принципов ОТО и квантовой теории**. Она незримо имелась в виду на всех стадиях развития бинарной геометрофизики, и в данный момент можно сформулировать следующие положения:

- 1) Главное отличие ОТО и всей классической (неквантовой) физики от квантовой теории состоит в том, что они занимаются изучением принципиально различных сфер физической реальности. Квантовая теория предназначена для описания возможных исходов в элементарных звеньях процессов, тогда как классическая физика призвана описывать (гигантские) цепи из событий (т. е. множеств отдельных звеньев), уже свершившихся или вероятных в будущем. На уровне отдельных звеньев нет непрерывной эволюции микрочастиц, а есть лишь матрицы амплитуд вероятностей возможных исходов процесса. С позиций реляционного подхода, волновые уравнения для микрочастиц являются фикцией, вводимой либо в угоду теоретико-полевым представлениям, либо для согласования микро- и макроявлений. В классической теории ситуация принципиально иная: в ней рассматриваются огромные массивы дискретных событий, которые удобно представлять в виде непрерывных процессов движения (эволюции), описываемых дифференциальными уравнениями.
- 2) Реляционная интерпретация квантовой теории, в основе которой лежат представления о макроскопической природе классического пространства-времени, и математический аппарат бинарных систем комплексных отношений позволяют осмыслить закономерности квантовой механики параллельно с принципами формирования классических пространственно-временных отношений, что означает новый взгляд на соотношение квантовой и классической теорий.
- 3) 4-Мерная искривленная (риманова) геометрия и описываемые с ее помощью гравитационные взаимодействия представляют собой следствия электромагнитных взаимодействий и результат учета влияния окружающей материи (согласно принципу Маха). Этот взгляд на природу гравитации противоречит попыткам квантования гравитации по образу и подобию электромагнитного поля. Раскрывая сущность гравитационного взаимодействия в рамках реляционного подхода, подчеркнем: в бинарной геометрофизике нет места для гравитонов: «носителями» гравитационных взаи-

модействий (в терминах теории поля) являются квадратичные фотонные вклады в отношения между объектами.

- 4) Реляционный подход не лишает смысла рассмотрение воздействий, трактуемых в общепринятых ОТО и теории поля как проявления гравитационных волн. Однако они не переносятся гипотетическими гравитонами, а генерируются электромагнитными процессами в окружающем мире и проявляются через изменения вероятностей электромагнитных событий в детекторах.

IV. Реляционный подход к решению других проблем.

Бинарная геометрофизика способствует решению ряда других проблем как в физике, так и в смежных разделах естествознания.

- 1) Трактовка классических расстояний (метрики) в духе макроскопической природы классического пространства-времени, т. е. как итога наложения гигантского количества элементарных вкладов в отношения между парами макрообъектов, позволяет поставить **вопрос о возможности существования более тонких структур отношений между достаточно сложными макрообразованиями**. Не исключено, что в природе, особенно в биосистемах, подобные структуры отношений проявляются в виде множества загадочных явлений, которые широко представлены в многочисленных публикациях, но пока не вписываются в общепринятую научную парадигму.
- 2) Реляционное миропонимание позволяет по-новому взглянуть на **вопросы происхождения и сущности жизни**. В настоящий момент эти проблемы пытаются решать, рассчитывая ничтожно малые вероятности случайных объединений атомов в молекулы органических соединений на фоне априорно заданного классического пространства-времени. Но реляционный подход к описанию простейших элементарных частиц (например, электрона) демонстрирует удивительную аналогию со спиральной структурой ДНК. В гл. 6 показано, что не всякая пара элементов БСКО ранга (3,3) составляет отдельную элементарную частицу. Две пары элементов (левая и правая компоненты) в начальном и конечном состояниях должны быть связаны условиями как по горизонтали, так и по вертикали. Это достигается связью элементов двумя БСКО: самой БСКО ранга (3,3) и ее подсистемой в виде БСКО ранга (2,2). Поскольку каждая частица участвует в процессах, выстраивающихся в цепочку, где конец предшествующего звена становится началом последующего при сохранении связи между

элементами, то возникает некое подобие спирали ДНК в биологических системах.

На этой основе можно, как минимум, говорить о неких аналогиях в свойствах отдельных элементарных частиц и в структуре биологических систем, а, скорее всего, это следует трактовать как наличие на самом элементарном уровне прообразов тех свойств, которые проявляются в значительно более сложных биосистемах, построенных в конце концов из элементарных частиц. Эта ситуация аналогична той, которая имеет место в бинарной геометрофизике, когда истоки наблюдаемой размерности, сигнатуры и квадратичных метрических отношений классического 4-мерного пространства-времени лежат в свойствах БСКО ранга (3,3), из которых оно получается наложением огромного количества вкладов в отношения между макрообъектами.

- 3) В реляционном подходе возникает возможность обоснования наблюдаемого в природе неравноправия левого и правого. Известно, что все планеты в Солнечной системе вращаются (по орбитам и вокруг своей оси) практически в одном и том же направлении. Полюса Земли неравноправны: Северный полюс сплюснут, а Южный вытянут, ракушки оказываются закрученными в одну сторону и т. д. Истоки этой асимметрии можно попытаться связать с разницей свойств левой и правой компонент элементарных частиц. В гл. 7, 10 и 12 было показано, что массы частиц можно получить, если предположить, что левая и правая компоненты частиц в U -состояниях характеризуются слегка отличающимися значениями третьих компонент БСКО ранга (4,4). Это различие чрезвычайно мало при рассмотрении отдельных частиц, однако оно проявляется в значениях масс частиц, получаемых суммированием по частицам окружающего мира.
- 4) В реляционной теории физических взаимодействий ключевую роль играет постулат об обменном характере взаимодействий по внутренним параметрам частиц (с номерами 3, 4, 5), описывающим U - и V -состояния. Если этот постулат понимать не просто как технический прием вычислений, а как отражение реальной ситуации в природе, то можно поставить вопрос о возможности концентрации частиц в одном и том же состоянии, где взаимодействия между частицами отсутствуют. Собрав достаточное количество частиц в одинаковом состоянии, их можно затем привести в соприкосновение с частицами в другом состоянии (или в смеси

состояний), вызвав возникновение интенсивных процессов взаимодействия.

- 5) Наконец, позволим себе пофантазировать, опираясь на реляционную трактовку природы гравитации через диагональные миноры в матрице закона токовых отношений (см. гл. 3). Если допустить, что имеются механизмы, позволяющие превращать диагональные миноры матрицы, характеризующиеся квадратичными вкладами зарядов, в недиагональные миноры, понимаемые как вклады третьих частиц в электромагнитные взаимодействия, то окажется возможным влияние на гравитационные взаимодействия между избранными объектами.

Этот ряд возможных следствий и гипотез можно было бы продолжить.

Завершая книгу, хотелось бы подчеркнуть, что сформулированные в ней положения не претендуют на завершённую теорию в рамках реляционного подхода и тем более не нацелены на предсказание конкретных новых эффектов и практических следствий из нее. Автор отдаёт себе отчет о масштабности проблем, которые встают на этом пути перед исследователем. Главная задача книги — доказать необходимость перестройки фундаментальной физики на базе реляционных принципов, продемонстрировать, что этот подход не противоречит результатам, полученным в рамках других парадигм, а, напротив, приводит к ним и позволяет пойти дальше. Представляется, что в физике XXI столетия произойдет замена концепции близкодействия на концепцию дальнего действия, оплодотворенную идеями и опытом как традиционной теории поля, так и многомерных геометрических моделей. Хочется надеяться, что автору удалось сделать еще один шаг в этом многообещающем направлении.

Приложение



А.1. Модель Вайнберга—Салама—Глэшоу (фермионный сектор)

Кратко изложим самые необходимые сведения из модели электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама—Глэшоу [67, 118].

1. Эта модель строится в рамках калибровочного подхода локализацией двух групп $U(1)$ и $SU(2)$. Посредством локализаций 1-параметрической группы $U(1)$ вводится одно калибровочное векторное поле B_μ , взаимодействие с которым характеризуется константой g_1 . Локализацией 3-параметрической группы $SU(2)$ вводятся три калибровочных векторных поля $A(s)_\mu$ ($s = 1, 2, 3$), взаимодействия с которыми характеризуются второй константой g_2 .

2. Плотность лагранжиана модели Вайнберга—Салама—Глэшоу представляется в виде четырех составных частей

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_{Bos} + \mathcal{L}_m, \quad (\text{A.1.1})$$

где \mathcal{L}_0 — плотность лагранжиана свободного фермионного поля;

\mathcal{L}_F — описывает взаимодействие фермионных полей с векторными калибровочными полями (фермионный сектор);

\mathcal{L}_{Bos} — описывает плотность лагранжиана векторных калибровочных полей (бозонный сектор);

\mathcal{L}_m — часть плотности лагранжиана, описывающая вклады в массы частиц (массовый сектор). Сюда входит плотность лагранжиана хиггсовских скалярных полей и члены, описывающие их взаимодействия с другими полями.

Все эти составные части тесно связаны друг с другом.

3. Сосредоточим внимание на фермионном секторе теории. Согласно модели Вайнберга—Салама—Глэшоу, свободное фермионное поле и взаимодействие лептонов с векторными калибровочными полями описываются следующими слагаемыми в плотности лагранжиана

$$\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_F = i\hbar c[(\bar{L}\gamma^\mu \partial_\mu^{++} L) + (\bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu^{++} e_R) + (\bar{\nu}_R \gamma^\mu \partial_\mu^{++} \nu_R)], \quad (\text{A.1.2})$$

где L и \bar{L} — 2-компонентные столбец и строка, характеризующие левые компоненты нейтрино и электрона, e_R — правая компонента электрона, ν_R — правая

компонента нейтрино (если она имеется), а оператор ∂_μ^{++} («удлиненная» производная) имеет вид

$$\partial_\mu^{++} = I_2 \frac{\partial}{\partial x^\mu} - \frac{ig_1}{\hbar c} \frac{Y}{2} I_2 B_\mu - \frac{ig_2}{\hbar c} T(k) A(k)_\mu. \quad (\text{A.1.3})$$

Здесь Y — гиперзаряд, $T(s)$ — матричная величина, выражаемая через матрицы Паули, I_2 — единичные 2×2 -матрицы.

4. В модели Вайнберга—Салама—Глэшоу вводится ряд постулатов, уточняющих характер взаимодействия нейтрино, левых и правых компонент электрона с калибровочными векторными полями:

- а) Взаимодействие с полем B_μ характеризуется значением гиперзаряда Y . Постулируется, что для левых компонент нейтрино и электрона гиперзаряд $Y = -1$, а для правой компоненты электрона $Y = -2$.
- б) Взаимодействие с полями $A(s)_\mu$ характеризуется проекцией изотопического спина T . Постулируется, что левые компоненты нейтрино и массивного лептона (электрона) образуют изотопический дублет в изотопическом пространстве: для нейтрино $T_3 = +1/2$, для левой компоненты электрона $T_3 = -1/2$. Правая компонента электрона полагается изотопическим синглетом, для нее $T_3 = 0$.

Значение электрического заряда Q в единицах e выражается через гиперзаряд Y и проекцию изотопического спина T_3 следующей формулой

$$Q = \frac{1}{2}Y + T_3. \quad (\text{A.1.4})$$

Значения Q , T_3 и Y всех рассматриваемых в простейшей модели Вайнберга—Салама—Глэшоу частиц представлены в таблице:

Квантовое число	ν_{eL}	e_L	ν_{eR}	e_R	W^\pm	φ_0	φ_+
Q	0	-1	0	-1	± 1	0	+1
T_3	1/2	-1/2	0	0	± 1	-1/2	+1/2
Y	-1	-1	0	-2	0	+1	+1

(A.1.5)

5. На основе введенных величин и операторов плотность лагранжиана взаимодействия фермионных полей с векторными калибровочными полями записывается в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_F = & -\frac{g_1}{2} B_\mu [(\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) + (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + 2(\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)] + \\ & + \frac{g_2}{2} A(1)_\mu [(\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L) + (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L)] - \\ & - \frac{ig_2}{2} A(2)_\mu [(\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L) - (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L)] + \\ & + \frac{g_2}{2} A(3)_\mu [(\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) - (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L)]. \end{aligned} \quad (\text{A.1.6})$$

6. Вместо первичных (нейтральных) калибровочных полей B_μ и $A(3)_\mu$ вводятся векторные потенциалы электромагнитного поля A_μ поля Z_μ промежуточного Z -бозона посредством формул:

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + A(3)_\mu \sin \theta_W; \quad Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + A(3)_\mu \cos \theta_W, \quad (\text{A.1.7})$$

где θ_W — угол Вайнберга, выражаемый через константы g_1 и g_2 следующим образом

$$\sin \theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}; \quad \cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}; \quad \tan \theta_W = \frac{g_1}{g_2}. \quad (\text{A.1.8})$$

Экспериментальным образом найдено, что $\theta_W \simeq 28,4^\circ$.

Обратное соотношение имеет вид

$$B_\mu = \frac{1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} (g_2 A_\mu - g_1 Z_\mu); \quad A(3)_\mu = \frac{1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} (g_1 A_\mu + g_2 Z_\mu). \quad (\text{A.1.9})$$

7. Выделение двух комбинаций из нейтральных калибровочных полей определяется видом взаимодействия этих полей с хиггсовскими скалярными бозонами, определяющими массовые вклады. Безмассовая часть, по определению, трактуется как электромагнитное поле A_μ , а массивная составляющая соответствует полю Z_μ .

Часть удлинённой производной (A.1.3), характеризующая взаимодействие фермионов с нейтральными векторными полями, имеет вид

$$\partial_\mu^{++} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x^\mu} - \frac{iQe}{\hbar c} A_\mu + \frac{ie}{\hbar c \sin \theta_W \cos \theta_W} (T_3 - Q \sin^2 \theta_W) Z_\mu. \quad (\text{A.1.10})$$

8. Вместо векторных потенциалов $A(1)_\mu$ и $A(2)_\mu$ вводятся потенциалы промежуточных заряженных W -бозонов:

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} [A(1)_\mu + iA(2)_\mu]; \quad W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}} [A(1)_\mu - iA(2)_\mu]. \quad (\text{A.1.11})$$

9. Плотность лагранжиана взаимодействия фермионов с калибровочными векторными полями (A.1.6) записывается через введенные потенциалы следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_F = & - \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} [(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)] A_\mu + \\ & + \frac{3g_1^2 - g_2^2}{4\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} [(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)] Z_\mu - \\ & - \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{4} [(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) - (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R) - 2(\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L)] Z_\mu + \\ & + \frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L) W_\mu^- + \frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L) W_\mu^+. \end{aligned} \quad (\text{A.1.12})$$

10. От первичных констант g_1, g_2 , значений гиперзаряда и проекций изотопического спина можно перейти к значениям электрического заряда e и зарядов $g_{(AB)}$, определяющим взаимодействия частиц с нейтральными Z -бозонами:

$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}; \quad g_{(AB)} = T_3 - Q \sin^2 \theta_W; \quad \bar{g} = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}. \quad (\text{A.1.13})$$

Здесь у заряда слабых Z -взаимодействий $g_{(AB)}$ первый индекс означает вид частицы (электрон (e), нейтрино (ν) или вид кварка), а второй — компоненту рассматриваемой частицы: левую (L) или правую (R).

11. В электрослабых взаимодействиях участвуют не только лептоны (трех поколений), но и кварки. Выпишем в виде таблицы заряды для всех названных видов частиц (для их левых и правых компонент):

Частицы	Ароматы	Y	T_3	Q	$g_{(AB)}$
Левые кварки	u_L, c_L, t_L	+1/3	+1/2	+2/3	$+1/2 - (2/3) \sin^2 \theta_W$
	d_L, s_L, b_L	+1/3	-1/2	-1/3	$-1/2 + (1/3) \sin^2 \theta_W$
Правые кварки	u_R, c_R, t_R	+4/3	0	+2/3	$-(2/3) \sin^2 \theta_W$
	d_R, s_R, b_R	-2/3	0	-1/3	$+(1/3) \sin^2 \theta_W$
Левые лептоны	$\nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L}$	-1	1/2	0	1/2
	e_L, μ_L, τ_L	-1	-1/2	-1	$-1/2 + \sin^2 \theta_W$
Правые лептоны	$\nu_{eR}, \nu_{\mu R}, \nu_{\tau R}$	0	0	0	0
	e_R, μ_R, τ_R	-2	0	-1	$\sin^2 \theta_W$
Векторные бозоны	A_α, Z_α	0	0	0	0
	W_α^\pm	0	± 1	± 1	0

(A.1.14)

A.2. Сведения из калибровочной хромодинамики

1. Современная теория сильных взаимодействий (хромодинамика) является типичной калибровочной теорией поля. В ней промежуточные векторные бозоны (глюоны) вводятся посредством локализации 8-параметрической группы $SU(3)$. Плотность лагранжиана калибровочной хромодинамики (без массовых слагаемых) имеет вид (A.1.1), где фермионная часть представляется в форме, аналогичной (A.1.2):

$$\mathcal{L}_F = i\hbar c \bar{q} \gamma^\mu \partial_\mu^* q + (h.c.). \quad (\text{A.2.1})$$

Здесь оператор «удлиненной» производной записывается в виде, аналогичном (A.1.3):

$$\partial_\mu^* = I_3 \frac{\partial}{\partial x^\mu} + i \frac{g_0}{2\hbar c} \lambda_a V_\mu^{(a)}, \quad (\text{A.2.2})$$

где g_0 — константа сильных взаимодействий, λ_a — матрицы Гелл-Манна (8.2.3) и (8.2.4), I_3 — единичная 3×3 -матрица, $V_\mu^{(a)}$ — 8 векторных калибровочных (глюонных) полей, переносящих сильные взаимодействия между кварками q .

2. Выделяя из 8 глюонных полей два нейтральных, соответствующие двум диагональным матрицам Гелл-Манна, и приписав им специальные обозначения $V_\mu^{(3)} \equiv \mathcal{A}_\mu$ и $V_\mu^{(8)} \equiv \mathcal{B}_\mu$, «удлиненную» производную (A.2.2) можно переписать в ином виде

$$\partial_\mu^* = I_3 \frac{\partial}{\partial x^\mu} + I_3 \frac{ig_0}{\hbar c} Q_a \mathcal{A}_\mu + I_3 \frac{ig_0}{\hbar c} Q_b \mathcal{B}_\mu + i \frac{g_0}{2\hbar c} \lambda_n V_\mu^{(n)}, \quad (\text{A.2.3})$$

где индекс n пробегает 6 значений: 1, 2, 4, 5, 6, 7; Q_a и Q_b — два заряда кварков, характеризующие взаимодействия через нейтральные глюоны. Явный вид этих зарядов выписан в таблице:

кварки	Q_a	Q_b
$q(1)$	$1/2$	$1/(2\sqrt{3})$
$q(2)$	$-1/2$	$1/(2\sqrt{3})$
$q(3)$	0	$-1/\sqrt{3}$

(A.2.4)

3. По аналогии с формулами (A.1.11) для векторных потенциалов заряженных W^\pm -бозонов, произведем переопределение потенциалов заряженных глюонных полей $V_\mu^{(n)}$ согласно формулам:

$$X_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (V_\mu^{(1)} \pm iV_\mu^{(2)}); \quad Y_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (V_\mu^{(4)} \pm iV_\mu^{(5)}); \quad Z_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (V_\mu^{(6)} \pm iV_\mu^{(7)}). \quad (\text{A.2.5})$$

4. С учетом сделанных переопределений фермионная часть плотности лагранжиана сильных взаимодействий (A.2.1) записывается в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Fint} = & -\frac{g_0}{2} \mathcal{A}_\mu [(\bar{q}(1)\gamma^\mu q(1)) - (\bar{q}(2)\gamma^\mu q(2))] - \\ & -\frac{g_0}{2\sqrt{3}} \mathcal{B}_\mu [(\bar{q}(1)\gamma^\mu q(1)) + (\bar{q}(2)\gamma^\mu q(2)) - 2(\bar{q}(3)\gamma^\mu q(3))] - \\ & -\frac{g_0}{\sqrt{2}} X_\mu^+ (\bar{q}(2)\gamma^\mu q(1)) - \frac{g_0}{\sqrt{2}} X_\mu^- (\bar{q}(1)\gamma^\mu q(2)) - \\ & -\frac{g_0}{\sqrt{2}} Y_\mu^+ (\bar{q}(3)\gamma^\mu q(1)) - \frac{g_0}{\sqrt{2}} Y_\mu^- (\bar{q}(1)\gamma^\mu q(3)) - \\ & -\frac{g_0}{\sqrt{2}} Z_\mu^+ (\bar{q}(3)\gamma^\mu q(2)) - \frac{g_0}{\sqrt{2}} Z_\mu^- (\bar{q}(2)\gamma^\mu q(3)) + (h.c.), \quad (\text{A.2.6}) \end{aligned}$$

где использовано представление матриц Гелл-Манна в базисе Картана–Вейля.

5. Поскольку в бинарной геометрофизике среди первичных понятий нет полей переносчиков взаимодействий, то для сопоставления реляционной теории сильных взаимодействий с калибровочной хромодинамикой необходимо промежуточное звено. В качестве такового можно использовать принцип единообразного представления векторных электромагнитных и всех прочих потенциалов через характеристики частиц-источников этих потенциалов:

$$\mathcal{A}(1, 2)_\mu \sim -\frac{g_0}{2} [(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) - (\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)})]; \quad (\text{A.2.7})$$

$$\mathcal{B}(1, 2)_\mu \sim -\frac{g_0}{2\sqrt{3}} [(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(2)}) - 2(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(3)})]; \quad (\text{A.2.8})$$

$$X^+(1, 2)_\mu \sim -\frac{g_0}{\sqrt{2}} (\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(1)}); \quad X^-(1, 2)_\mu \sim -\frac{g_0}{\sqrt{2}} (\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(2)}); \quad (\text{A.2.9})$$

$$Y^+(1, 2)_\mu \sim -\frac{g_0}{\sqrt{2}} (\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(1)}); \quad Y^-(1, 2)_\mu \sim -\frac{g_0}{\sqrt{2}} (\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(3)}); \quad (\text{A.2.10})$$

$$Z^+(1, 2)_\mu \sim -\frac{g_0}{\sqrt{2}} (\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(2)}); \quad Z^-(1, 2)_\mu \sim -\frac{g_0}{\sqrt{2}} (\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(3)}), \quad (\text{A.2.11})$$

где индексом 2 обозначены частицы-источники векторных потенциалов в месте нахождения выделенной частицы, обозначаемой символом 1.

6. Подставляя выписанные формулы в (A.2.6), находим прообраз действия для сильного взаимодействия в следующей символической форме

$$S_{int}(b_1, b_2) \sim [\mathcal{L}^{(A)}(b_1, b_2) + \mathcal{L}^{(B)}(b_1, b_2) + \mathcal{L}^{(X)}(b_1, b_2) + \mathcal{L}^{(Y)}(b_1, b_2) + \mathcal{L}^{(Z)}(b_1, b_2)], \quad (\text{A.2.12})$$

где отдельные слагаемые имеют вид

$$\mathcal{L}^{(A)}(b_1, b_2) \sim \frac{g_0^2}{4} [(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)}) - (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)})] \times [(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) - (\bar{q}_{2(2)}\gamma^\mu q_{2(2)})]; \quad (\text{A.2.13})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(B)}(b_1, b_2) \sim & \frac{g_0^2}{12} [(\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(1)}) + (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(2)}) - 2(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(3)})] \times \\ & \times [(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{2(2)}\gamma^\mu q_{2(2)}) - 2(\bar{q}_{2(3)}\gamma^\mu q_{2(3)})]; \quad (\text{A.2.14}) \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}^{(X)}(b_1, b_2) \sim \frac{g_0^2}{2} [(\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(2)})]; \quad (\text{A.2.15})$$

$$\mathcal{L}^{(Y)}(b_1, b_2) \sim \frac{g_0^2}{2} [(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(1)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(1)}) + (\bar{q}_{1(1)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(1)}\gamma_\mu q_{2(3)})]; \quad (\text{A.2.16})$$

$$\mathcal{L}^{(Z)}(b_1, b_2) \sim \frac{g_0^2}{2} [(\bar{q}_{1(3)}\gamma^\mu q_{1(2)})(\bar{q}_{2(3)}\gamma_\mu q_{2(2)}) + (\bar{q}_{1(2)}\gamma^\mu q_{1(3)})(\bar{q}_{2(2)}\gamma_\mu q_{2(3)})]. \quad (\text{A.2.17})$$

А.3. Коэффициенты 9-мерных преобразований

В гл. 8 показано, что при преобразованиях 3-компонентного спинора $i'^s = C_r^s i^r$ компоненты 9-мерного вектора B^A изменяются по закону $B'^A = L_B^A B^B$. Коэффициенты этого преобразования вещественны и имеют вид:

$$L_{.0}^0 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_1^{*1} + C_2^1 C_2^{*1} + C_1^2 C_1^{*2} + C_2^2 C_2^{*2});$$

$$L_{.1}^0 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_2^{*1} + C_1^2 C_2^{*2} + C_2^1 C_1^{*1} + C_2^2 C_1^{*2});$$

$$L_{.2}^0 = \frac{i}{2}(C_2^1 C_1^{*1} + C_2^2 C_1^{*2} - C_1^1 C_2^{*1} - C_1^2 C_2^{*2});$$

$$L_{.3}^0 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_1^{*1} + C_1^2 C_1^{*2} - C_2^1 C_2^{*1} - C_2^2 C_2^{*2});$$

$$L_{.4}^0 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_3^{*1} + C_1^2 C_3^{*2} + C_3^1 C_1^{*1} + C_3^2 C_1^{*2});$$

$$L_{.5}^0 = \frac{i}{2}(C_3^1 C_1^{*1} + C_3^2 C_1^{*2} - C_1^1 C_3^{*1} - C_1^2 C_3^{*2});$$

$$L_{.6}^0 = \frac{1}{2}(C_2^1 C_3^{*1} + C_2^2 C_3^{*2} + C_3^1 C_2^{*1} + C_3^2 C_2^{*2});$$

$$L_{.7}^0 = \frac{i}{2}(C_3^1 C_2^{*1} + C_3^2 C_2^{*2} - C_2^1 C_3^{*1} - C_2^2 C_3^{*2});$$

$$L_{.8}^0 = \frac{1}{2}(C_3^1 C_3^{*1} + C_3^2 C_3^{*2});$$

$$L_{.0}^1 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_1^{*2} + C_1^2 C_1^{*1} + C_2^1 C_2^{*2} + C_2^2 C_2^{*1});$$

$$L_{.1}^1 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_2^{*2} + C_1^2 C_2^{*1} + C_2^1 C_1^{*2} + C_2^2 C_1^{*1});$$

$$L_{.2}^1 = \frac{i}{2}(C_2^1 C_1^{*2} + C_2^2 C_1^{*1} - C_1^1 C_2^{*2} - C_1^2 C_2^{*1});$$

$$L_{.3}^1 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_1^{*2} + C_1^2 C_1^{*1} - C_2^1 C_2^{*2} - C_2^2 C_2^{*1});$$

$$L_{.4}^1 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_3^{*2} + C_1^2 C_3^{*1} + C_3^1 C_1^{*2} + C_3^2 C_1^{*1});$$

$$L_{.5}^1 = \frac{i}{2}(C_3^1 C_1^{*2} + C_3^2 C_1^{*1} - C_1^1 C_3^{*2} - C_1^2 C_3^{*1});$$

$$L_{.6}^1 = \frac{1}{2}(C_2^1 C_3^{*2} + C_2^2 C_3^{*1} + C_3^1 C_2^{*2} + C_3^2 C_2^{*1});$$

$$L_{.7}^1 = \frac{i}{2}(C_3^1 C_2^{*2} + C_3^2 C_2^{*1} - C_2^1 C_3^{*2} - C_2^2 C_3^{*1});$$

$$L_{.8}^1 = \frac{1}{2}(C_3^1 C_3^{*2} + C_3^2 C_3^{*1});$$

$$L_{.0}^2 = \frac{i}{2} (C_1^1 C_1^{*2} - C_1^2 C_1^{*1} + C_2^1 C_2^{*2} - C_2^2 C_2^{*1});$$

$$L_{.1}^2 = \frac{i}{2} (C_1^1 C_2^{*2} - C_1^2 C_2^{*1} + C_2^1 C_1^{*2} - C_2^2 C_1^{*1});$$

$$L_{.2}^2 = \frac{1}{2} (C_1^1 C_2^{*2} + C_2^2 C_1^{*1} - C_1^2 C_2^{*1} - C_2^1 C_1^{*2});$$

$$L_{.3}^2 = \frac{i}{2} (C_1^1 C_1^{*2} - C_1^2 C_1^{*1} - C_2^1 C_2^{*2} + C_2^2 C_2^{*1});$$

$$L_{.4}^2 = \frac{i}{2} (C_1^1 C_3^{*2} - C_1^2 C_3^{*1} + C_3^1 C_1^{*2} - C_3^2 C_1^{*1});$$

$$L_{.5}^2 = \frac{1}{2} (C_1^1 C_3^{*2} + C_3^2 C_1^{*1} - C_1^2 C_3^{*1} - C_3^1 C_1^{*2});$$

$$L_{.6}^2 = \frac{i}{2} (C_2^1 C_3^{*2} - C_2^2 C_3^{*1} + C_3^1 C_2^{*2} - C_3^2 C_2^{*1});$$

$$L_{.7}^2 = \frac{1}{2} (C_2^1 C_3^{*2} + C_3^2 C_2^{*1} - C_2^2 C_3^{*1} - C_3^1 C_2^{*2});$$

$$L_{.8}^2 = \frac{i}{2} (C_3^1 C_3^{*2} - C_3^2 C_3^{*1});$$

$$L_{.0}^3 = \frac{1}{2} (C_1^1 C_1^{*1} - C_1^2 C_1^{*2} + C_2^1 C_2^{*1} - C_2^2 C_2^{*2});$$

$$L_{.1}^3 = \frac{1}{2} (C_1^1 C_2^{*1} - C_1^2 C_2^{*2} + C_2^1 C_1^{*1} - C_2^2 C_1^{*2});$$

$$L_{.2}^3 = \frac{i}{2} (C_1^2 C_2^{*2} + C_2^2 C_1^{*1} - C_1^1 C_2^{*1} - C_2^1 C_1^{*2});$$

$$L_{.3}^3 = \frac{1}{2} (C_1^1 C_1^{*1} - C_1^2 C_1^{*2} - C_2^1 C_2^{*1} + C_2^2 C_2^{*2});$$

$$L_{.4}^3 = \frac{1}{2} (C_1^1 C_3^{*1} - C_1^2 C_3^{*2} + C_3^1 C_1^{*1} - C_3^2 C_1^{*2});$$

$$L_{.5}^3 = \frac{i}{2} (C_3^1 C_1^{*1} - C_3^2 C_1^{*2} - C_1^1 C_3^{*1} + C_1^2 C_3^{*2});$$

$$L_{.6}^3 = \frac{1}{2} (C_2^1 C_3^{*1} - C_2^2 C_3^{*2} + C_3^1 C_2^{*1} - C_3^2 C_2^{*2});$$

$$L_{.7}^3 = \frac{i}{2} (C_3^1 C_2^{*1} - C_3^2 C_2^{*2} - C_2^1 C_3^{*1} + C_2^2 C_3^{*2});$$

$$L_{.8}^3 = \frac{1}{2} (C_3^1 C_3^{*1} - C_3^2 C_3^{*2});$$

$$L_{.0}^4 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_1^{*3} + C_1^3 C_1^{*1} + C_2^1 C_2^{*3} + C_2^3 C_2^{*1});$$

$$L_{.1}^4 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_2^{*3} + C_1^3 C_2^{*1} + C_2^1 C_1^{*3} + C_2^3 C_1^{*1});$$

$$L_{.2}^4 = \frac{i}{2}(C_2^1 C_1^{*3} + C_2^3 C_1^{*1} - C_1^1 C_2^{*3} - C_1^3 C_2^{*1});$$

$$L_{.3}^4 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_1^{*3} + C_1^3 C_1^{*1} - C_2^1 C_2^{*3} - C_2^3 C_2^{*1});$$

$$L_{.4}^4 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_3^{*3} + C_1^3 C_3^{*1} + C_3^1 C_1^{*3} + C_3^3 C_1^{*1});$$

$$L_{.5}^4 = \frac{i}{2}(C_3^1 C_1^{*3} + C_3^3 C_1^{*1} - C_1^1 C_3^{*3} - C_1^3 C_3^{*1});$$

$$L_{.6}^4 = \frac{1}{2}(C_2^1 C_3^{*3} + C_2^3 C_3^{*1} + C_3^1 C_2^{*3} + C_3^3 C_2^{*1});$$

$$L_{.7}^4 = \frac{i}{2}(C_3^1 C_2^{*3} + C_3^3 C_2^{*1} - C_2^1 C_3^{*3} - C_2^3 C_3^{*1});$$

$$L_{.8}^4 = \frac{1}{2}(C_3^1 C_3^{*3} + C_3^3 C_3^{*1});$$

$$L_{.0}^5 = \frac{i}{2}(C_1^1 C_1^{*3} - C_1^3 C_1^{*1} + C_2^1 C_2^{*3} - C_2^3 C_2^{*1});$$

$$L_{.1}^5 = \frac{i}{2}(C_1^1 C_2^{*3} - C_1^3 C_2^{*1} + C_2^1 C_1^{*3} - C_2^3 C_1^{*1});$$

$$L_{.2}^5 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_2^{*3} - C_1^3 C_2^{*1} - C_2^1 C_1^{*3} + C_2^3 C_1^{*1});$$

$$L_{.3}^5 = \frac{i}{2}(C_1^1 C_1^{*3} - C_1^3 C_1^{*1} - C_2^1 C_2^{*3} + C_2^3 C_2^{*1});$$

$$L_{.4}^5 = \frac{i}{2}(C_1^1 C_3^{*3} - C_1^3 C_3^{*1} + C_3^1 C_1^{*3} - C_3^3 C_1^{*1});$$

$$L_{.5}^5 = \frac{1}{2}(C_1^1 C_3^{*3} - C_1^3 C_3^{*1} - C_3^1 C_1^{*3} + C_3^3 C_1^{*1});$$

$$L_{.6}^5 = \frac{i}{2}(C_2^1 C_3^{*3} - C_2^3 C_3^{*1} + C_3^1 C_2^{*3} - C_3^3 C_2^{*1});$$

$$L_{.7}^5 = \frac{1}{2}(C_2^1 C_3^{*3} - C_2^3 C_3^{*1} - C_3^1 C_2^{*3} + C_3^3 C_2^{*1});$$

$$L_{.8}^5 = \frac{i}{2}(C_3^1 C_3^{*3} - C_3^3 C_3^{*1});$$

$$L_{.0}^6 = \frac{1}{2}(C_1^2 C_1^{*3} + C_1^3 C_1^{*2} + C_2^2 C_2^{*3} + C_2^3 C_2^{*2});$$

$$L_{.1}^6 = \frac{1}{2}(C_1^2 C_2^{*3} + C_1^3 C_2^{*2} + C_2^2 C_1^{*3} + C_2^3 C_1^{*2});$$

$$L_{.2}^6 = \frac{i}{2}(C_2^2 C_1^{*3} + C_2^3 C_1^{*2} - C_1^2 C_2^{*3} - C_1^3 C_2^{*2});$$

$$L_{.3}^6 = \frac{1}{2}(C_1^2 C_1^{*3} + C_1^3 C_1^{*2} - C_2^2 C_2^{*3} - C_2^3 C_2^{*2});$$

$$L_{.4}^6 = \frac{1}{2}(C_1^2 C_3^{*3} + C_1^3 C_3^{*2} + C_3^2 C_1^{*3} + C_3^3 C_1^{*2});$$

$$L_{.5}^6 = \frac{i}{2}(C_3^2 C_1^{*3} + C_3^3 C_1^{*2} - C_1^2 C_3^{*3} - C_1^3 C_3^{*2});$$

$$L_{.6}^6 = \frac{1}{2}(C_2^2 C_3^{*3} + C_2^3 C_3^{*2} + C_3^2 C_2^{*3} + C_3^3 C_2^{*2});$$

$$L_{.7}^6 = \frac{i}{2}(C_3^2 C_2^{*3} + C_3^3 C_2^{*2} - C_2^2 C_3^{*3} - C_2^3 C_3^{*2});$$

$$L_{.8}^6 = \frac{1}{2}(C_3^2 C_3^{*3} + C_3^3 C_3^{*2});$$

$$L_{.0}^7 = \frac{i}{2}(C_1^2 C_1^{*3} - C_1^3 C_1^{*2} + C_2^2 C_2^{*3} - C_2^3 C_2^{*2});$$

$$L_{.1}^7 = \frac{i}{2}(C_1^2 C_2^{*3} - C_1^3 C_2^{*2} + C_2^2 C_1^{*3} - C_2^3 C_1^{*2});$$

$$L_{.2}^7 = \frac{1}{2}(C_1^2 C_2^{*3} - C_1^3 C_2^{*2} - C_2^2 C_1^{*3} + C_2^3 C_1^{*2});$$

$$L_{.3}^7 = \frac{i}{2}(C_1^2 C_1^{*3} - C_1^3 C_1^{*2} - C_2^2 C_2^{*3} + C_2^3 C_2^{*2});$$

$$L_{.4}^7 = \frac{i}{2}(C_1^2 C_3^{*3} - C_1^3 C_3^{*2} + C_3^2 C_1^{*3} - C_3^3 C_1^{*2});$$

$$L_{.5}^7 = \frac{1}{2}(C_1^2 C_3^{*3} - C_1^3 C_3^{*2} - C_3^2 C_1^{*3} + C_3^3 C_1^{*2});$$

$$L_{.6}^7 = \frac{i}{2}(C_2^2 C_3^{*3} - C_2^3 C_3^{*2} + C_3^2 C_2^{*3} - C_3^3 C_2^{*2});$$

$$L_{.7}^7 = \frac{1}{2}(C_2^2 C_3^{*3} - C_2^3 C_3^{*2} - C_3^2 C_2^{*3} + C_3^3 C_2^{*2});$$

$$L_{.8}^7 = \frac{i}{2}(C_3^2 C_3^{*3} - C_3^3 C_3^{*2});$$

$$\begin{aligned}L_{.0}^8 &= C_1^3 C_1^{*3} + C_2^3 C_2^{*3}; \\L_{.1}^8 &= C_1^3 C_2^{*3} + C_2^3 C_1^{*3}; \\L_{.2}^8 &= i(C_2^3 C_1^{*3} - C_1^3 C_2^{*3}); \\L_{.3}^8 &= C_1^3 C_1^{*3} - C_2^3 C_2^{*3}; \\L_{.4}^8 &= C_1^3 C_3^{*3} + C_3^3 C_1^{*3}; \\L_{.5}^8 &= i(C_3^3 C_1^{*3} - C_1^3 C_3^{*3}); \\L_{.6}^8 &= C_2^3 C_3^{*3} + C_3^3 C_2^{*3}; \\L_{.7}^8 &= i(C_3^3 C_2^{*3} - C_2^3 C_3^{*3}); \\L_{.8}^8 &= C_3^3 C_3^{*3}.\end{aligned}\tag{A.3.1}$$

Список ключевых терминов и обозначений



1. Общие термины реляционного подхода к физике

Реляционное миропонимание (реляционная парадигма) — восприятие физического мироздания на основе непосредственных отношений между составляющими его объектами.

Концепция дальнего действия — описание взаимодействий между частицами без посредников (без полей, переносящих взаимодействия).

Пространственно-временные отношения — реляционный аналог классического пространства-времени в концепции ближнего действия.

Токовые отношения — аналог отношений в импульсном пространстве (или в пространстве скоростей) при нормировке на электрический заряд.

Теория прямого межчастичного взаимодействия (Фоккера—Фейнмана) — классическая теория (электромагнитных, гравитационных или скалярных взаимодействий) в рамках концепции дальнего действия.

Принцип Фоккера позволяет записать действие для электромагнитно взаимодействующих частиц в терминах концепции дальнего действия. Имеются его обобщения на случаи гравитационного и скалярного взаимодействий.

Принцип Маха означает зависимость локальных свойств физических систем (в малом) от глобальных свойств всего окружающего мира (Вселенной).

Идея о макроскопической (статистической) природе классического пространства-времени состоит в том, что понятия классического пространства-времени справедливы лишь для макрообъектов и представляют собой суммарный итог наложения неких вкладов, обусловленных явлениями микромира.

${}^A R_a^B(b)$ — реляционная теория объектов b относительно базиса a при учете происшедшего множества событий A и частиц B окружающего мира.

2. Термины теории систем отношений

Элемент — первичное понятие (примитив реляционной теории), через которые описываются частицы и тела (события).

Отношение — вещественное или комплексное число, сопоставляемое двум (или более) элементам.

Система отношений — совокупность отношений между элементами, на которых строится теория.

Базис или *набор эталонных элементов*, относительно которых определяются параметры элементов.

Ранг — число элементов, для которых пишется закон системы отношений.

Фундаментальная симметрия означает равноправие всех элементов используемых множеств.

Унарная система отношений определена на одном множестве элементов M .

a_{ik} — парное отношение между элементами i и k унарной системы отношений.

$\Phi_{(r)}(a_{ik}, a_{ij}, \dots) = 0$ — закон унарной системы отношений ранга r .

УСВО ранга (r) — унарная система вещественных отношений ранга (r), где $r = 3, 4, 5, \dots$.

Бинарная система отношений определена на двух множествах элементов M и N .

i^s — параметры элементов из множества M (начальных состояний) бинарной системы отношений.

α^s — параметры элементов из множества N (конечных состояний) бинарной системы отношений.

$u_{i\alpha}$ — парное отношение между элементами i и α двух разных множеств.

БСВО ранга (r, s) — бинарная система вещественных отношений ранга (r, s), где $r, s = 2, 3, 4, \dots$.

БСКО ранга (r, r) — бинарная система комплексных отношений ранга (r, r), где $r = 2, 3, 4, \dots$.

$\Phi_{(r,r)}(u_{i\alpha}, u_{i\beta}, \dots) = 0$ — закон БСКО ранга (r, r).

$\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \dots \\ i & k & \dots \end{bmatrix}$ — фундаментальное $(r-1) \times (r-1)$ -отношение БСКО ранга (r, r).

$\left\{ \begin{matrix} \alpha & \beta & \dots \\ i & k & \dots \end{matrix} \right\}$ — базовое $r \times r$ -отношение БСКО ранга (r, r).

Финслеровы спиноры — обобщение 2-компонентных спиноров на спиноры с любым числом компонент при изменении антисимметричного квадратичного мероопределения на кубичное, четвертой степени и т. д. мероопределения.

Переходы от БСКО к УСВО путем специальных «сшивок» элементов из двух разных множеств БСКО в элементы одного множества УСВО.

Финслеровы геометрии — геометрии с обобщениями квадратичного мероопределения (в частности, на кубичные, четвертой степени и т. д. мероопределения).

3. Понятия реляционной теории взаимодействий элементарных частиц

3×5 -матрица параметров элементов, характеризующих частицу в рамках БСКО ранга (6,6).

$2+3$ -расщепление БСКО ранга (6,6) по параметрам элементов.

$3+4$ -расщепление БСКО ранга (6,6) по рангам на БСКО ранга (3,3) и БСКО ранга (4,4).

$\{q_{(1)}^s, q_{(2)}^s, q_{(3)}^s\}$ — внешние параметры (с индексами $s = 1, 2$) трех элементов частиц, описываемых в рамках БСКО ранга (6,6).

$\Psi = \begin{pmatrix} i^s \\ \beta_r \end{pmatrix}$ — 4-компонентный столбец из внешних параметров лептона, где $s, r = 1, 2$.

$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0 = -\{k_r, \alpha^s\}$ — 4-компонентная строка из внешних параметров лептона, где $s, r = 1, 2$.

$\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ i & k \end{bmatrix}$ — фундаментальное 2×2 -отношение БСКО ранга (3,3) или 2×2 -отношение из внешних параметров элементов БСКО ранга (r, r).

c_L^r, c_R^r, c_3^r — внутренние параметры ($r = 3, 4, 5$) соответственно левой, правой и третьей компонент частицы.

3×3 -матрица отношений из внутренних параметров элементов БСКО ранга (6,6).

Представление базового 6×6 -отношения в виде 15×15 -матрицы из 9 блоков слагаемых.

Блок вектор-векторных взаимодействий $M(2,2)$ характеризует прообраз S -матрицы процессов взаимодействия пары частиц.

Массовые блоки $M[(2)(2)]$ характеризуют массовые слагаемые в прообразе действия частиц.

Индивидуальные блоки $M(4,0)$ и $M(0,4)$ характеризуют «свободные» слагаемые в прообразе действия частиц.

Обменный характер физических взаимодействий означает, что процесс взаимодействий сопровождается обменом взаимодействующих частиц своими внутренними состояниями.

U -состояния — нормальное, невырожденное по внутренним параметрам состояние частиц.

V -состояния — вырожденные по внутренним параметрам или зарядовые состояния частиц.

Нейтральные каналы сильных и электрослабых взаимодействий — аналоги взаимодействий через нейтральные векторные бозоны (глюоны) в калибровочных моделях теории поля.

Заряженные каналы сильных и электрослабых взаимодействий — аналоги взаимодействий через заряженные векторные бозоны (глюоны) в калибровочных моделях теории поля.

Алгебраические симметрии каналов сильных или электрослабых взаимодействий позволяют установить соотношения между значениями зарядов элементарных частиц.

Зарядовые ромбы нейтральных каналов электрослабых взаимодействий иллюстрируют соотношения электрических и Z -зарядов у компонент лептонов, барионов и кварков в электрослабых взаимодействиях.

Литература

1. Александров А. Д. Основания геометрии. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1987.
2. Амбарцумян В., Иваненко Д. (Ambarzumian V., Ivanenko D.) Zur Frage nach Vermeidung der unendlichen Selbstrückwirkung des Elektrons // Z. Phys., 64. 1930, 563.
3. Арифов Л. Я. Общая теория относительности и тяготение. Ташкент. Изд-во ФАН, 1983.
4. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. М.: Наука, 1976.
5. Блохинцев Д. И. Пространство и время в микромире. М.: Наука, 1970.
6. Блюменталь Л. М. (Blumental L. M.). Theory and application of distance geometry. Oxford, 1953.
7. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1973.
8. Болохов С. В., Владимиров Ю. С. (Bolokhov S. V., Vladimirov Yu. S.) An algebraic approach to the description of electroweak and strong interactions // Gravitation and Cosmology, 2003, vol. 9, p. 114–619.
9. Бом Д. О возможности интерпретации квантовой теории на основе представления о «скрытых» параметрах // Сб. Вопросы причинности в квантовой механике. М.: Изд-во ин. лит-ры. 1955. С. 34–64.
10. Бор Н. Квантовая физика и философия // Сб. Атомная физика и человеческое познание. М.: Изд-во ин. лит-ры, 1961.
11. Бройль Л. де. Останется ли квантовая физика индетерминистской? // Сб. Вопросы причинности в квантовой механике. М.: Изд-во ин. лит-ры. 1955. С. 11–33.
12. Бройль Л. де Революция в физике. М.: Госатомиздат, 1963.
13. Булюбаш Б. В. Электродинамика дальнего действия // Физика XIX-XX вв. в общенаучном и социокультурном контекстах. (Физика XIX века). М.: Наука, 1965, с. 221–250.
14. Васильев С. А., Владимиров Ю. С. Кубичный аналог 9-мерного пространства Минковского // Тезисы докл. Междунар. школы-семинара “Многомерная гравитация и космология”. М.: 1994. С. 7.
15. Весс Ю., Беггер Дж. Суперсимметрия и супергравитация. М.: Мир, 1986.

16. *Вилковыский Г. А.* О квантовании частицы во внешнем гравитационном поле // ТМФ, 1971, т. 8, № 3, с. 359–368.
17. *Владимиров Ю. С.* Модель квантованного пространства-времени // Сб. Классическая и квантовая теория гравитации. Минск. Изд-во БелГУ, 1976, с. 83–86.
18. *Владимиров Ю. С.* Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982.
19. *Владимиров Ю. С., Гаврилов В. Р.* Некоторые приложения теории физических структур // Сб. Исследования по классической и квантовой теории гравитации. Днепропетровск. Изд-во ДГУ, 1985, с. 18–26.
20. *Владимиров Ю. С., Турыгин А. Ю.* Теория прямого межчастичного взаимодействия. М.: Энергоатомиздат, 1986.
21. *Владимиров Ю. С.* Квантовая теория гравитации // «Эйнштейновский сборник 1972». М.: Наука, 1974, с. 280–340.
22. *Владимиров Ю. С., Соловьев А. В.* Физическая структура ранга (4,4;6) и трехкомпонентные спиноры // Вычислительные системы. № 135. Новосибирск. Изд-во Института математики СО АН СССР, 1990, с. 44–66.
23. *Владимиров Ю. С.* Пространство-время и электрослабые взаимодействия в бинарной геометрофизике // Gravitation and Cosmology. Vol. 1 (1995). No. 2, p. 1–7.
24. *Владимиров Ю. С.* Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть I. Теория систем отношений. М.: Изд-во Московск. ун-та, 1996.
25. *Владимиров Ю. С.* Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть II. Теория физических взаимодействий. М.: Изд-во Московск. ун-та, 1998.
26. *Владимиров Ю. С., Соловьев А. В.* Уравнения Дирака в бинарной геометрофизике // Известия вузов (Физика). 2000, № 11, с. 63–71.
27. *Владимиров Ю. С.* Метафизика. М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2002, 534 с.
28. *Владимиров Ю. С.* Геометрофизика. М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005, 600 с.
29. *Вяльцев А. Н.* Дискретное пространство-время. М.: Наука, 1965.
30. *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. М.: Наука, 1989.
31. *Гильберт Д.* Основания геометрии. М.-Л.: ОГИЗ Гостехиздат, 1948.
32. *Грановский Я. И., Пантюшин А. А.* К релятивистской теории тяготения // Изв. АН Каз. ССР, сер. физ-мат., 1965, № 2, с. 65–69.
33. *Грин Б.* Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. М.: Едиториал УРСС, 2004.
34. *Дайсон Ф.* S-матрица в квантовой электродинамике // Сб. Новейшее развитие квантовой электродинамики. М.: Изд-во ин. лит-ры, 1954.

35. *Данциг ван Д.* (Dantzig van D.) On the relation between geometry and physics and concept of space-time // *Fünffzig Jahre Relativitätstheorie. Konferenz Bern, Basel. 1955. Bd. 1, S. 569.*
36. *Дирак П. А. М.* Принципы квантовой механики. М.: Физматгиз, 1960.
37. *Дирак П. А. М.* Эволюция физических представлений о природе // *Техника — молодежи*, № 2, 1964.
38. *Дубров А. П.* Когнитивная психофизика: Основы. Ростов-на-Дону: Феникс, 2006.
39. *Дэвис П.* (Davies P. C. W.) A quantum theory of Wheeler-Feynman electrodynamics // *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1970, vol. 68, p. 751–764.
40. *Жданов В. И., Пирагас К. А.* К проблеме двух тел в теории прямого гравитационного взаимодействия. I, II // *Acta Phys. Polonica*, 1972, vol. B3, p. 585–619.
41. *Кадышевский В. Г.* К вопросу о спектре масс и фундаментальной длине в теории поля // *ДАН СССР*, 1960, т. 131, № 6, 1305.
42. *Калуца Т.* К проблеме единства физики // Сб. “Альберт Эйнштейн и теория гравитации”. М.: Мир, 1979, с. 529–534.
43. *Клейн О.* (Klein O.) Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie // *Z. Phys*, 1926, Bd. 37, S. 895.
44. *Коши Х.* (Coish H. R.) Elementary Particles in a Finite World Geometry // *Phys. Rev.*, 1959, v. 114, N. 1, p. 383.
45. *Кокеро Р.* (Coquereaux R.). Modulo 8 periodicity of real Clifford algebras and particle physics // *Phys. Rev.*, vol. 115B. № 5, p. 389.
46. *Кулаков Ю. И.* Элементы теории физических структур (Дополнение Г. Г. Михайличенко). Новосибирск. Изд-во Новосиб. ГУ, 1968.
47. *Кулаков Ю. И.* О новом виде симметрии, лежащей в основании физических теорий феноменологического типа // *Доклады АН СССР*, 1971. Том 201. № 3, с. 570–572.
48. *Кулаков Ю. И., Владимиров Ю. С., Карнаухов А. В.* Введение в теорию физических структур и бинарную геометрофизику. М.: Изд-во Архимед, 1991.
49. *Кулаков Ю. И.* Теория физических структур. М.: 2004, 847 с.
50. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Физматгиз, 1973.
51. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1963.
52. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М.: Физматгиз, 1964.
53. *Лев В. Х.* Бинарная физическая структура ранга (3,3) // *Вычислительные системы*. № 101. Новосибирск. Изд-во Института математики СО АН СССР, 1984, с. 91–113.
54. *Лев В. Х.* Двумерные и трехмерные геометрии в теории физических структур // *Вычислительные системы*. № 118. Новосибирск. Изд-во Института математики СО АН СССР, 1986, с. 28–36.

55. Лев В. Х. Трехмерные геометрии в теории физических структур //Вычислительные системы. № 125. Новосибирск. Изд-во Института математики СО АН СССР, 1988, с. 90–103.
56. Лейбниц Г. В. Переписка с Кларком //Сочинения в четырех томах. Том 1. М.: Мысль, 1982, с. 430–528.
57. Мах Э. Познание и заблуждение. М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.
58. Мах Э. Механика. Историко-критический очерк ее развития. Ижевск. Ижевск. республ. типогр., 2000.
59. Менский М. Б. Квантовые измерения и декогеренция. М.: Физматлит, 2001.
60. Миура Т. Covariant Schrodinger equation via path integrals //Progr. Theor. Phys., 1981, vol. 66, No. 2, p. 672–684.
61. Михайличенко Г. Г. Решение функциональных уравнений в теории физических структур //Доклады АН СССР, 1972. Том 206. № 5, с. 1056–1058.
62. Михайличенко Г. Г. Математический аппарат теории физических структур. Горно-Алтайск: Изд-во Горно-Алтайского ун-та, 1997, 144 с.
63. Михайличенко Г. Г. Полиметрические геометрии. Новосибирск: Изд-во Новосибирского ун-та, 2001, 144 с.
64. Муллд Р. А. An axiomatization of General Relativity // Proc. Amer. Philos. Soc., 1959, vol. 103, No. 3, p. 485–529.
65. Нарликар Дж. В. (Narlikar J. V.) On the general correspondence between field theories and theories of direct interparticle action //Proc. Cambridge Philos. Soc., 1968, vol. 64, p. 1071–1079.
66. Нарликар Дж. В. (Narlikar J. V.). Инерция и космология в теории относительности Эйнштейна // Сб. «Астрофизика, кванты и теория относительности». М.: Мир, 1982, с. 498–534.
67. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990.
68. Пантюшин А. А. Теория прямого гравитационного взаимодействия тел // Сб. Гравитация и теория относительности. 1969, т. 6, с. 30–40.
69. Пегг Д. Т. (Pegg D. T.) Absorber theory approach to the dynamic Stark effect //Ann. Phys., 1979, vol. 118, p. 1–17.
70. Пенроуз Р. Структура пространства-времени. М.: Мир, 1972.
71. Пенроуз Р., Риндлер В. Спиноры и пространство-время. М.: Мир, 1987.
72. Пименов Р. И. Пространства кинематического типа (математическая теория пространства-времени). Л.: Наука, 1968.
73. Пирагас К. А., Жданов В. И., Александров А. Н., Кудря Ю. Н., Пирагас Л. Е. Качественные и аналитические методы в релятивистской динамике. М.: Энергоатомиздат, 1995.
74. Пуанкаре А. О науке. М.: Наука, 1983.
75. Ращевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967.

76. Риман Б. О гипотезах, лежащих в основании геометрии // Сб. «Альберт Эйнштейн и теория гравитации». М.: Мир, 1979, с. 18–33.
77. Робб А. А. (Robb A. A.) The absolute relations of time and space. 80 S. Cambridge, University Press, 1921.
78. Румер Ю. Б. Спинорный анализ. М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936.
79. Румер Ю. Б. Исследования по 5-оптике. М.: ГИТТЛ, 1956.
80. Рязанов Г. В. Путь к новым смыслам. М.: Гнозис, 1993.
81. Салингарес Н. (Salingaros N.). On the classification of Clifford algebras and their relation to spinor in n dimensions // Journ. Math. Phys., 1982. Vol. 23, No 1, p. 1–7.
82. Сахаров А. Д. Научные труды. М.: АОЗТ Изд-во «ЦентрКом», 1995.
83. Синг Дж. Л. Общая теория относительности. М.: Изд-во ин. лит-ры, 1963.
84. Снайдер Х. (Snyder H.) The electromagnetic field in quantized space-time // Phys. Rev., 1947, vol. 72, p. 68–71.
85. Соловьев А. В. К теории бинарных физических структур ранга (5,5;6) и выше // Вычислительные системы. № 135. Новосибирск. Изд-во Института математики СО АН СССР, 1990, с. 67–77.
86. Соловьев А. В. On $SL(3, C)$ -covariant spinor equation and generalized Duffin-Kemmer algebra // Gravitation & Cosmology. 1995. Vol. 1, No. 3, p. 255–257.
87. Соловьев А. В., Владимиров Ю. С. (Solov'yov A. V., Vladimirov Yu. S.) Finslerian N -spinors: Algebra // International Journal of Theoretical Physics. 2001. Vol. 40, No. 8, p. 1511–1523.
88. Твисторы и калибровочные поля. М.: Мир, 1983.
89. Тетроде Х. (Tetrode H.) Über der Wirkungszusammenhang der Welt. Eine Erweiterung der klassischen Dynamik // Z. Phys., 1922, Bd. 10, S. 316–328.
90. Траутман А. (Trautman A.) Teoria względności. Polska AN, Ossolineum, 1971.
91. Уилер Дж., Фейнман Р. (Wheeler J. A., Feynman R. P.) Interaction with the absorber as the mechanism of radiation // Rev. Mod. Phys., 1945, vol. 17, p. 157–181.
92. Уилер Дж., Фейнман Р. Classical electrodynamics in terms of direct interparticle action // Rev. Mod. Phys., 1949, vol. 24, p. 425–433.
93. Уилер Дж. Гравитация, нейтрино и Вселенная. М.: Изд-во ин. лит-ры, 1962.
94. Уэст П. Введение в суперсимметрию и супергравитацию. М.: Мир, 1989.
95. Фейнман Р. Пространственно-временной подход к нерелятивистской квантовой механике // Сб. Вопросы причинности в квантовой механике. М.: Изд-во ин. лит-ры, 1955, с. 167–207.
96. Фейнман Р. Квантовая электродинамика. М.: Мир, 1964.

97. *Фейнман Р.* Разработка квантовой электродинамики в пространственно-временном аспекте (Нобелевская лекция) // Сб. Характер физических законов. М.: Мир. 1968, с. 193–231.
98. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т. 3 (Излучение, волны, кванты). М.: Мир, 1965.
99. *Фейнман Р., Хибс А.* Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968.
100. *Фейнман Р., Гелл-Манн М.* Theory of Fermi interaction // Phys. Rev., 1957, vol. 109, p. 194–698.
101. *Философия естествознания.* М.: Изд-во полит. лит-ры, 1966.
102. *Фок В. А.* Zur Schrödingerschen Wellenmechanik // Z. Phys., 1926, Bd. 38, H. 3, S. 242–250.
103. *Фок В. А.* Симметрия атома водорода // Сорена, 1935. Т. 5, с. 3–9.
104. *Фок В. А.* Атом водорода и неевклидова геометрия // Известия АН СССР. 1935. Т. 2, с. 169–184.
105. *Фок В. А.* Квантовая физика и строение материи. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1965.
106. *Фоккер А. Д.* (Fokker A. D.) Ein invarianter Variationsatz für die Bewegung mehrerer elektrischer Massenteilchen // Z. Phys., 1929, Bd. 58, S. 386–393.
107. *Френкель Я. И.* // Природа электрического тока (Беседы-диспут в Ленинградском политехническом институте). М.-Л.: Изд-во Всесоюз. электро-техн. общ-ва, 1930.
108. *Френкель Я. И.* На заре новой физики. Л.: Наука, 1970.
109. *Френкель Я. И.* Принцип причинности и полевая теория материи // Сб. «Вопросы теоретической физики». СПб.: ПИЯФ, 1994, с. 132–154.
110. *Хвольсон О. Д.* Физика и ее значение для человечества. Берлин. Гос. изд-во РСФСР, 1923.
111. *Хиллераас Е. А.* Волновые уравнения задачи Кеплера в импульсном пространстве // Z. Phys., 1932, Bd. 74, N. 3,4, S. 216.
112. *Хойл Ф., Нарликар Дж.* (Hoyle F, Narlikar J. V.) On the gravitational influence of direct particle fields // Proc. Roy. Soc., 1964, vol. A282, p. 184–190.
113. *Хойл Ф., Нарликар Дж.* (Hoyle F, Narlikar J. V.) A new theory of gravitation // Proc. Roy. Soc., 1964, vol. A282, p. 191–207.
114. *Хойл Ф., Нарликар Дж.* (Hoyle F, Narlikar J. V.) A conformal theory of gravitation // Proc. Roy. Soc., 1966, vol. A294, p. 138–148.
115. *Хойл Ф., Нарликар Дж.* (Hoyle F, Narlikar J. V.) Electrodynamics of direct interparticle action. I. The quantum mechanical response of the universe // Ann. Phys., 1969, vol. 54, p. 207–239.
116. *Хойл Ф., Нарликар Дж.* (Hoyle F, Narlikar J. V.) Electrodynamics of direct interparticle action. II. Relativistic treatment of radiative processes // Ann. Phys., 1971, vol. 62, p. 44–97.

117. *Хойл Ф., Нарликар Дж.* (Hoyle F, Narlikar J. V.). Action at a distance in physics and cosmology. San Francisco: W. N. Freeman and Comp., 1974.
118. *Хуанг К.* . Кварки, лептоны и калибровочные поля. М.: Мир, 1985.
119. *Циммерман Е.* (Zimmerman E. J.) The macroscopic nature of space-time // Amer. Journ. of Philos., 1962, v. 30, p. 97–105.
120. *Чью Дж.* Аналитическая теория S -матрицы. М.: Мир, 1968.
121. *Чью Дж.* (Chew G. F.) The dubious role of the space-time continuum in microscopic physics // Science Progress. 1963, vol. LI, No. 204, p. 529–539.
122. *Шапиро И. С.* (Shapiro I. S.) Weak interaction in true Theory of Elementary Particles with Finite Space // Nucl. Phys., 1960, v. 21, p. 474.
123. *Шапиро И. С.* О квантовании пространства и времени в теории элементарных частиц // Сб. Философские проблемы физики элементарных частиц. М.: Наука, 1964, с. 155.
124. *Швебер С., Бете Г., Гофман Ф.* Мезоны и поля. Т. 1. М.: Изд-во ин. лит-ры, 1957.
125. *Эверетт Х.* (Everett H. III) "Relative State" Formulation of Quantum Mechanics // Rev. Mod. Phys., 1957, vol. 29, No. 3, p. 454–462.
126. *Эддингтон А. С.* The combination of relativity theory and quantum theory // Communication of the Dublin Institute for Advanced Studies, Series A, No. 2, 1943 (Reprinted 1960).
127. *Эддингтон А. С.* (Eddington A. S.) Fundamental theory. N. Y.: Cambridge Press, 1946.
128. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. II. М.: Наука, 1966.
129. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. III. М.: Наука, 1966.
130. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. IV. М.: Наука, 1967.

Научное издание

Владимиров Юрий Сергеевич

ОСНОВАНИЯ ФИЗИКИ

Ведущий редактор *И. А. Махова*

Корректор *Е. Н. Клитина*

Оригинал-макет подготовлен *О. Г. Лапко* в пакете $\LaTeX 2\epsilon$
с использованием кириллических шрифтов семейства L^H

Подписано в печать 18.01.08. Формат 70×100/16.

Гарнитура Computer Modern. Печать офсетная. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 37,5. Тираж 1000 экз. Заказ 2916.

ВИНОМ. Лаборатория знаний

125167, Москва, проезд Аэропорта, д. 3

Телефон: (499) 157-5272

e-mail: Lbz@aha.ru, <http://www.Lbz.ru>

Отпечатано в полиграфической фирме «Полиграфист»
160001, г. Вологда, ул. Челюскинцев, 3